

Михайленко Л.Ф.

ШКІЛЬНА МАТЕМАТИЧНА  
ОСВІТА ЗА КОРДОНОМ:  
КУРС ЛЕКЦІЙ

*Навчальний  
посібник для  
здобувачів  
вищої освіти за  
спеціальністю  
014 Середня  
освіта  
(Математика)*

Вінниця  
ТВОРИ  
2024

DOI: <https://doi.org/10.31652/978-617-552-594-4-1-216>

УДК 373.5.016:51(100)(075.8)

М 69

*Рекомендовано до видання вченою радою Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського (протокол № 9 від 28 лютого 2024р.)*

### **Рецензенти:**

**Матяш Ольга Іванівна**, доктор педагогічних наук, професор кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

**Ковальчук Майя Борисівна**, доктор педагогічних наук, професор кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету

### **Михайленко Л.Ф.**

М 69 Шкільна математична освіта за кордоном: курс лекцій. Навчальний посібник /Л.Ф. Михайленко. Вінниця : ТВОРИ, 2024. – 216 с.

ISBN 978-617-552-594-4

*Навчальний посібник «Шкільна математична освіта за кордоном: курс лекцій» призначений для здобувачів вищої освіти третього (освітньо-наукового) рівня. Посібник також може бути корисним для всіх здобувачів вищої освіти за спеціальністю 014 Середня освіта, які цікавляться кращими практиками закордонного досвіду шкільної математичної освіти. У посібнику висвітлено теоретичні аспекти дослідження закордонного досвіду математичної освіти, проаналізовано основні тенденції розвитку математичної освіти у провідних країнах світу та описано закордонний досвід підготовки майбутнього вчителя математики й досвід професійного розвитку вчителя математики.*

*Посібник може бути використаний викладачами університетів, які забезпечують методичну підготовку майбутніх учителів математики, у процесі підготовки і проведення лекційних та практичних занять, а також для організації самостійної пізнавальної діяльності студентів.*

**УДК 373.5.016:51(100)(075.8)**

© Михайленко Л.Ф., 2024

ISBN 978-617-552-594-4

© ТОВ "ТВОРИ", 2024

## ЗМІСТ

Передмова.....	5
1. Теоретичні аспекти дослідження закордонної математичної освіти.....	7
1.1. Провідні науково-дослідницькі журнали з математичної освіти як засіб якісної наукової комунікації.....	7
1.2. Вивчення досвіду всесвітньо відомих науковців у галузі методики навчання математики.....	15
1.3. Роль міжнародних професійних асоціацій у розвитку математичної освіти.....	18
1.4. Інструменти порівняльного аналізу навчання та викладання математики.....	33
1.5. Наукова етика та доброчесність: міжнародний досвід та його застосування в українському науковому середовищі.....	36
1.6. Міжнародний досвід інклюзивного навчання математики: впровадження та вдосконалення.....	40
2. Розвиток математичної освіти в країнах Європи, Азії та США.....	44
2.1. Європейські освітні традиції у дидактиці математики.....	44
2.2. Традиції математичної освіти в Східній Азії.....	59
2.3. Математична освіта в США.....	79
2.4. Розвиток соціальних та емоційних навичок учнів на уроках математики.....	91
2.5. Досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику.....	94
3. Реформи шкільної математичної освіти.....	98
3.1. Аналіз компонентів та типів навчальних програм.....	98
3.2. Визначні реформи шкільних навчальних програм з математики.....	103
3.3. Розробка та реформування навчальних програм у шкільній математиці.....	115

3.4.	Використання STEM-технологій у навчанні математики	127
3.5.	PISA і TIMSS: міжнародні порівняльні дослідження в навчанні математики	129
4.	Зарубіжний досвід підготовки майбутніх учителів математики	132
4.1.	Теоретичні засади якісної підготовки майбутнього вчителя математики	132
4.2.	Встановлення взаємозв'язків між математичною та методичною підготовкою вчителів математики	141
4.3.	Методична підготовка майбутніх вчителів математики	145
4.4.	Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики	157
4.5.	Метод проектів у навчанні математики: аналіз та адаптація закордонного досвіду для удосконалення вітчизняної методичної освіти	161
5.	Зарубіжний досвід професійного розвитку учителів математики	164
5.1.	Ресурси для професійного розвитку вчителів	164
5.2.	Оцінювання професійної компетентності вчителя математики	167
5.3.	Міжнародні погляди на знання вчителів математики, переконання та можливості їх навчання	178
5.4.	Цифрові технології у навчанні математики: закордонний досвід та перспективи для України	191
5.5.	Дистанційне та змішане навчання в математичній освіті: передовий закордонний досвід	194
	ДОДАТОК А	198

## Передмова

*Учітесь, читайте,  
І чужому навчайтесь,  
Й свого не цурайтесь.*

*Т.Г. Шевченко*

Інтеграція вітчизняної системи освіти у світовий освітній простір ставить перед освітянами завдання дослідження міжнародних стратегій розвитку шкільної математичної освіти. Вивчення закордонного досвіду шкільної математичної освіти сприятиме: створенню більш гнучкого, інноваційного та ефективного підходу до викладання математики в сучасному освітньому середовищі; знайомству освітян зі світовими тенденціями в галузі математичної освіти; аналізу ефективності міжнародного досвіду навчання математики; вивченню можливостей впровадження кращого міжнародного досвіду в українську систему шкільної математичної освіти.

Знайомство з різноманітними підходами та методиками викладання математики, які успішно застосовуються у різних країнах, сприяє розвитку міжкультурного розуміння та взаємовивчення досвіду, що може бути корисним як для викладачів, так і для студентів. Знання особливостей організації шкільної математичної освіти в інших країнах може стимулювати викладачів та студентів до власних наукових досліджень у галузі методики математики. Вивчення закордонного досвіду дозволяє

педагогам розвивати свої професійні навички та використовувати сучасні освітні технології.

Запропонований у посібнику зміст матеріалів для курсу лекцій, створює умови для творчого планування і проведення інноваційних лекцій (лекцію-диспут, проблемну лекцію, лекцію-конференцію, лекцію-бесіду або діалог з аудиторією тощо). Викладач із переліку запропонованих тем може визначити теми для самостійного опрацювання здобувачами та теми для вивчення, ознайомлення, обговорення на лекції. У кожному розділі посібника пропонується список сучасної фахової літератури, яку можна рекомендувати аспірантам, студентам для самостійного опрацювання. Список рекомендованої літератури створювався переважно за критеріями: 1) статтю опубліковано протягом останніх 5 років; 2) статтю опубліковано у відомому фаховому виданні; 3) стаття у вільному доступі (безкоштовна). Завершується кожний розділ запитаннями та завданнями для самостійної роботи, відповідаючи на які здобувач вищої освіти має змогу зорієнтуватися у власній обізнаності з даної теми.

Виокремлені питання закордонного досвіду шкільної математичної освіти не претендують на вичерпне її розкриття. Окремі теми авторського бачення можуть бути дискусійними.

Цей посібник створений з наміром стати засобом, який надає читачам актуальні знання, розширює їхні можливості та надихає на подальший розвиток в сфері математичної освіти в Україні.

Автор висловлює щире вдячність за плідну співпрацю та за слушні поради рецензентам – докторам педагогічних наук, професорам Ользі Іванівні Матяш та Майї Борисівні Ковальчук.

## 1. Теоретичні аспекти дослідження закордонної математичної освіти

### 1.1. Провідні науково-дослідницькі журнали з математичної освіти як засіб якісної наукової комунікації

Для розвитку науки суттєве значення мають своєчасне отримання, поширення та використання наукової інформації. Особливе місце в поширенні наукової інформації належить науковій комунікації. *Наукову комунікацію* трактують як обмін науковою інформацією (ідеями, знаннями, повідомленнями) між ученими та фахівцями, а також майстерність репрезентації наукових знань для широкої аудиторії. Стан наукової комунікації визначає життєздатність наукової спільноти, ефективність професійного спілкування її учасників. Традиційно, структура наукових комунікацій включає: особисті бесіди, очні наукові дискусії, усні доповіді (особисті мережі); публікації книг, наукових журналів, реферативних журналів (опосередковані мережі); наукові конференції, науково-технічні виставки (інтерактивні мережі).

Цифровізація науки та її розвиток сприяють тому, що однією із основних складових ефективної наукової комунікації є наукові журнали. У результаті, зростає важливість ранжування та оцінювання наукових журналів. Важливо використовувати у дослідницькій діяльності журнали з високою науковою якістю, особливо, досліднику-початківцю у галузі методики навчання математики. З цих причин Освітній комітет Європейського математичного товариства (EMS) спільно з Виконавчим комітетом Європейського товариства досліджень математичної освіти (ERME) і за підтримки Міжнародної комісії з навчання математики (ICMI) вирішили в 2011 році організувати

консультацію, щоб запропонувати класифікацію науково-дослідницьких журналів з математичної освіти на основі експертної оцінки.

Було сформовано робочу групу (об'єднала членів правління ERME та членів освітнього комітету EMS), які підготували список наукових журналів з математичної освіти для оцінювання. У той же час було створено групу з 91 експерта в галузі математичної освіти, що представляла 42 країни-члени EMS та ERME. Кожна країна була представлена від одного до семи експертів, відповідно до розміру спільноти дослідників математичної освіти в кожній країні. З цими експертами зв'язалися та попросили оцінити обрані журнали за шкалою, представленою нижче. Їм також було запропоновано сформулювати будь-які коментарі, які вони хотіли б зробити щодо процесу, і запропонувати інші назви журналів, якщо вони вважають, що важливі журнали відсутні в списку.

Експертам було запропоновано оцінити журнали за чотирибальною шкалою: А\*, А, В, С, або заявити, що вони не знають журнал, і позначити його знаком Х. Шкала була визначена відповідно до чотирьох вимірів, що характеризують: визнання; процес рецензування та стандарти якості; редактори та редколегія; і цитування. Наприклад, критерії рангу А описуються так:

*Визнання:* журнал визнаний серед дослідників у всьому світі як сильний журнал у галузі математичної освіти.

*Процес рецензування та стандарти якості:* завдяки систематичному процесу рецензування журнал підтримує високі стандарти з метою публікації досліджень, які демонструють інтелектуальну строгість, оригінальність і значущість, які будуть визнані цінним внеском у цю сферу.

*Редактор(и) і редакційна колегія:* Редактор(и) і члени редакційної колегії журналу самі є високоповажними дослідниками, багато з яких вже визнані міжнародними лідерами в галузі математичної освіти.

*Цитування:* Журнал регулярно цитується в інших журналах, і багато високоякісних наукових публікацій з математичної освіти містять деякі посилання на опубліковану в ньому роботу.

Критерії рангу В описуються так:

*Визнання:* журнал визнаний дослідниками в усьому світі як поважний журнал у галузі математичної освіти.

*Процес рецензування та стандарти якості:* завдяки процесу рецензування журнал встановлює стандарти строгості, оригінальності та значущості, які викликають міжнародну повагу в галузі.

*Редактор(и) і редакційна колегія:* редактор(и) і члени редакційної колегії журналу самі є відомими дослідниками в галузі математичної освіти.

У результаті, тільки 75 експертів, які представляють 32 країни дали свої відповіді. Робоча група, що об'єднала членів правління ERME та членів освітнього комітету EMS, прийняла такі рішення: 1) підтвердити оцінку A\*, A, B, C для всіх журналів, які отримали оцінку A\*, A, B, C від 50 експертів або більше (принаймні дві третини експертів); 2) вилучити зі списку всі журнали, які мають більше 25 позначок X (більше третини експертів заявляють, що не знають журналу). Деякі експерти запропонували додаткові журнали, що не були внесені до початкового списку, проте, жодна назва не була запропонована більш ніж 8 експертами, тому вирішили не додавати запропоновані журнали до списку. Отже: два журнали отримали оцінку A\*; п'ять журналів отримали оцінку A; п'ять журналів

отримали оцінку В; і п'ять журналів отримали оцінку С. З початкового списку з 28 було вилучено 11 журналів, оскільки понад 25 експертів заявили, що не знають цих журналів [1].

