

ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБИНСЬКОГО

Інститут математики, фізики і технологічної освіти

Кафедра алгебри і методики навчання математики

ДИПЛОМНА РОБОТА

на тему:

«ВЛАСТИВОСТІ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ»

Студентки 4 курсу АМ групи
Напряму підготовки 6.020401 Математика*
Назарчук Валентини Володимирівни

Керівник: кандидат фізико-математичних
наук, доцент кафедри алгебри і методики
навчання математики
Панасенко Олексій Борисович

Національна шкала _____

Кількість балів: _____ Оцінка: ECTS _____

Голова комісії _____	_____
(підпис)	(прізвище та ініціали)
Члени комісії _____	_____
(підпис)	(прізвище та ініціали)
_____	_____
(підпис)	(прізвище та ініціали)
_____	_____
(підпис)	(прізвище та ініціали)
_____	_____
(підпис)	(прізвище та ініціали)

м. Вінниця – 2016

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. ОЗНАЧЕННЯ ТА ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ.....	6
1.1. З історії дослідження періодичних функцій.	6
1.2. Означення та найпростіші властивості періодичних функцій.....	10
1.3. Теорема Кронекера.	13
1.4. Деякі властивості неперервних періодичних функцій.....	17
1.5. Приклади періодичних і неперіодичних функцій, пов'язаних з тригонометричними функціями.	21
1.6. Теореми про суму періодичних функцій.....	24
РОЗДІЛ 2. МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ ФУНКЦІЇ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ	30
2.1. Означення та теореми про майже періодичні функції.....	31
2.2. Дії над майже періодичними функціями.....	34
РОЗДІЛ 3. ДЕЯКІ МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ.....	37
3.1. Деякі методичні проблеми, пов'язані із вивченням періодичних функцій в школі.....	37
3.2. Дослідження та конструювання періодичних функцій.	42
РОЗДІЛ 4. ГОРІННЯ, ЙОГО ВИДИ. УМОВИ, НЕОБХІДНІ ДЛЯ ГОРІННЯ. РІЗНОВИДНОСТІ ГОРІННЯ.....	46
4.1. Горіння та його види.	46
4.2. Умови необхідні для горіння.....	49
4.3. Різновиди горіння.	51
ВИСНОВКИ	57
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	58

ВСТУП

Актуальність теми. Періодичні функції природно виникають шкільному курсі математики при вивченні тригонометричних функцій. Але в шкільному курсі алгебри та початків аналізу питанням дослідження функції на періодичність, вивченню властивостей періодичних функцій приділялось мало уваги. В той же час, питання пов'язані з періодичністю функції є дуже важливим, як для реалізації міжпредметних зв'язків (особливо з фізикою), так і для пропедевтики в школі ідей гармонічного аналізу, інших розділів математики.

Усвідомлення важливості вивчення властивостей періодичних функцій особливо для учнів, які поглиблено вивчають математику, призвело до того, що в останніх підручниках з алгебри та початків аналізу питання дослідження періодичних функцій стали займати гідне місце. Методика послідовного ознайомлення учнів з поняттям періодичної функції детально описана З. І. Слєпкань [37, 235-237 с.]. Додатковою дидактичною базою, де зібрана значна кількість задач на дослідження періодичних функцій, доведення їх властивостей, стали посібники, розроблені В. В. Вавіловим, І. І. Мельніковим, С. Н. Олехником, П. І. Пасіченко, М. Л. Галицьким, М. М. Мошковичем, Б. М. Івлєвим, С. М. Саакяном, Є. С. Кочетковим, А. І. Худобіним. Значна робота в цьому напрямку зроблена вітчизняними провідними педагогами М. С. Якіром, В. Б. Полонським, А. Г. Мерзляком, Ю. М. Рабіновичем [27, 210-214].

Дипломна робота присвячена якомога ширшому висвітленню властивостей періодичних функцій. Багато таких властивостей опираються на інструментарій математичного аналізу. Доведення низки властивостей опирається на класичну теорему Кронекера, згідно з якою для довільного ірраціонального числа α будь-який інтервал числової прямої містить безліч елементів множини $\{m\alpha + n : m \in Z, n \in Z\}$. Саме цим питанням присвячено

перший розділ дипломної роботи. Для глибокого розуміння природи періодичності функцій у другому розділі дипломної роботи розглядаються деякі властивості так званих майже періодичних функцій, вивченням яких займались у ХХ столітті, зокрема, такі відомі науковці як Г. Бора, А. С. Безикович, М. М. Боголюбов, С. Бохнер, Г. Вейль, Н. Вінер, Б. М. Левітан. У третьому розділі обговорюються деякі методичні аспекти вивчення періодичних функцій у шкільному курсі математики, а також питання конструювання періодичних нетригонометричних функцій.