У наведеній нижче таблиці представлені остаточні результати процесу оцінювання.

**Таблиця 1.1.** Список наукових журналів з математичної освіти (станом на січень 2023)

	Назва журналу	Електронна адреса журналу	Доступ	Роки охоплення Scopus
А *	Educational Studies in Mathematics (Педагогічні дослідження математики)	<a href="https://www.springer.com/journal/10649">https://www.springer.com/journal/10649</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 1968 року по теперішній час
	Journal for Research in Mathematics Education (Журнал досліджень математичної освіти)	<a href="https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/jrme-overview.xml">https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/jrme-overview.xml</a>	Платний доступ	3 1996 року по 2020 рік
А	For the Learning of Mathematics (Для навчання математики)	<a href="https://flm-journal.org/">https://flm-journal.org/</a>	Платний доступ	3 2011 року по теперішній час
	The Journal of Mathematical Behavior (Журнал математичної поведінки)	<a href="https://www.sciencedirect.com/journal/the-journal-of-mathematical-behavior">https://www.sciencedirect.com/journal/the-journal-of-mathematical-behavior</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 1994 року по теперішній час
	Journal of Mathematics Teacher Education (Журнал	<a href="https://www.springer.com/journal/10857">https://www.springer.com/journal/10857</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 2005 року по теперішній час

	підготовки вчителів математики)			
	Mathematical Thinking and Learning (Математичне мислення та навчання)	<a href="https://www.tandfonline.com/journals/html20">https://www.tandfonline.com/journals/html20</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 2009 року по теперішній час
	ZDM - International Journal on Mathematics Education (ZDM – Міжнародний журнал математичної освіти)	<a href="https://www.springer.com/journal/11858/">https://www.springer.com/journal/11858/</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 1997 року по теперішній час
B	International Journal of Mathematical Education in Science and Technology (Міжнародний журнал математичної освіти в науці та техніці)	<a href="https://www.tandfonline.com/toc/tmes20/current">https://www.tandfonline.com/toc/tmes20/current</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 1970 року по теперішній час
	International Journal of Science and Mathematics Education (Міжнародний журнал наукової та математичної освіти)	<a href="https://www.springer.com/journal/10763">https://www.springer.com/journal/10763</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 2003 року по теперішній час
	Mathematics Education Research Journal (Журнал дослідження математичної освіти)	<a href="https://www.springer.com/journal/13394">https://www.springer.com/journal/13394</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 1989 року по теперішній час

	Recherches en Didactique des Mathématiques (Дослідження в галузі дидактики математики)	<a href="https://revue-rdm.com/">https://revue-rdm.com/</a>	Платний доступ	
	Research in Mathematics Education (Дослідження в галузі математичної освіти)	<a href="https://www.tandfonline.com/journals/rme20">https://www.tandfonline.com/journals/rme20</a>	Наявні статті у відкритому доступі	З 1998, з 2000 року по теперішній час
C	Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education (Канадський журнал науки, математики та технологічної освіти)	<a href="https://www.springer.com/journal/42330">https://www.springer.com/journal/42330</a>	Наявні статті у відкритому доступі	З 2001 року по теперішній час
	Journal für Mathematik-Didaktik (Журнал дидактики математики)	<a href="https://www.springer.com/journal/13138">https://www.springer.com/journal/13138</a>	Наявні статті у відкритому доступі	З 1980 по 1995, з 1997 по 2002, з 2004 по 2005, з 2007 року по теперішній час
	Nordisk matematikdidaktik / Nordic Studies in Mathematics Education, NOMAD (Північні дослідження в	<a href="https://ncm.gu.se/aktuellt">https://ncm.gu.se/aktuellt</a>	Платний доступ	

математичній освіті)			
Technology, Knowledge and Learning (formerly: International Journal of Computers for Mathematical Learning) (Технології, знання та навчання)	<a href="https://www.springer.com/journal/10758">https://www.springer.com/journal/10758</a>	Наявні статті у відкритому доступі	3 2011 року по теперішній час
The Montana Math Enthusiast (Монтанський ентузіаст математики)	<a href="https://www.academia.edu/48920382/The_Montana_Mathematics_Enthusiast_ISSN_1551_3440">https://www.academia.edu/48920382/The_Montana_Mathematics_Enthusiast_ISSN_1551_3440</a>	Вільний доступ	3 2013 року по теперішній час

Автори статті Гюнтер Тернер (Guenter Toerner), Фердінандо Арцарелло (Ferdinando Arzarello) [1] та деякі експерти висловили у своїх коментарях окремі зауваження, зокрема:

- ✓ оцінка, яку визначили європейські експерти, ризикує бути євроцентричною;
- ✓ у перелік було включено лише журнали, які відкрито орієнтовані на математичну освіту. Журнали про освіту в цілому також є дуже важливими для дослідника в цій галузі і не згадуються в списку;
- ✓ у списку, в основному журнали, написані англійською мовою;
- ✓ журнали на більш конкретні теми, зокрема статистичну освіту, невідомі багатьом експертам, але також можуть мати високу наукову якість.

Усі ці зауваження свідчать про можливість подальших таких досліджень, про доцільність запровадження подібного оцінювання на всесвітньому рівні, із включенням у список журналів мовами, відмінними від англійської, та журналів з певною тематикою. Наукова якість журналів постійно удосконалюється, процес рецензування може сприяти покращенню журналів, що цього разу не ввійшли у рейтинговий список. Також, схема оцінювання та критерії оцінювання мають оновлюватися та вдосконалюватися.

Варто відзначити, що даний список провідних наукових журналів у галузі математичної освіти є актуальним вже понад десятиліття.



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Обґрунтуйте ефективність системи оцінювання наукових журналів, яку запропонували автори статті [1]. Чи вважаєте ви, що така система може відобразити реальну якість та важливість наукових публікацій?
- ❖ З'ясуйте, які журнали називають гібридними. Ознайомтесь із ціною політикою доступу до запропонованих у таблиці журналів.



### *Список використаних джерел:*

1. Toerner G., Arzarello F. Grading Mathematics Education Research Journals. *European Society for Research in Mathematics Education*. URL: [http://erme.site/wp-content/uploads/2021/06/EMS-ERME-Ranking\\_Journals\\_Project.pdf](http://erme.site/wp-content/uploads/2021/06/EMS-ERME-Ranking_Journals_Project.pdf) (date of access: 23.01.2023).

2. Михайленко Л.Ф. Провідні науково-дослідницькі журнали з математичної освіти як засіб якісної наукової комунікації. Актуальні проблеми фізики, математики, інформатики та методики їх навчання: матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, 18-20 січня 2023 року. К. Вид-во УДУ імені Михайла Драгоманова, 2023. С.146-149.

### ***1.2. Вивчення досвіду всесвітньо відомих науковців у галузі методики навчання математики***

Для дослідників-початківців у галузі математичної освіти, аспірантів, наукових наставників та для тих хто прагне вдосконалити власні здібності щодо розробки, проведення та публікації якісних досліджень у сфері математичної освіти створено ряд публікацій, зокрема, серію тематичних томів – «Дослідження математичної освіти», яка упорядковує та поширює досвід всесвітньо відомих науковців у галузі методики навчання математики щодо планування, проведення та публікації якісних досліджень у сфері математичної освіти (<https://www.springer.com/series/13030>). Ця книжкова серія складається із 26 томів, що опубліковані видавництвом Springer Nature з 2014 по 2023 рік. Наприклад, книга «Дослідження: новий посібник для дослідників» [2] є практичним посібником для проведення високоякісних досліджень у сфері математичної освіти. Опираючись на значний досвід авторів, які є досвідченими дослідниками, наставниками і членами редакційної групи Journal for Research in Mathematics Education (JRME), у книзі розповідається про кожну фазу процесу концептуалізації, проведення та поширення високоякісних досліджень у сфері (математичної) освіти. Зокрема, автори дають відповіді на

питання: Що таке дослідження і навіщо їх проводити? Як формулювати гіпотези наукових досліджень? Які теоретичні основи використовувати у дослідженнях? Які методи використовувати для перевірки свої гіпотези? Як встановити значущість проведеного дослідження?[2]

Серед частин книжкової серії: Монографії ІСМЕ-13, є збірник «Компендіум для молодих дослідників математичної освіти». Мета цього збірника, написаного досвідченими дослідниками в галузі математичної освіти, полягає в тому, щоб покращити знання дослідників, які починають кар'єру про стан галузі та як розповсюдити власні дослідження шляхом публікації. Зміст книги поділений на чотири розділи: «Емпіричні методи», «Важливі теми з математичної освіти», «Академічне письмо та академічні публікації», а також розділ «Погляд у майбутнє».

Розділи базуються на темах семінарів, які були представлені на Дні дослідника ранньої кар'єри на 13-му Міжнародному конгресі з математичної освіти (ІСМЕ-13). Поєднання презентацій про методологічні підходи та теоретичні перспективи, що формують сферу досліджень математичної освіти, а також сильний акцент на академічній літературі та публікації, запропонували глибоке розуміння теоретичних та емпіричних основ дослідження математичної освіти для дослідників на початку кар'єри в цій галузі. Ґрунтуючись на цих презентаціях, книга містить найсучасніший огляд важливих теорій математичної освіти та широкий спектр емпіричних підходів, які зараз широко використовуються в дослідженнях математичної освіти [1].

Цей збірник допомагає дослідникам на початку кар'єри у виборі теоретичних підходів і прийнятті найбільш відповідних методологічних підходів для власних досліджень. Крім того, це допомагає дослідникам-початківцям математичної освіти

уникнути поширених пасток і проблем під час написання своїх досліджень, а також надає їм огляд найважливіших журналів для досліджень у галузі математичної освіти, допомагаючи їм вибрати правильне місце для публікації та розповсюдження їхньої роботи [2].



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Визначити актуальні теми математичної освіти, які зараз широко використовуються в дослідженнях у галузі дидактики математики.
- ❖ Здійснити порівняльний аналіз публікацій, щодо підготовки якісної статті. Визначити структуру наукової статті у галузі математичної освіти.



### *Список використаних джерел:*

1. *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* / ed. by G. Kaiser, N. Presmeg. Cham : Springer International Publishing, 2019. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7> (date of access: 23.01.2023).
2. *Doing Research: A New Researcher's Guide* / J. Hiebert et al. Cham : Springer International Publishing, 2023. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-19078-0> (date of access: 23.01.2023).

### **1.3. Роль міжнародних професійних асоціацій у розвитку математичної освіти**

Нині спостерігається тенденція до створення різноманітних професійних об'єднань у галузі математичної освіти для підтримки спільної діяльності спрямованої на: забезпечення обміну інформацією для доступності міжнародних досліджень з математичної освіти (у Європі та в усьому світі); узагальнення та використання педагогічного досвіду; сприяння підвищенню якості навчання математики. З поміж таких об'єднань можна виокремити: ERME (Європейське товариство досліджень з математичної освіти) [3]; ICME (Міжнародний конгрес з математичної освіти) [5]; DZLM (Німецький центр математичної підготовки вчителів) [2]; NCTM (Національна рада вчителів математики (США та Канада) [6]; ATM (Асоціація вчителів математики (Великобританія)) **Помилка! Джерело посилання не знайдено.** та багато інших. Такі об'єднання: організують різні з'їзди, конференції з широким спектром тем досліджень у галузі методики навчання математики; публікують професійно спрямовані видання (друковані та онлайн); забезпечують проведення літніх шкіл, де досвідчені педагогі-дослідники працюють разом з початківцями; сприяють підтримці та розвитку математичної освіти в країнах, що не входять у ці об'єднання; створюють і фінансують проектні групи з вивчення конкретних методичних проблем та проводять інші тематичні заходи. Розглянемо детальніше мету, завдання та види діяльності найвпливовіших професійних об'єднань: ERME та ICMI.

#### **1.2.1. ERME**

У травні 1997 року представники 16 європейських країн зустрілися в Оснабрюку (Osnabrueck), Німеччина, щоб заснувати нове товариство, ERME (Європейське товариство досліджень з математичної освіти), з метою сприяти комунікації, взаємодії та

співпраці в дослідженнях математичної освіти в Європі. Заснування цього товариства відбулося на конгресі CERME у серпні 1998 року, також в Оснабрюку (Osnabrueck). До основних видів діяльності цього товариства можна віднести:

✓ організація конгресів з широким спектром тем; організація літніх шкіл, де досвідчені дослідники працюють разом з початківцями, та інші види тематичної діяльності.

✓ заохочення та підтримка спільної діяльності за спільними темами та інтересами, спрямовану на:

- з'ясування того, які дослідження проводяться в різних місцях Європи, та як можна отримати користь від більш широкого дослідження;
- вихід за межі місцевого контексту для підвищення знань і розуміння в наукових сферах;
- об'єднання та використання досвіду у суміжних галузях для розширення наукових знань;
- визначення ключових галузей наукового інтересу чи занепокоєння, які мають бути головною увагою для спільних досліджень у більш широкому масштабі;

✓ забезпечення передачі інформації для підвищення видимості та доступності європейських досліджень математичної освіти (в Європі та в усьому світі). Засоби комунікації включають матеріали, журнали, інформаційні бюлетені, книги, Інтернет, веб-сайти, відеоконгреси, інтерактивні компакт-диски, віртуальні групи.

✓ підтримка аспірантів, зокрема, підготовка дослідників у галузі математичної освіти за допомогою Конгресу, літніх шкіл; обмін студентами та вчителями; можливості для докторантури та між європейської співпраці щодо презентації дисертацій.

✓ підтримка інших заходів, які сприяють досягненню цілей спілкування, взаємодії та співпраці між членами товариства.

Що два роки проводиться конгрес **CERME** з днем **YERME**. CERME – це конгрес, покликаний розвивати комунікативний дух. Організатори навмисне та виразно переходять від дослідницьких презентацій окремими особами до спільної групової роботи. Головною особливістю конгресу є низка тематичних груп, учасники яких працюють разом у спільній дослідницькій сфері. Дослідники, які бажають представити доповідь на Конгресі, повинні подати доповідь до однієї з цих груп. Окрім тематичних груп, проводяться пленарні засідання з можливістю обговорити та повідомити роботу кожної групи іншим учасникам; стендові сесії для нових дослідників та інших, щоб повідомити про свою роботу та отримати відгук; а також сесії для обговорення роботи та напрямків ERME.

Традиційно на конгресі працює 27 секцій за науковими інтересами:

- TWG 1: Аргументація та доведення;
- TWG 2: Арифметичні та числові системи;
- TWG 3: Алгебраїчне мислення;
- TWG 4: Викладання та навчання геометрії;
- TWG 5: Навчання ймовірності та статистиці;
- TWG 6: Математичне моделювання;
- TWG 7: Математична освіта дорослих;
- TWG 8: Афективність у навчанні та вивченні математики;
- TWG 9: Розвиток математичної мови;
- TWG 10: Математична освіта у соціальній, культурній та політичній сфері;
- TWG 11: Алгоритміка;
- TWG 12: Історія математичної освіти;

TWG 13: Викладання та навчання математики у початковій школі;

TWG 14: Викладання та навчання математики в університеті;

TWG 15: Викладання математики з використанням технологій та інших ресурсів;

TWG 16: Вивчення математики за допомогою технологій та інших ресурсів;

TWG 17: Теоретичні перспективи та підходи в математичній освіті;

TWG 18: Навчання вчителів та підвищення кваліфікації вчителів математики;

TWG 19: Викладання математики та досвід вчителів;

TWG 20: Знання вчителів математики, переконання та ідентичність;

TWG 21: Оцінювання навчальних досягнень учнів з математики;

TWG 22: Навчальні ресурси та проектування завдань у математичній освіті;

TWG 23: Впровадження результатів досліджень у математичну освіту;

TWG 24: Наочність у навчанні учнів математики;

TWG 25: Інклюзивна математична освіта – виклики для учнів з особливими потребами;

TWG 26: Математика в контексті STEM освіти;

TWG 27: Професійна підготовка та підтримка вчителів математики.

YERME-Day (для молодих дослідників ERME) відбудеться за день до конгресу CERME. Програма YERME-Day надає учасникам можливість зустрітися з науковцями європейської математичної освіти. Крім того, це можливість для

зустрічі та спілкування з молодими дослідниками з інших країн, які досліджують подібні та не дуже схожі дослідницькі питання. Учасниками можуть бути студенти магістратури, аспіранти з математичної освіти, дослідники зі ступенем доктора філософії з математичної освіти або дослідники з нещодавнім докторським ступенем у тісно пов'язаній дисципліні, які мають на меті зайнятися дослідженнями в галузі математичної освіти. Для участі у YERME-Day, молоді дослідники повинні попередньо зареєструватися на CERME. Дати проведення CERME, YERME-Day та матеріали всіх конгресів можна переглянути за посиланням: <http://erme.site/cerme-conferences/>.

Починаючи з 2016 року, проводяться **тематичні конференції ERME** на різні теми. Тематичні конференції ERME (ETC) – це конференції, організовані на конкретну дослідницьку тему або теми, пов'язані з роботою ERME, представлені в асоційованих робочих групах на конференціях CERME. Їхня мета полягає в тому, щоб розширити роботу групи або груп у певних напрямках, які мають очевидну цінність для дослідницької спільноти математичної освіти.

Тематичні конференції ERME ведуть члени ERME, які були керівниками робочих груп і мають повноваження дослідників у запропонованих тематичних областях. Вони чітко спираються на європейські дослідження математичної освіти та залучають до участі дослідників з Європи та інших країн. ETC базуються на європейських дослідженнях, цінуючи при цьому ширші перспективи. Вони мають міждисциплінарний або багатогранний характер, об'єднуючи учасників, які зазвичай відвідують різні тематичні робочі групи в CERME.

Підготовка ETC відбувається за процедурою, подібною до підготовки робочих груп у CERME, з використанням подібних інструкцій з можливими адаптаціями. Окрім комунікації та

співпраці, які можуть розвинути в результаті цієї діяльності, очікуваним результатом ЕТС є створення набору рецензованих матеріалів під назвою ERME, які також можуть бути доступні в Інтернеті, і які самі по собі сприяють для просування знань у галузі. Тематичні конференції, зазвичай відбуваються протягом року, коли CERME не відбувається. До 2021 року включно організовано десять тематичних конференцій ERME. Список із посиланнями на веб-сайти та матеріали можна переглянути за посиланням: <http://erme.site/topic-conferences/>.

**Книжкова серія ERME** *New Perspectives on Research in Mathematics Education* була створена у 2018 році спільно з видавництвом Routledge. У спільноті ERME та за її межами зростає кількість суттєвих досліджень математичної освіти, які сформовані духом спілкування, взаємодії та співпраці ERME. Публікації серії ERME спрямовані на розуміння та покращення навчання та викладання математики в школах, коледжах та університетах, а також у неформальних умовах (наприклад, пов'язаних із позакласною математикою чи самоорганізованими мережами вчителів). Список книг із посиланнями на видавництво та попередній перегляд за посиланням: <http://erme.site/erme-series/>.

### 1.2.2. ІСМІ

Міжнародна комісія з навчання математики (ІСМІ) займається розвитком математичної освіти на всіх рівнях і є комісією Міжнародного математичного союзу (ІМУ), є міжнародною неурядовою та некомерційною науковою організацією, метою якої є сприяння міжнародній співпраці в галузі математики.

Міжнародна комісія з навчання математики (ІСМІ) заснована на Міжнародному конгресі математиків у Римі в 1908 році з початковим напрямом – аналіз подібності та відмінностей

у викладанні математики в середній школі в різних країнах. Відтоді ІСМІ значно розширив свої цілі та напрями діяльності.

ІСМІ проводить форум для сприяння роздумам, співпраці, обміну та поширенню ідей щодо викладання та вивчення математики від початкового до університетського рівня. ІСМІ працює над стимулюванням, створенням, удосконаленням та розповсюдженням останніх результатів досліджень та доступних ресурсів для навчання (наприклад, навчальні матеріали, педагогічні методи, використання технологій тощо).

Комісія має на меті сприяти поширенню та розумінню інформації про всі аспекти теорії та практики сучасної математичної освіти з міжнародної точки зору. ІСМІ має додаткову мету – забезпечити зв'язок між дослідниками в галузі освіти, розробниками навчальних програм, розробниками освітньої політики, вчителями математики, математиками, викладачами математики та іншими, зацікавленими в математичній освіті в усьому світі.

ІСМІ бере на себе ініціативу в урочистих заходах, публікаціях та інших програмах, спрямованих на подальший розвиток математичної освіти та покращення суспільного оцінювання математики. ІСМІ також відповідає за проведення діяльності ІМУ з математичної чи природничої освіти. Для досягнення своїх цілей ІСМІ співпрацює з різними тематичними та регіональними групами, сформованими всередині або поза його структурою.

Серед міжнародних організацій, що займаються математичною освітою, ІСМІ вирізняється тісними зв'язками з професійними спільнотами математиків і вчителів математики, а також своєю широтою – тематичною, культурною та регіональною.

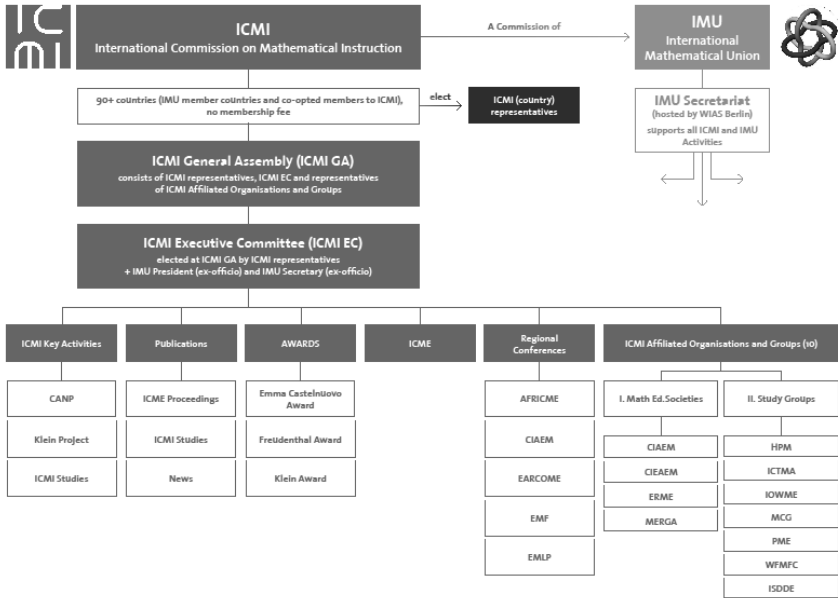


Рис. 1.1. Структура ІСМІ

Як комісія, ІСМІ визначається двома складовими компонентами. Першим компонентом є Виконавчий комітет, Генеральна асамблея ІСМІ обирає Виконавчий комітет на чотирирічний термін. Обов'язком виконавчого комітету є ведення діяльності ІСМІ відповідно до його Положення та під керівництвом й наглядом його членів.

Другим компонентом є набір представників ІСМІ держав-членів. Представники призначаються Організаціями-приєднувачами чи комітетами з математики відповідних країн або від їхнього імені. Слід зазначити, що Україна є державою-членом ІСМІ, Приєднана організація – Українське математичне товариство (Інститут математики НАН України).