Мета дослідження дипломної роботи – систематизувати і обґрунтувати основні відомості про періодичні функції.

Завданнями дипломної роботи є:

- проаналізувати наукову літературу з тематики дипломної роботи, зокрема з математичного аналізу і теорії функцій;
- описати і строго обґрунтувати основні властивості періодичних функцій;
- дослідити питання про періодичність суми, композиції тощо періодичних функцій;
- описати і строго обґрунтувати основні властивості майже періодичних функцій;
- встановити зв'язок між періодичними і майже періодичними функціями та їхніми властивостями;
- висвітлити методичні аспекти вивчення періодичних функцій;
- описати способи побудови періодичних функцій на основі нетригонометричних функцій.

Об'єктом дослідження в дипломній роботі є функції дійсної змінної, а **предметом** дослідження – вивчення властивостей періодичних функцій дійсної змінної.

Основні теоретичні результати наведені в дипломній роботі з повними доведеннями. Вони систематизують основні відомості про періодичні

функції і можуть бути корисними при вивченні періодичних функцій в рамках позакласної роботи з математики.

Апробація результатів дипломної роботи. Результати дипломної роботи доповідались на звітній науковій конференції Інституту математики фізики і технологічної освіти «Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти» (25 квітня 2016 року), опубліковано статтю на тему «Теорема Кронекера та її застосування»

Структура дипломної роботи. Дипломна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаної літератури (44 джерела).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бабічев В. В. Охорона праці та технічна безпека / Бабічев В. В., Сорокін Г. Ф. — К., 1996. — 224 с.
2. Банков К. Об одной теореме Кронекера / К. Банков // Квант. — 1986. — №7. — С. 5–7.
3. Бедрій Я. І. Охорона праці : навч. посібник / Бедрій Я.І., Джигерей В. С., Кидасюк А.І. та ін.. — Львів: Афіша, 1997. — 258 с.
4. Бедрій Я. І. Охорона праці : Навчальний посібник. — К. : ЦУЛ, 2002. — 322 с.
5. Белов А. Я. Почти-периодичность и символическая динамика / А. Я. Белов // Семнадцатая летняя конференция международного математического Турнира городов / А. Я. Белов, И. А. Иванов-Погодаев, В. Е. Горин и др. — 2005. — URL: <http://www.turgor.ru/lktg/2005/5/index.htm>
6. Болтянский В. Часто ли степени двойки начинаются с единицы? / В. Болтянский // Квант. — 1978. — №5. — С. 2-7.
7. Бор Г. Почти периодические функции. — М. : Л. : ОГИЗ, 1934. — 128 с.
8. Геренштейн А. В. О сумме периодических функций / Геренштейн А. В., Эвнин А. Ю // Математика в школе. — 2002. — №1. — С. 68-72.
9. Глейзер Г. И. История математики в средней школе: пособие для учителей. / Г. И. Глейзер.— М. : Просвещение, 1970. — 461 с.
10. Гутер Р. С. Элементы теории функций. Функции действительного переменного. Приближение функций. Почти периодические функции / Р. С. Гутер, Л. Д. Кудрявцев, Б.М. Левитан. — М.: Физмвгиз, 1963. — 244 с.
11. Деканов С. Я. Математичний аналіз. Функції багатьох змінних: Навчальний посібник // Деканов С. Я. Жалдак М. І., Михалін Г. О. — Київ, НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. — 430 с.