Члени Виконавчого комітету та представники ІСМІ складають Генеральну асамблею ІСМІ, яка скликається кожні чотири роки разом із Міжнародним конгресом з математичної освіти (ІСМЕ), що проводиться раз на чотири роки. Представники членських організацій ІСМІ запрошуються на загальну асамблею, але не мають права голосу.

ІСМІ включає тематичні афілійовані організації, кожна з яких зосереджена на певній сфері інтересів щодо вивчення математичної освіти відповідно до цілей Комісії. На даний момент існує сім тематичних афілійованих організацій ІСМІ, перерахованих нижче з роками приєднання:

СІЕАЕМ: Міжнародна комісія з вивчення та вдосконалення викладання математики (2010)

НРМ: Міжнародна дослідницька група зі зв'язків між історією та педагогікою математики (1976)

ІСТМА: Міжнародна дослідницька група з математичного моделювання та застосувань (2003)

ІSDDE: Міжнародне товариство дизайну та розвитку в освіті (2017)

ІOWME : Міжнародна організація жінок і математичної освіти (1987)

МСG: Міжнародна група математичної творчості та обдарованості (2011)

РМЕ: Міжнародна група психології математичної освіти (1976)

WFNMC: Всесвітня федерація національних математичних змагань (1994)

Посилання на перераховані афілійовані організації ІСМІ, можна знайти за посиланням:  
<https://www.mathunion.org/icmi/organization/affiliate-organizations>.

Діяльність Міжнародної комісії з навчання математики включає:

- ✓ Проведення досліджень в галузі математичної освіти, та публікація їх результатів;
- ✓ Підтримка країн, що розвиваються;
- ✓ Створення та оновлення бази даних навчальних програм з математики в усьому світі;
- ✓ Проведення конференцій;
- ✓ Проект Klein;
- ✓ Проект трубопроводу;
- ✓ Проект міжнародна математична виставка «Experiencing Mathematics!».

Детальніше ознайомитись із діяльністю організації ICMI можна за посиланням <https://www.mathunion.org/icmi/activities/icmi-studies-activities>.

Для з'ясування ролі професійних асоціацій у математичній освіті, дискусійній групі 28 на ICME-11 (Монтеррей, Мексика, 2008) було запропоновано знайти відповідь на питання за темою «Роль професійних асоціацій у математичній освіті: локально, регіонально та глобально»:

- ✓ Як різні групи, що складаються із математиків, вчителів математики та дослідників математичної освіти бачать свої ролі у сприянні, вдосконаленні досліджень і практики математичної освіти?
- ✓ Як вони (математики, вчителі математики та дослідники математичної освіти) виконують свою роботу?
- ✓ Яка їхня роль у освітній реформі?
- ✓ Якою мірою різні групи (математики, вчителі математики та дослідники математичної освіти) співпрацюють між собою?

- ✓ Чи варто зміцнювати стосунки між асоціаціями?
- ✓ Чи є нова роль асоціацій у контексті поточної глобальної тенденції щодо оцінювання результатів за допомогою PISA, TIMSS тощо?
- ✓ Чи потрібно заснувати всесвітню федерацію асоціацій вчителів математики, щоб допомогти реагувати на цю та інші глобальні тенденції та проблеми?

Корін Хан (Corinne Hahn), Вілл Мороні (Will Morony) та Томас Ресіо (Tomás Recio), у своїй статті [4] навели узагальнені результати опитування учасників різних об'єднань. Зокрема, науковці прийшли до наступних висновків:

1) Асоціації математиків, викладачів математики та дослідників математичної освіти ставлять перед собою досить високі цілі. Зазвичай, у формулювання *мети діяльності* об'єднання включають твердження:

- сприяти обміну ідеями та досвідом між членами спільноти, а також налагодження професійних зв'язків між спільнотами (дослідниками різних галузей; дослідниками та вчителями тощо);
- покращити математичну освіту (у переважній більшості об'єднання стверджують, що їхня робота покращить математичну освіту та допоможе краще задовольнити потреби учнів, підтримуючи роботу вчителів математики). Цього можна досягти, на їх думку, шляхом поширення результатів досліджень, обговорення та впровадження інноваційних педагогічних практик серед учителів, а також шляхом підтримки людей, які займаються критичними питаннями математичної освіти, а

також шляхом підвищення обізнаності дослідників про потреби вчителів;

- популяризація математики. Мета полягає в тому, що дослідники спілкуються про математику поза математичною освітньою спільнотою. Тому вони сприяють математичному вихованню та збільшенню інтересу до математики та математичної освіти. Вони «підвищують обізнаність про математику як інструмент для пізнання світу» та «сприяють більшому інтересу до ефективного вивчення математики».

Різні об'єднання по-різному формулюють *мету* своєї роботи, проте їхні наміри зазвичай групуються в три групи: підтримка дослідження в галузі математичної освіти, підтримка роботи вчителів і допомога учням і громаді.

2) До основних *видів діяльності* асоціацій математиків, викладачів математики та дослідників математичної освіти відносять: видання журналів, проведення зустрічей, вплив на освітню політику, вплив на діяльність учнів, спілкування.

3) *Зв'язок між викладачами та дослідниками.* Асоціації можуть бути структурами (офіційними органами), які будують мости між різними групами людей, які працюють у сфері математичної освіти. Такий зв'язок може покращити спілкування між «дослідниками», «математиками» та «вчителями» (у відповідях на опитування зазначено, що ці прогалини існують у багатьох країнах і багатьма способами). Це важлива роль і внесок, який асоціації можуть зробити в здоров'я сфери математичної освіти всередині та між країнами. Журнали та веб-сайти асоціацій можна використовувати для просування та інформування професійних бесід на рівні школи та за її межами. Інформація та професійні бесіди можуть допомогти вчителям визначити та

сформулювати дослідницькі питання; потім вони зможуть працювати з дослідниками, щоб відповісти на ці питання.

4) Ще одна роль математичних асоціацій, полягає в тому, що вони *комунікують з відповідними органами влади* щодо політики математичної освіти. Деякі організації заявляють, що мають досить незначний вплив на освітню політику, тоді як інші повідомляють, що мають важливий вплив. Цей вплив не залежить від розміру асоціації, точніше це пов'язано з особливим становищем деяких членів асоціації.

5) Основна роль асоціацій вчителів – подолання «ізоляції» вчителів. Робота в школі зосереджена на повсякденних справах, тоді як асоціації мають можливість вирішити проблему професійної ізоляції вчителів, надаючи інформацію та допомагаючи вчителям почуватися та бути професійно пов'язаними з іншими. Ізоляція є особливою проблемою в географічно великих країнах, таких як Канада та Австралія, хоча це не обов'язково питання географії — перебування в школі без однодумців і професійно орієнтованих колег також може бути надзвичайною ізоляцією для вчителя математики. Вчителям потрібна постійна підтримка (як індивідуально, так і в групах на рівні школи), щоб реалізувати те, про що вони дізналися, і отримати заохочення до спроб нових підходів. Для надання такої підтримки можна і потрібно використовувати Інтернет. Залучення та підтримка вчителів з боку асоціацій допомагає вчителям почати сприймати себе як дослідників своєї практики, які можуть працювати з дослідниками для дослідження та вирішення освітніх питань.

6) Діяльність асоціацій також характеризується проблемами, зокрема: незалежність асоціацій від уряду та інших офіційних інституцій; проблема залучення. *Проблема незалежності* є важливою, оскільки діяльність професійних

об'єднань напряду пов'язана із фінансовою незалежністю, це дозволяє асоціаціям бути автентичним голосом професії. Для вирішення *проблеми залучення*, асоціаціям потрібні стратегії, щоб підтримувати зацікавленість, залучення та активність людей «назавжди». Є дві проблеми: перша – це «вигорання», коли раніше активні люди стають менш залученими до роботи асоціації внаслідок переслідування інших особистих чи професійних інтересів; друга – це «споживча орієнтація» членів — вони оцінюють асоціацію за тим, що вона їм надає, і не запитують, як вони можуть зробити внесок у поточну роботу.

Результати опитування DG28 і подальші обговорення показали, що асоціації в різних країнах мають багато схожих проблем та мають різні стратегії для вирішення цих спільних завдань. Обмін цими стратегіями може сприяти виокремленню ідей, підходів та прикладів, які можна буде прийняти або адаптувати в інших країнах. Кожна асоціація може створити портал (міжнародну сторінку), що містить доступ до документів, інтерактивних математичних інструментів, підсумків національних питань, заяв про позицію та вибраних статей з її журналів. Дослідники вважають, що якби кожне з об'єднань створило таку сторінку та оприлюднило ресурс для своїх членів, то міжнародний діалог пришвидшився б, а потік ідей посилювався б. За умови невеликої координації ця концепція може швидко розвинутися та стати значним внеском у роботу вчителів математики, викладачів вчителів та інших у багатьох країнах. Національні асоціації можуть визначити контактну особу, яка розмовляє англійською мовою, як контактну особу, здатну сприяти особистим зв'язкам у відповідних випадках. Роздуми про різні методи досягнення визначених цілей можуть стати предметом обговорення в ІСМІ та на наступних ІСМЕ [7].



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Ознайомтесь із проєктами: Klein; Трубопровід; Міжнародна математична виставка «Experiencing Mathematics!». Як саме і чому вони можуть впливати на залучення учнів до вивчення математики?
- ❖ Які асоціації, об'єднання дослідників у галузі дидактики математики є в Україні? Розкрийте мету і зміст їх діяльності.



### *Список використаних джерел:*

1. Association of Teachers of Mathematics - ATM. Association of Teachers of Mathematics - ATM. URL: <https://www.atm.org.uk/> (date of access: 23.01.2023).
2. DZLM. URL: <https://www.dzlm.de/> (date of access: 23.01.2023).
3. European Society for Research in Mathematics Education. URL: <http://erme.site/> (date of access: 23.01.2023).
4. Hahn C., Morony W., Recio T. *The role of professional associations in mathematics education*. [https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/The\\_role\\_of\\_professional\\_associations\\_in\\_mathematics\\_education.pdf](https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/The_role_of_professional_associations_in_mathematics_education.pdf).
5. ICMI | International Mathematical Union (IMU). Home | International Mathematical Union (IMU). URL: <https://www.mathunion.org/icmi> (date of access: 23.01.2023).
6. National Council of Teachers of Mathematics. URL: <https://www.nctm.org> (date of access: 23.01.2023).

7. Selter, C., Walter, D. (2020). Supporting Mathematical Learning Processes by Means of Mathematics Conferences and Mathematics Language Tools. In: van den Heuvel-Panhuizen, M. (eds) International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_13)

#### **1.4. Інструменти порівняльного аналізу навчання та викладання математики**

Вивчення досвіду організації математичної освіти включає в себе аналіз та оцінку методів та прийомів, які застосовуються в навчальних закладах та системах освіти. Для проведення такого дослідження, використовують різноманітні методи, такі як аналіз навчальних програм, спостереження за уроками, опитування вчителів та учнів, а також вивчення літератури з питань методики навчання математики. Підвищення якості викладання математики, вважається, основним засобом, покращення результатів навчання учнів. Таким чином, існує інтерес до розробки інструментів спостереження в класі щодо ефективності навчання учнів.

Найпоширенішими підходами вивчення викладання в класі є:

- пряме порівняння двох систем або підходів до окремих країн для визначення подібності чи відмінності;
- зосередження на конкретній країні як на точці відліку, а потім порівняння інших країн зі створеними контрольними показниками;
- однаково порівнюються кілька країн і проводиться комплексний статистичний аналіз як засіб

дослідження ефективності навчання в різних контекстах [2].

У наукових дослідженнях найчастіше використовують наступні порівняльні інструменти спостереження у класі: Global Teaching Insights (GTI); Teach; International Comparative Analysis of Learning and Teaching (ICALT); Virgilio Teacher Behavior Inventory (VITB); International System for Teacher Observation and Feedback (ISTOF).

Global Teaching Insight розроблено OECD (Організація економічного співробітництва та розвитку). Інструмент використовувався для отримання загальної картини якості викладання у восьми країнах: Чилі, Колумбія, Англія (Великобританія), Німеччина, Японія, Іспанія, Мексика, Китай. GTI фіксує ефективну поведінку викладання з точки зору трьох загальних областей: управління класом, соціально-емоційна підтримка та навчання. Напрямок дослідження «навчання» далі поділяється на три піднапрями: дискурс, якість викладання предмета та когнітивне залучення учнів. Це дослідження пропонує загальне уявлення про відмінності в практиках навчання математики в класі у восьми країнах.

Teach — це універсальний інструмент спостереження в класі, розроблений Світовим банком. Інструмент був розроблений, щоб допомогти країнам збирати дані про практику викладання з метою покращення якості викладання. Teach вимірює якість викладання з точки зору двох напрямів: часу відведеного на виконання завдання та якості викладання. Домен «Якість викладання» складається з трьох вимірів: культура в класі, навчання та соціально-емоційні навички [1, 2, 3].

ICALT, міжнародний порівняльний аналіз навчання та викладання — це загальний інструмент, спочатку розроблений чотирма європейськими інспекціями освіти, включаючи

Нідерланди, Англію, Фландрію та Нижню Саксонію (Німеччина). Перша версія ICALT була розроблена для оцінки якості викладання математики в початкових школах. Інструмент було вдосконалено для використання в середніх школах за різними предметами. Інструмент спостереження ICALT виявився достатньо незмінним у кількох країнах у контексті початкової та середньої освіти [1, 2].

Дослідження VITB складається з трьох областей: управління класом, навчання та клімат у класі.

Міжнародна система спостереження та зворотного зв'язку вчителів ISTOF задумана і розроблена як загальний інструмент ефективності вчителя, спрямована на вимірювання тих факторів, які гіпотетично були узагальнені для різних предметів. ISTOF може бути корисним компонентом системи професійного розвитку та оцінювання в школах, надаючи формувальний зворотний зв'язок, який може інформувати про програми професійного розвитку та пріоритети.



### *Завдання для самостійної роботи:*

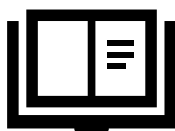
- ❖ Проведіть порівняльний аналіз інструментів спостереження в класі TEACH і ICALT. Розгляньте їхні переваги та недоліки, звертаючи увагу на психометричні властивості та можливості для міжнародних порівнянь.
- ❖ Детально ознайомтеся із шістьма доменами ефективної викладацької поведінки в рамках ICALT: Learning Climate, Classroom Management, Clarity of Instruction, Activating Teaching, Differentiated Instruction, Teaching Learning Strategies. Визначте, як ці домени відображають різні аспекти викладацької діяльності та як вони взаємодіють.



### *Список використаних джерел:*

1. Lei, J.C., Chen, Z., Ko, J. (2023). Differences in Perceived Instructional Quality of the Same Classrooms with Two Different Classroom Observation Instruments in China: Lessons Learned from Qualitative Analysis of Four Lessons Using TEACH and ICALT. In: Maulana, R., Helms-Lorenz, M., Klassen, R.M. (eds) *Effective Teaching Around the World*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4_7)
2. Maulana R, Kington A, Ko J, Feng X, Helms-Lorenz M, Looker B, Hibbert-Mayne K and Blackmore K (2023) Observing secondary school teachers' effective teaching behavior in the Netherlands, England, and the United States using the ICALT observation instrument. *Front. Educ.* 8:1068938. doi: 10.3389/educ.2023.1068938
3. Schlesinger, L., Jentsch, A. Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM Mathematics Education* 48, 29–40 (2016). <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0765-0>

### **1.5. Наукова етика та доброчесність: міжнародний досвід та його застосування в українському науковому середовищі**



### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. du Boulay, B. (2023). Artificial Intelligence in Education and Ethics. In: Zawacki-Richter, O., Jung, I. (eds) Handbook of Open, Distance and Digital Education. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-19-2080-6\\_6](https://doi.org/10.1007/978-981-19-2080-6_6)
2. Eaton, S.E., Christensen Hughes, J. (eds) Academic Integrity in Canada. Ethics and Integrity in Educational Contexts, vol 1. Springer, Cham. (2022) <https://doi.org/10.1007/978-3-030-83255-1>
3. Kaiser, G., Presmeg, N. (eds) Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education . ICME-13 Monographs. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7>
4. Kier, C.A., Ives, C. Recommendations for a balanced approach to supporting academic integrity: perspectives from a survey of students, faculty, and tutors. *Int J Educ Integr* 18, 22 (2022). <https://doi.org/10.1007/s40979-022-00116-x>
5. Kretser, A., Murphy, D., Bertuzzi, S. et al. Scientific Integrity Principles and Best Practices: Recommendations from a Scientific Integrity Consortium. *Sci Eng Ethics* 25, 327–355 (2019). <https://doi.org/10.1007/s11948-019-00094-3>
6. Marusic, A. (eds) A Guide to Responsible Research. Collaborative Bioethics, vol 1. Springer, Cham. (2023) <https://doi.org/10.1007/978-3-031-22412-6>
7. Proceedings from the V Brazilian Meeting on Research Integrity, Science and Publication Ethics (V BRISPE). *Res Integr Peer Rev* 5 (Suppl 1), 4 (2020). <https://doi.org/10.1186/s41073-020-0090-6>
8. Етичний кодекс ученого України. URL: <https://www.znu.edu.ua/etychnyj-kodex-uchenogo-Ukrainy.pdf>
9. Лист Міністерства освіти і науки України «Запобігання окремих проблем і помилок у практиках забезпечення академічної доброчесності : Аналітична записка» (від 20.05.2020 р. № 1/9-263). URL: <https://mon.gov.ua/ua/npa/do-pitannya->

uniknennya-problem-i-pomilok-u-praktikah-zabezpechennya-akademichnoyi-dobrochesnosti

10. Стадний Є. Деякі рекомендації щодо впровадження етичних кодексів в українських вищих навчальних закладах. URL: <http://www.saiup.org.ua/resursy/rekomendatsiyi-shhodo-vprovadzhennya-etychnyh-kodeksiv-v-ukrayinskyh-vyshhyh-navchalnyh-zakladah/>



***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Вивчити міжнародний досвід (на прикладі кількох країн) забезпечення академічної доброчесності, з акцентом на їхній актуальності та значенні для українських науковців у галузі дидактики математики.
- ❖ Ознайомитись із конкретними прикладами використання принципів наукової етики в різних країнах та порівняти їх із правилами визнаними українською науковою спільнотою.



***Питання для обговорення:***

- ❖ Порівняльний аналіз міжнародного та українського підходу до наукової етики та доброчесності.
- ❖ Етичні виклики, які можуть виникнути в українському науковому середовищі, та розробка конкретних стратегій їхнього вирішення.
- ❖ Штучний інтелект в освіті: використання ШІ для написання наукових публікацій.
- ❖ Роль наукових установ та університетів у вихованні наукової етики та академічної доброчесності дослідників.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Виокремити практичні кроки для навчання академічній доброчесності студентів педагогічних ЗВО:
  - Вивчіть практики та програми, які використовуються у закладах вищої освіти за кордоном для навчання академічній доброчесності студентів;
  - З'ясуйте, як ці практики можуть бути впроваджені в українському науковому середовищі;
  - Розробіть практичні рекомендації для навчання академічній доброчесності студентів педагогічних ЗВО.
  
- ❖ Аналіз конкретних випадків порушення наукової етики:
  - Оберіть декілька конкретних випадків порушення наукової етики, що описані в іноземній літературі;
  - Дослідіть, як були вирішені ці інциденти;
  - Розгляньте можливі заходи для запобігання подібним ситуаціям в українському науковому середовищі;
  - Запропонуйте рекомендації щодо вдосконалення системи наукової етики в Україні на основі міжнародного досвіду.

## 1.6. Міжнародний досвід інклюзивного навчання математики: впровадження та вдосконалення



### Ресурси для самостійної підготовки:

1. Büscher, C. (2021). Teachers' Adaptions of the Percentage Bar Model for Creating Different Learning Opportunities. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0643. <https://doi.org/10.29333/iejme/10942>
2. Büscher, C., Prediger, S. Teachers' practices of integrating challenging demands of inclusive mathematics education in a professional development program. *J Math Teacher Educ* (2022). <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09560-5>
3. Claes Nilholm (2021) Research about inclusive education in 2020 – How can we improve our theories in order to change practice?, *European Journal of Special Needs Education*, 36:3, 358-370, DOI: 10.1080/08856257.2020.1754547
4. Faragher, R.M. (2023). Individual Student Characteristics, Abilities and Personal Qualities and the Teacher's Role in Improving Mathematics Learning Outcomes. In: Manizade, A., Buchholtz, N., Beswick, K. (eds) *The Evolution of Research on Teaching Mathematics. Mathematics Education in the Digital Era*, vol 22. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-31193-2\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-31193-2_8)
5. Galkienė, A., Monkevičienė, O. (eds) *Improving Inclusive Education through Universal Design for Learning. Inclusive Learning and Educational Equity*, vol 5. Springer, Cham. (2021). [https://doi.org/10.1007/978-3-030-80658-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-80658-3_1)
6. Kattis Edström, Viktor Gardelli & Ylva Backman (2022) *Inclusion as participation: mapping the participation model with*

- four different levels of inclusive education, *International Journal of Inclusive Education*, DOI: 10.1080/13603116.2022.2136773
7. Krause, C.M. Facing and challenging language ideologies towards a more inclusive understanding of language in mathematics education research—the case of sign languages. *ZDM Mathematics Education* 55, 1173–1185 (2023). <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01526-y>
  8. Óskarsdóttir, E., Wozniczka, A.K. (2023). Fostering Professional Development for Inclusive Education in Rural Iceland: A Collaborative Action Research Project. In: Hirshberg, D.B., Beaton, M.C., Maxwell, G., Turunen, T., Peltokorpi, J. (eds) *Education, Equity and Inclusion*. Springer Polar Sciences. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-97460-2\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-030-97460-2_15)
  9. Rohatgi, A., Bundsgaard, J., Hatlevik, O.E. (2020). Digital Inclusion in Norwegian and Danish Schools—Analysing Variation in Teachers’ Collaboration, Attitudes, ICT Use and Students’ ICT Literacy. In: Frønes, T.S., Pettersen, A., Radišić, J., Buchholtz, N. (eds) *Equity, Equality and Diversity in the Nordic Model of Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-61648-9\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-61648-9_6)
  10. UNESCO. (2020). *Global education monitoring report 2020: Inclusion and education: All means all*. UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000373718>



### ***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Вивчити міжнародний досвід (на прикладі кількох країн) успішного досвіду інклюзивного навчання учнів математики в інших країнах.

- ❖ Ознайомитись із методами, прийомами та засобами що використовуються у міжнародній практиці для створення інклюзивного освітнього середовища в навчанні математики та порівняти їх із тими що використовуються в Україні.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Аналіз успішних прикладів впровадження інклюзивних підходів в навчанні математики з різних країн та виділення основних елементів, які можна адаптувати для українського освітнього середовища.
- ❖ Умови створення зручного, доступного та безпечного інклюзивного освітнього середовища у закладах вищої освіти України.
- ❖ Виклики та перспективи інклюзивної математичної освіти.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Створення навчальних ресурсів для інклюзивного навчання математики, враховуючи міжнародний досвід та специфіку українського освітнього середовища:
  - Визначте спеціальні методи та засоби, які сприяють кращому засвоєнню математики дітьми з особливими освітніми потребами;
  - Розробіть набір інклюзивних математичних навчальних ресурсів, які враховують потреби учнів із різними видами особливостей та стилів навчання (до обраної теми шкільного курсу математики).