12. Демидов П. Г. Горение и свойства горючих веществ / Демидов П. Г., Саушев В. С / М., ВИПТШ МВД СССР, 1975. – 259 с.
13. Демидов П. Г. Горение и свойства горючих веществ./ Демидов П. Г., Шандыба В. А., Щеглов П. П. М., Химия 1981. 358 с.
14. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. — М. : Наука, 1967. — 472 с.
15. Дороговцев А. Я. Избранные задачи по математическому анализу. — К. : Вища школа, 1982. —104 с.
16. Дороговцев А. Я. Математический анализ. Краткий курс в современном изложении / А. Я. Дороговцев. — К. : Факт, 2004. — 560 с.
17. Дороговцев А. Я. Математический анализ. Сборник задач: Учебн. пособ. для студ / А. Я. Дороговцев. — К. : Вища школа, 1987. — 408 с.
18. Дорофеев Г. Функции периодические и непериодические / Г. Дорофеев, Н. Розов // Квант. — 1987. — №9. — С. 51–54.
19. Земляков А. Периодические функции / Земляков А., Ивлев Б. // Квант. — 1976. — №.12. — С. 34-39.
20. Камынин Л. И. Курс математического анализа : учебн. для студ. Т. 1. / Камынин Л. И. — М.: Изд-во МГУ, 2001. — 432 с.
21. Кірман В. К. Дослідження періодичних функцій при поглибленому вивченні математики / В. К. Кірман // Дидактична математика: проблеми і дослідження : Міжнар. збірн. наук. робіт. — Донецьк, 2005. — Вип. 24. — С.281-287.
22. Кукуш О. Г. Як знайти головний період функції? / Кукуш О. Г., Ушаков Р. П. // У світі математики. — 1999. — №4. — С. 20-36.
23. Купчик М.П. Основи охорони праці / Купчик М. П. Гандзюк М. П., Степанець І. Ф. та ін. — К. : Основа, 2000. — 416 с.
24. Левитан Б. М. Почти-периодические функции / Б. М. Левитан. — М. : ГИТТЛ, 1953. — 396 с.

25. Лейфура В. М. Математичні олімпіади школярів України. 1991-2000: Навч.-метод. посібник / В. М. Лейфура, І. М. Мітельман, В. М. Радченко, В. А. Ясінський. — К. : Техніка, 2003. — 541 с.
26. Лейфура В. М. Математичні олімпіади школярів України. 2001–2006 : навч.-метод. посібник / В. М. Лейфура, І. М. Мітельман, В. М. Радченко, В. А. Ясінський. — Львів : Каменяр, 2008. — 348 с.
27. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. з поглибленим вивченням математики / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2011. — 415 с.
28. Мерзляк А. Г. Тригонометрія: Задачник к школьному курсу / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Е. М. Рабинович, М. С. Якір. — М. : АСТ-ПРЕСС : Магістр-S, 1998. — 656 с.
29. Микаелян Л. В. О периодичности суммы периодических функций / Микаелян Л. В., Седракан Н. М. // Математическое образование. 2000. — №2. — С. 29-33.
30. Михайлова И. Периодические функции / И. Михайлова // Математика. — 2008. — №17. — С. 28-33.
31. Мітельман І. М. Дещо про всюди щільні множини та періодичні функції / І. М. Мітельман // У світі математики. 1996. — С. 6-13.
32. Мітельман І. М. Періодичність функцій. Поєднуємо елементарне і неелементарне : навч.-метод. посібник / І. М. Мітельман. — Одеса : ТЕС, 2015. — 57 с.
33. Осипов В. Ф. Почти периодические функции Бора-Френеля / В. Ф. Осипов. — СПб. : Изд-во С.-Петербур. ун-та, 1992. — 312 с.
34. Пенцак Є. І. Функційні рівняння / Пенцак Є. І., Юрчишин А. С. — Львів : ЛДУ, 1998.
35. Рывкин А. Периодические функции / А. Рывкин // Квант. — 1973. — №5. — С. 38-42.

36. Сарана О. А. Деякі нестандартні задачі, пов'язані з природною ірраціональних чисел / О. А. Сарана // У світі математики. — 1998. — №4. — С. 26-29.
37. Слепкань З. І. Методика навчання математики : підручник / З. І. Слепкань. — К. : Вища школа, 2006. — 582 с.
38. Храмов А.В. О периодичности тригонометрических функций / А. В. Храмов // Математика в школе. — 2004, №1. — С. 9-10.
39. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел / К. Чандрасекхаран. — М. : Мир, 1974. — 187 с.
40. Шунда Н.М. Конструювання періодичних функцій : навчальний посібник / Н. М. Шунда. — Вінниця : ТОВ «фірма «Планер», 2011. — 213 с.
41. Эвнин А. Ю. Период суммы двух периодических функций / А. Ю. Эвнин // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. Серия «Математика. Физика. Химия». — 2005. — №2. — С. 56-61.
42. Ядренко М. Й. Принцип Діріхле і діофантові наближення / М. Й. Ядренко // У світі математики. — 2005. — №1. — С. 69-73.
43. Ядренко М. Й. Принцип Діріхле та його застосування / М. Й. Ядренко. — К.: Вища школа, 1985. — 80 с.
44. Якир М. С. О периодических функциях / Якир М. С., Полонский В. Б. // Спектр: Збірн. статей. — К. : НАН України : Міністерство освіти України, 1999. — С. 8-13.