- ❖ Виокремити практичні кроки для підготовки майбутніх учителів до інклюзивного навчання математики.
  - Визначте ключові компетенції та навички, які необхідні вчителям для успішного впровадження інклюзивних підходів.
  - Розробіть практичні рекомендації та інструкції для підготовки майбутніх учителів до впровадження інклюзивних підходів в навчанні математики.

## 2. Розвиток математичної освіти в країнах Європи, Азії та США

### 2.1. *Європейські освітні традиції у дидактиці математики*

Європейські країни мають велику історію та значний досвід навчання математики. Особливо активно ведуться дослідження у галузі дидактики математики в останні 30 років. Усталені освітні традиції поділяють за напрямками: міцний зв'язок дидактики математики з математикою; провідне значення теорії у навчанні математики; важливість навчально-методичної діяльності для учіння і викладання; засади емпіричних досліджень [2]. Традиційно математика була і залишається найважливішою спорідненою дисципліною для дидактики математики, тому досі існує професійно важливий діалог між математиками та дидактами з питань математичної освіти. На основі аналізу численних публікацій європейських авторів, можна стверджувати, що ядром європейської дидактики математики є важливість навчання доведенням та обґрунтуванням.

У роботі Trouche L. [10] аналізуються особливості французької галузі «дидактика математика», зокрема, досліджуються основи дидактики математики у **Франції**, основоположні теоретичні основи (теорія дидактичних ситуацій Brousseau і теорія концептуальних полів Vergnaud) та антропологічний підхід Chevallard. У Франції, дослідження у галузі дидактики, розкривають проблему ролі вчителя в процесі навчання. Доктор філософії Грен'є (Grenier) відзначає, що іноді вчителі «спотворюють подачу» навчального матеріалу через те, що не пропонують учням достатньо часу для вивчення визначеної проблеми, замість цього вони швидко дають підказки або

відповіді. Також, на думку автора, дидактичні рішення вчителів не завжди узгоджуються з логікою ситуації (із знаннями, які необхідно засвоїти). Як наслідок, відсутність взаєморозуміння, співпраці між науковцями (дослідниками) в галузі дидактики математики та практикуючими вчителями математики. У вісімдесяті роки попереднього століття багато французьких педагогів-дослідників вирішили з'ясувати роль учителя у освітньому процесі та проаналізувати існуючий педагогічний досвід [1]. Це призвело до нових педагогічних розробок в рамках існуючих теорій. Паралельно ці дослідження були направлені на ретельне вивчення ролі мови у викладанні та вивченні математики, а також на розвиток навчальних ресурсів, інтеграцію ІКТ у шкільну математику.

Курси дидактики у педагогічних університетах Франції добре структуровані і ознайомлюють майбутніх учителів з ключовими ідеями у французькій дидактичній традиції: теорію дидактичних ситуацій (TDS), розробленої Бруссо (Brousseau); теорію концептуальних полів і антропологічної теорії дидактики, що виникла з теорії дидактичної транспозиції, концептуалізована Chevallard. Ці теорії є складними об'єктами, які були розроблені і консолідовані протягом десятиліть [1]. Також викладачі ЗВО знайомлять майбутніх учителів математики не тільки з теоретичними стовпами французької традиції в математичній освіті, але й показують власні дидактичні дослідження та розкривають зміст інноваційних наукових педагогічних досліджень.

Традиційно у Франції, для професійного розвитку майбутніх учителів та науковців-початківців, проводяться різні наукові семінари та літні школи, на які запрошують іноземних науковців у галузі навчання математики. Французькі університети співпрацюють з науковцями багатьох країн, також

навчають іноземних студентів в галузі математичної освіти. Вони практикують міжнародні програми випускників та міжвузівські коаліції з багатьма країнами. [1].

У **Нідерландах** дидактика математики активно розвивалася в останні півтора століття і стала відомою як реалістична математична освіта (RME). Ключову роль у становленні й розвитку сучасної дидактики математики у Нідерландах відіграли педагоги Фройденталь, Трефферс та Ян де Ланге (Freudenthal, Treffers та Jan de Lange). У 1961 році уряд Нідерландів призначив Комісію з модернізації навчальної програми з математики. Комісія складалася з професійних математиків і вчителів. Фройденталь (Freudenthal) був найбільш видатним математиком в цій комісії, і він також був єдиним, хто активно брав участь в дослідженнях з дидактики математики. Він переконав інших членів комісії зосередитися на викладанні математики, а не на змісті навчальної програми. У Інституті розвитку математичної освіти, була розроблена теорія реалістичної математики. Ця теорія змінила нідерландську програму математики та підхід до викладання математики. Характерною рисою цього підходу є те, що навчання починається з розгляду учнями проблем у прикладних ситуаціях. Було створено регіональні центри підтримки, що полегшують зв'язки між середніми школами та університетами. Крім того, математичне товариство та асоціація вчителів математики створили платформу Mathematics Netherlands, нову організацію для співпраці, яка включає, серед інших, комісію з математичного навчання. Фройденталь (Freudenthal) представив власний підхід до навчання учнів математики. Мета полягала в тому, щоб зробити математику доступною і зрозумілою для учнів. Фройденталь (Freudenthal) розглядав роботу над проектуванням освіти та досвідом з освітньою практикою як необхідні вимоги

для розробки теорії. Тому робота науковців під його керівництвом в Інституті розвитку математичної освіти сприяла тому, що у шкільній математиці, математика сприймалась як частина людської діяльності, яка пов'язана з повсякденним життям або уявною реальністю, і підкреслювала, що учні й навіть маленькі діти можуть генерувати математичне мислення, але в неформальному контексті. Розроблено загальні принципи RME: діяльність, реальність, рівень, взаємозв'язок, інтерактивність і керівництво. Для середньої школи, розроблені рівневі програми для математики: А (підготовка учнів до вивчення соціальних наук) і В (підготовка учнів до вивчення природничих наук).

Навчання математики в Нідерландах можна розглядати з чотирьох перспектив: співпраця математиків і дидактив математики, важливість теорії, функція проєктного навчання і роль емпіричних досліджень [11]. Трефферс (Treffers) переконує, що вивчення математики не може бути процесом поглинання готових знань. Натомість він розглядає розуміння математики як процес, який будують самі учні. У своїй роботі Трефферс (Treffers) розповів про те, яким чином класичні математичні головоломки, такі як «пшениця і шахівниця», можуть бути використані в школі. Завдяки методичним працям Трефферс (Treffers) та його колег, ці ідеї перейшли у підручники математики. Ян де Ланге (Jan de Lange) очолював Інститут Freudenthal з 1981 р., розпочинав як математик і спочатку був більше зацікавлений навчанням математики у вищій освіті. Його найостанніші наукові інтереси полягали у вивченні здібностей і компетентностей. Ян де Ланге (Jan de Lange) працював над теоретичними основами проектування оцінювання у навчанні математики, реалізувавши його в Нідерландах і на міжнародному рівні (як голова експертної групи математики PISA).

Поява комп'ютерних технологій, сприяла появі нових вимог та викликів для навчальних проєктів у школах Нідерландів. На додаток до вивчення можливостей комп'ютерного навчання, багато зусиль було також вкладено у переосмислення змісту навчання математики, зокрема, ефективне використання динамічних та інтерактивних якостей нової технології. Це призвело не тільки до розвитку так званого цифрового середовища навчання математики, в якому вчителі можуть адаптувати та розробляти навчальні матеріали для учнів, включаючи використання математичних засобів та зворотного зв'язку, але також призвели до невичерпного потоку навчальних програм та навчальних ігор для початкової та середньої освіти, які вільно доступні в Інтернеті.

З проявою теорії RME, нею зацікавилися викладачі математики у всьому світі. Це призвело до співпраці з великою кількістю країн, де ідеї та матеріали RME були випробувані, обговорені та адаптовані (США, Індонезія, Англія, Кайманові острови, Південна Африка та Бельгія) [11].

Навчання математики в **Бельгії**, було різко змінено за допомогою руху «Нова математика» [7]. Реформа проводилась у відповідності принципам реалістичної математичної освіти. Зрештою, це призвело до реформованої програми фламандських шкіл, в основі якої була голландська модель RME, проте не копія цієї моделі. Зокрема, у цій моделі більше уваги приділялося евристичному навчанню, та фламандська навчальна програма зберігала цінні елементи бельгійської традиції навичок у розвитку усних і письмових обчислень. Також, це призвело до того, що геометрія стала більш прикладною. На додаток до інших змін змісту, реформа «Нова математика» принесла низку дидактичних нововведень, зокрема, акцент на моделювання та математичні дослідження [11].

У 1970-х роках в Італії існувала консолідована традиція співпраці між університетами та школами. До цього процесу були залучені знамениті математики та вчителі математики, які займалися відновленням викладання математики в школах з навчальними проектами. Одночасна співпраця активних вчителів шкіл (які пізніше називалися вчителями-дослідниками) і науковців дозволила вирішити практичні шкільні потреби і створити нові академічні традиції. Наприклад, вчителі-дослідники звертали увагу на важливість взаємодії учнів всього класу, роль вчителя як керівника, використання довгострокових проєктів і використання засобів навчання без огляду на теоретичні аспекти математичних процесів. У результаті багаторічного розвитку італійських досліджень у навчанні учнів математики, на перший план вийшли проблемне навчання і розвиток вчителів математики.

В останні роки актуальним став розвиток педагогічної освіти на рівні університетів. Зокрема, культурне усвідомлення вчителями процесів реформ, що відбуваються в навчанні математики, в яких автономія вчителів є значною в реалізації національних програм і керівних принципів для навчальних програм. Ці міркування запропонували розробку і реалізацію компетентнісного навчання математики. Педагогічна підготовка перед початком роботи є лише частиною професійного розвитку вчителів: вчителі без відриву від навчання повинні продовжувати свою освіту, таким чином, існує велика кількість вчителів, які працюють в програмах розвитку. В останнє десятиліття Міністерство освіти Італії просунуло низку ініціатив, спрямовану на те, щоб зробити математику більш привабливою для учнів старшої школи, щоб спробувати протистояти зменшенню кількості студентів на математичних спеціальностях в університетах. Серед ініціатив Міністерства освіти Італії,

створення лабораторії педагогічної діяльності: дослідники університетів (зокрема, дослідники з математики або природничо-наукової освіти) об'єдналися з вчителями-дослідниками та викладачами для планування інноваційних занять у класі. Після реформи шкільної освіти в 2015 році (Buona Scuola, «хороша школа»), підвищення кваліфікації вчителів стало обов'язковим, систематичним та фінансується [6]. Варто відзначити, що цю реформу як нищівно критикують так і виділяють її досягнення.

До 21-го століття дидактика математики у німецькомовних країнах зарекомендувала себе як продуктивна дослідницька галузь. Дидактика математики в **Німеччині**, як правило характеризується трьома основними напрямками досліджень [9; 4]: «стоффдідактик» (“Stoffdidaktik”); вивчення аудиторної діяльності; оцінювання навчальних досягнень.

Стоффдідактик – це підхід до математичної освіти та досліджень з викладання та вивчення математики у німецькомовних країнах, який зосереджується на математичному змісті, що викладається. Цей підхід полягає в тому, щоб зробити математику доступною і зрозумілою учням на основі аналізу предмета з математичними засобами [5]. Stoffdidaktik розуміють як навчальне середовище, що сприяє доступному викладу навчального матеріалу.

Другий основний напрямок німецькомовної дидактики математики автор статті [5] описує як навчальний клас. Цей напрямок дуже багатогранний і часто реалізовується у співпраці з іншими дисциплінами, такими як психологія, педагогіка тощо. Ці дослідження можна характеризувати переважно як якісні та описові приклади, які намагаються відновити специфічні аспекти повсякденного викладання та навчання. Цей напрям характеризується переліком типових тем (складених за останні

п'ять років журналу *Mathematikdidaktik JMD*): використання технологій у навчанні математики; аналіз предмета – доведення й аргументація; моделювання в навчанні математики; роль мови; вивчення математики у ранньому дитинстві та у початковій школі; складники ефективної організаційної роботи на уроці; гендер і навчання математики; дослідження підручників; історія та гносеологія математики; семіотика та математика; підготовка вчителів (теоретична та практична); математична компетентність [4].

Структура досліджень аудиторних занять (Heinrich Bauersfeld) включала наступні етапи: спостереження за щоденною роботою вчителя у класі (відео, або письмові продукти); виділення процесів соціальних взаємодій; аналіз взаємодії. Цей метод поєднує соціологічну та математичну перспективи.

Третій, основний напрямок, в німецькомовній дидактиці математики почав розвиватися переважно з PISA - шоку. У 1996 році були опубліковані результати Третього міжнародного математичного та природничо-наукового дослідження (TIMSS), які показали, що Німеччина є країною із середніми досягненнями учнів 7 та 8 класів у порівнянні з усіма країнами, що беруть участь у цьому дослідженні. Через два роки Програма міжнародної оцінки учнів (PISA) поставила Німеччину навіть нижче середнього за результатами математичної грамотності, що викликало те, що в Німеччині називалося PISA-шоком (усвідомлення того, що німецька математична освіта в школах не підтвердила очікувань). У результаті, значно збільшилась участь німецьких дидактиків математики в порівняльних дослідженнях з вивчення та навчання математики у німецьких загальноосвітніх школах. Було організовано і проведено оціночне дослідження компетентностей учителів, яке було включено до процесу PISA,

та дослідження на тему «Компетентність вчителів як ключова детермінанта якості навчання в математиці» та COACTIV-R. У проєкті COACTIV (див. <https://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/index.html>) розглядають компетентність вчителів як важливу умову якості викладання на прикладі математики. Для того, щоб зафіксувати різні аспекти компетентності вчителів, були використані розроблені інструменти, включаючи тести на предметні та дидактичні знання. За допомогою цих анкет і тестів зроблено висновки про те, які аспекти компетентності вчителя важливі для успішного викладання математики.

У **скандинавських країнах**, до 1970-х років не можна говорити про дидактику математики як самостійну дослідницьку дисципліну. Ранні дослідження проводилися педагогами-практиками. Кожен університет, як правило, наймав максимум одну людину, для забезпечення фактичної підготовки вчителів математики. В університетах, деякі викладачі математики, були зацікавлені ще й питаннями методики навчання математики, і деякі з них відігравали важливу роль у розвитку педагогічної освіти та математики як шкільного предмету, хоча вони не займалися дослідженнями з дидактики математики. Зміст підготовки вчителів з дидактики математики був зосереджений переважно на технічних питаннях: як здійснювати навчання. Більш теоретичні частини розглядалися в курсі педагогіки. У 1970-х роках відбувся поворот до дидактики математики. У ці роки найважливішим інститутом для вивчення дидактики математики в Скандинавії, була Данмарк Леррешійосколе (Королівська данська школа освітніх досліджень), установа, де вчителі могли отримувати безперервне навчання. Пізніше ця установа змінила назву на Данський педагогічний університет і сьогодні є частиною Орхуського університету, але все ще

знаходиться в Копенгагені. У період з 1988 по 2010 рік зовнішнє фінансування датських університетів дало ряд можливостей щодо розвитку дидактики математики, зокрема, було розпочато підготовку кандидатів наук в галузі дидактики математики. Однак, коли фінансування закінчилося, діяльність значно скоротилася, і лише деякі з кандидатів наук змогли знайти посади в університетах [8].

Близько 1970 року в **Норвегії** було створено новий тип вищого навчального закладу, відомий як регіональний коледж (distriktshøgskoler), а деякі з них потім перетворилися на міні-університети, пропонуючи традиційні університетські предмети, такі як математика. У Норвегії, останнім часом, педагогічна освіта перетворюється на п'ятирічні магістерські програми. Це ставить певні формальні вимоги до наукової кваліфікації персоналу, що створило ситуацію, коли попит був значно вищий, ніж пропозиція. Розвиток педагогічної освіти протягом останніх років призвів до значного зростання активності в дидактиці математики в Норвегії.

Коли дидактика математики як наукова дисципліна почала розвиватися в Норвегії, спільнота дидактиків була дуже маленькою, близько 20-25 осіб у всій країні, здебільшого працюючих у коледжах для підготовки вчителів (lærerhøgskoler). До 1990 року, в кожному коледжі працювали один або два вчителі математики, без дослідницької кваліфікації або дослідницьких можливостей. Gunnar Gjone в Університеті Осло написав кандидатську дисертацію на тему «Новий математичний рух» у 1983 році, а потім працював над розробкою навчальних планів та використанням ІКТ у навчанні математики. Гард Брекке (Gard Brekke) (1943–2009) отримав вчений ступінь в Університеті Ноттінгема в Шелл центрі математичної освіти в 1991 році. Він відігравав дуже важливу роль у розвитку дидактики математики

в Норвегії протягом декількох десятиліть, як дослідник, викладач, педагог (у Telemark University College). Гард Брекке (Gard Brekke) спільно з Гуннар Гйоне (Gunnar Gjone) виступив з ініціативою створення проекту «Якість в математиці» (Kvalitet i matematikkundervisningen [KIM]) на початку 1990-х років. Цей проект, фінансований Міністерством освіти Норвегії, спрямований на розробку бібліотеки діагностичних завдань з математики, яка охоплювала більшість галузей математики в усіх обов'язкових школах та частинах середньої школи. Діагностичний матеріал був призначений для використання вчителями, і Гард Брекке (Gard Brekke) написав супроводжуючий лист, який став вказівкою для вчителів щодо використання діагностичних матеріалів [8]. У цьому супроводжуючому листі Гард Брекке (Gard Brekke) охарактеризував знання з математики, відповідаючи на питання «що означає знати математику?». Також Гард Брекке (Gard Brekke) стверджував, що математична компетентність складається з п'яти компонентів: фактичні знання (наприклад, означення, ознаки та властивості); навички (визначені як усталені процедури, наприклад такі як використання способу обчислення добутку багатоцифрових чисел); концептуальні структури; загальні стратегії (визначаються як здатність вибрати відповідні навички для вирішення проблеми у невідомій ситуації); ставлення [8].

**Швеція** є скандинавською країною з наймасштабнішою діяльністю в дидактиці математики і з найбільшою кількістю дослідників у цій галузі. Важлива подія відбулася у березні 2000 року, коли колегія Фонду Банку Швеції (Centre Centenary Foundation) (Riksbankens Jubileumsfond) запропонувала підтримати дидактику математики в Швеції шляхом створення національної аспірантури з математики з профілем дидактики математики (matematik med ämnesdidaktisk inriktning). Пізніше ця

аспірантура отримала назву Шведська вища школа. Шведська вища школа мала наступний ефект: на додаток до підвищення науково-дослідної діяльності в дидактиці математики в Швеції, багато кафедр математики стали більш активно займатися дидактичними питаннями, а діяльність поширилася на більше університетів і університетських коледжів (högskolor).

Ференс Мартон (Ferenc Marton) з Департаменту освіти при Університеті Гетеборга у 1981 році представив новий підхід до досліджень, який він позначив як феноменографія. У співпраці з дослідниками з Гонконгу був розроблений підхід, відомий як навчальне дослідження Runesson & Kullberg. Його можна охарактеризувати як модель втручання, коли викладачі та дослідники дидактики математики працюють разом, розробляючи уроки з конкретної теми з конкретними цілями навчання.

У Стокгольмському університеті існує дослідницька група, відома як група PRIM, яка зосереджується, зокрема, на різних аспектах оцінки навчання. Група PRIM несе національну відповідальність за розробку тестів та різних видів матеріалів для оцінки в шведських школах, а також відповідає за шведську частину проекту PISA. Групу PRIM очолює Астрід Петтерссон (Astrid Pettersson) і має більше 20 осіб, які працюють з конкретними завданнями, від розробки тестів до виконання статистичного аналізу результатів (наприклад, Pettersson & Boistrup) [8].

В Європейських країнах багато років актуальним є питання про те, які знання та вміння мають отримати майбутні вчителі математики середніх шкіл. Однак, нині не має чіткої відповіді, яких саме математичних знань потребують майбутні вчителі математики: тобто, це мають бути знання з вищої математики, яку викладають у більшості педагогічних

університетів майбутнім вчителям, чи це мають бути знання зі шкільної математики, яку вони будуть викладати у школі, чи ті й інші знання.

Багато науковців та дослідників математичної освіти стверджували, що вчителі математики повинні мати розуміння вищої математики (Dörfler and McLone, 1986; Ferrini-Mundy and Findell, 2001; Fletcher, 1975; Winsløw and Grønbaek, 2014) [3]. Фелікс Кляйн (Felix Klein) (1932 р.), зауважував, що «знання вчителя повинні бути набагато більшими, ніж ті, які він представляє своїм учням». Такий підхід, як правило, гарантує, що ці майбутні вчителі знають набагато більше математики, ніж їх майбутні учні, але це не гарантує, що вони зможуть якісно навчити своїх учнів шкільної математики. Розрив між вищою математикою, що викладається в університеті, та шкільною математикою часто занадто великий, тому майбутні вчителі математики не завжди можуть прослідкувати зв'язки (Buchholtz et al., 2013; Dörfler and McLone, 1986) [3]. У цьому контексті Фелікс Кляйн (Felix Klein) запропонував в університетах майбутнім учителям математики викладати елементарну математику з точки зору вищої. У своїй відповідній серії лекцій для вчителів середньої школи, які потребували знань з основних галузей вищої математики як необхідної умови, він зосередив увагу на зв'язках між вищою математикою та шкільною математикою. Пізніше, в умовах розробки нових навчальних програм у 1960–70-х роках, виникала дискусія про те, що потрібно знати майбутнім учителям математики. Флетчер (Fletcher) (1975) вказав, наприклад, що навчальні програми можуть бути реалізовані лише тоді, коли вчителі їх розуміють і приймають. Науковці Брунер, Шваб, Шульман (Bruner, Schwab, Shulman) у різні часи переконували, що структура навчальної дисципліни вищої математики певною мірою має функціонувати

як орієнтир для навчальної структури шкільної математики. Брунер (Bruner) у 1960 році запропонував зосередити увагу на так званих фундаментальних ідеях як на засобах, щоб зафіксувати структуру дисципліни і, таким чином, знайти відповіді на питання про те, який математичний зміст повинен бути частиною шкільної програми [3] [12, с.92-104].



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Порівняйте розвиток математичної освіти у країнах Європи та України.
- ❖ Визначте основні напрями досліджень науковців у галузі методики навчання математики для підвищення якості навчання учнів математики.



### *Список використаних джерел:*

1. Artigue M. et al. *The French Didactic Tradition in Mathematics*. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_2)

2. Blum W., Artigue M., Mariotti M.A., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. *European Didactic Traditions in Mathematics: Introduction and Overview*. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_1)

3. Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. et al. What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need?. *J Math Didakt.* 2018, 39, 319–341. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>
4. Hußmann, S., Rezat, S. & Sträßer, R. *J Math Didakt.* 2016, 37(Suppl 1): 1. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0105-5>
5. Hußmann, S., Rezat, S. & Sträßer, R. Subject Matter Didactics in Mathematics Education. *J Math Didakt.* 2016. 37, 1–9. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0105-5>
6. Mariotti M.A., Bartolini Bussi M.G., Boero P., Douek N., Pedemonte B., Sun X.H. The Italian Didactic Tradition. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_4)
7. Noël H. La réforme des maths moderne en Belgique [Реформа сучасної математики в Бельгії]. *Mathématique et Pédagogie*, 1993. 91, p. 55–73.
8. Rønning F. Didactics of Mathematics as a Research Field in Scandinavia. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_6)
9. Sträßer R. The German Speaking Didactic Tradition. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_5)
10. Trouche L. Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In: *Tools and Mathematics.*

Mathematics Education Library, vol 110. Springer, Cham, 2016. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0_10)

11. Van den Heuvel-Panhuizen M. Didactics of Mathematics in the Netherlands. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_3)

12. Михайленко Л.Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, Черкаси, 2021. 623 с.

## **2.2. Традиції математичної освіти в Східній Азії**

Освіта у Китаї, Кореї, Японії мають спільну конфуціанську культурну спадщину (ККС). Основною характеристикою ККС є соціальна орієнтація людей, на відміну від індивідуальної орієнтації, типової для західних суспільств. Соціальна орієнтація – це «схильність діяти відповідно до зовнішніх очікувань або соціальних норм, а не внутрішніх бажань чи особистої цілісності». Yang підкреслює інтеграцію та гармонію, на відміну від незалежності та індивідуалізму в західних культурах. Люди в ККС цінують спільноту набагато більше, ніж окрему людину. Пов'язані характеристики ККС включають поступливість, слухняність, повагу до начальства та синівську шанобливість (孝).

Іншою більш важливою характеристикою конфуціанської культури є її акцент на освіті, і, як відомо, батьки ККС надають великого значення освіті та досягненням своїх дітей. Це

ґрунтується на конфуціанській презумпції, згідно з якою кожна людина є здатною до навчання (відмінності в інтелекті не перешкоджають її здатності до освіти) і здатна вдосконалюватися («мудрість — це стан, якого будь-яка людина може досягти сукупними зусиллями»). Це, у свою чергу, мотивує учнів ККС докладати зусиль і сили волі під час навчання [3].

Китай є першою країною в світі, де була запроваджена національна система іспитів (династія Суй, 600 р. н. е.). Іспити завжди були шляхом висхідної соціальної мобільності, і існує велика довіра до іспитів як справедливого методу розрізнення здібних і менш здібних. Іспит набув статусу самоцінного і стає важливим стимулом до навчання.

У ККС навчання вважається важким завданням: треба бути наполегливим, щоб досягти успіху, а не «отримувати задоволення» від навчання. «Азіатські батьки рано вчать своїх дітей, що шлях до успіху лежить через наполегливу працю», і це узгоджується зі старовинною китайською приказкою «Старанність компенсує дурість» (以勤补拙). Успіх і невдача значно сильніше приписуються внутрішнім і контрольованим факторам (зусилля), а не неконтрольованим (вроджені здібності). Це узгоджується з твердою вірою в зусилля (або гамбару, що означає просування, наполегливість, не здавання) в Японії. Японські вчителі незмінно кажуть батькам, що «було б добре, якби дитина ще трохи гамбару».

Японці також роблять акцент на самодисципліні. Уявлення про самодисципліну в Японії дещо відрізняються від західних країн. Потрібно робити все можливе і продовжувати боротися, навіть якщо врешті-решт це не вдається. Але це не марна жертва. У Японії важливим є просування вперед, наполегливість і не здаватися. Те, як щось зроблено, важливіше, ніж досягнення в кінці.

Якщо мета полягає в отриманні знань, які містяться в статті, то найкраща стратегія – запам'ятати статтю. ... Якщо метою є придбання будь-якої нової когнітивної навички, тоді найкраща стратегія – повторювати практику. Однак, це не означає заучування напам'ять чи виключення творчості. Як зауважив Біггс (Biggs), «китайці спочатку вірять у розвиток навичок, що зазвичай включає повторюване, на відміну від заучування, після чого є щось для творчості».

У конфуціанській традиції навчання також робиться сильний наголос на рефлексії, як кажуть: «Шукати знання без роздумів — це втрачена праця; мислити, не шукаючи знання, небезпечно» (学而不思则罔, 思而不学则殆). Справжній конфуціанський вчений – це той, хто присвячує себе вивченню або пошуку знань через велику практику та запам'ятовування. Але він також постійно розмірковує над тим, що практикує та запам'ятовує, поки повністю не осягне знання.

Учні повинні отримувати задоволення від навчання, але їх слід навчити знову відкривати задоволення, яке приходить лише після важкої праці. Практика, іспит і запам'ятовування, коли вони виконуються належним чином, можуть мати місце в освіті. Практику та запам'ятовування не слід ототожнювати із заучуванням напам'ять, а іспит не є необхідним злом. При правильному проведенні це хороший стимул для навчання.

Японська та корейська мови зазнали сильного впливу китайської мови. Наприклад, японська мова все ще використовує багато кандзі (китайських ієрогліфів). У китайській мові є особливості, які сприяють вивченню математики. Наприклад, китайська мова використовує класифікатори між кожним кардинальним числом і об'єктами, які кількісно визначаються. Це «розв'язує плутанину, яка оточує збереження чисел... чіткість і прагматичне збереження основних семантичних елементів у

словнику, який він використовує для математики». Звичайна система числення в китайській мові також покращує вивчення арифметики.

Китайські слова представлені великою кількістю різних візуальних символів, відомих як ієрогліфи, які складаються з компонентів (радикалів) і мають уявний квадрат як основну одиницю письма. Китайські ієрогліфи акцентують увагу на просторовому розміщенні штрихів, а орфографія китайської мови базується на просторовій організації компонентів ієрогліфів. Китайські ієрогліфи мають такі візуальні властивості, як зв'язність, замкнутість, лінійність і симетрія, які швидше і легше сприймаються зором. Дослідження показують, що існує тісний зв'язок між візуально-просторовими властивостями китайських ієрогліфів і досвідом вивчення китайської орфографії в дитинстві китайців. З'ясувалось, що 5-річні китайські діти в Гонконгу порівняно з англійськими 5-річними дітьми в Австралії мають вищі зорові та геометричні навички, а також вищі навички зорово-моторної інтеграції, ніж навички зорового сприйняття зі зниженою моторикою. Щоб пояснити дивовижні результати, науковці використовують як теорію моторного контролю, так і психогіометричну теорію письма китайськими ієрогліфами. Схоже, що досвід написання китайських ієрогліфів впливає на навички зорового сприйняття [3].

Учні зі Східної Азії демонструють надзвичайно високі результати в міжнародних дослідженнях у галузі математики, таких як TIMSS і PISA. У провідних країнах Східної Азії широко практикується паралельне навчання в звичайних школах і репетиторських школах також важлива роль відводиться професійному розвитку учителів. Висока успішність учнів зі Східної Азії в міжнародних дослідженнях математики, природно, спонукає запитати, чого можна з цього навчитися, особливо коли

людина стикається з серйозними проблемами в математичній освіті в рідній країні. Деякі практики навчання в країнах Східної Азії відрізняються від західних практик, а деякі практики виглядають «дуже відсталими» та суперечать тому, що вважається ефективним навчанням у Європі. Біггс (Biggs) ввів термін «парадокс китайського учня», щоб описати це суперечливе явище. Але це явище парадоксальне лише для того, хто не розуміється на культурі. Для когось у культурі освіта є настільки важливою справою, що, звичайно, від учнів очікують хороших результатів. Порівняно зі учнями в деяких інших культурах, учні ККС працюють відносно важко, і цілком природно, що вони кращі в цих міжнародних дослідженнях [3].

У країнах Східної Азії існують також відмінні риси в освіті та розвитку вчителів. Відмінності існують на соціально-культурному, особистому та інституційному рівнях.

У **Китаї** базова освіта реалізується через початкові та середні школи, які мають різні юридичні права на роботу. У Китаї шкільна система 9-річної обов'язкової освіти буває двох типів. У більшості провінцій початкова школа складається з 1–6 класів, а середня школа включає 7–9 класи. У деяких провінціях початкова школа включає 1–5 класи, а середня школа включає 6–9 класи [4].

Закон про освіту Китайської Народної Республіки (《中华人民共和国教育法》) було переглянуто в грудні 2015 року, згідно з статтею 29 якого права шкіл та інших навчальних закладів включають (a) автономне управління відповідно до їхніх статутів, (b) організація та здійснення освітньої та викладацької діяльності, (c) набір учнів або інших осіб, які навчаються, (d) управління реєстрацією учнів і впровадження належних винагород або покарань, (e) видача відповідних академічних сертифікатів особам, які навчаються, (f) наймання вчителів та іншого

персоналу та застосування належних винагород або покарань, (g) управління та використання засобів і коштів закладу, (h) відмова від незаконного втручання будь-якої організації чи особи у проведення освітньої та викладацької діяльності та (i) усі інші права, передбачені законами та правилами (Збори народних представників 2015 р.) [4].

Розуміння Китаєм шкільної автономії поступово поглибилося протягом останніх трьох десятиліть. У 1985 році керівна група з розробки документа про реформування центральної системи освіти показала шляхом дослідження, що «повноваження уряду надто централізовані, коли йдеться про систему управління школами, так що останні не можуть стати незалежними та самостійними установами, які керують школами. Школи не мають ані зовнішньої сили, ані внутрішньої мотивації, їм бракує загальної життєздатності. Це стало початком пропаганди шкільної автономії. Концепція Національного плану середньої та довгострокової реформи розвитку освіти (2010–2020), опублікована в 2010 році, визначила створення сучасної шкільної системи як «керування школами відповідно до закону, автономне управління, демократичний нагляд і соціальна участь».

У Плані сприяння всебічному врядуванню в школах, заснованому на законі, оприлюдненому Міністерством освіти у 2012 році, було зазначено, що «мета полягає в тому, щоб побудувати сучасну шкільну систему, запровадити та стандартизувати шкільну автономію та сформувану структуру, в якій уряд контролює школи відповідно до закону, школи управляються автономно відповідно до закону, вчителі проводять уроки відповідно до закону, а суспільство підтримує та бере участь в управлінні школами відповідно до закону» (МОН 2012). Ці заяви не лише підтверджували автономію шкіл у їхній

діяльності, але й встановлювали структурну основу для прав і меж цієї автономії.

Канадські дослідники визначили чотири особливості китайського викладання математики: модель активної взаємодії вчителя та учня, яка складається з запитань-відповідей; резюме математичних знань наприкінці кожного уроку; інтеграція історії математики у викладання, а також розробку та впровадження добре структурованих уроків.

Дослідник з Малайзії виділив характеристики ефективного викладання математики у школах Китаю (на основі спостереження уроків математики в п'яти школах Шанхаю): (а) навчання з варіаціями; (б) наголос на точній і елегантній математичній мові; (с) наголос на логічних міркуваннях, математичному мисленні та доведеннях під час навчання; (d) порядок і суворота дисципліна в класі; (е) сильна та злагоджена взаємодія вчителя та учня та (f) сильна культура співпраці між вчителями математики.

У 1985 році між Китаєм і Нідерландами розпочалася академічна комунікація в галузі математичної освіти. З тих пір дослідження RME, проведені Фройденталем та іншими дослідниками з Інституту Фройденталю, надали багатий і цінний досвід, який вважається важливим ресурсом китайських вчених і викладачів для розвитку математичної освіти в Китаї. Зокрема, RME вплинула на останню реформу навчальної програми математичної освіти в Китаї з точки зору розробки політики, нового дизайну підручників і змін у викладанні в класі [5].

У виданні Стандарти навчальних програм з математики для денної загальнообов'язкової форми навчання (МОЕ, 2001 ), можна знайти детальну інформацію про (1) фундаментальні ідеї математики та математичної освіти, (2) цілі математичної освіти, (3) математичний зміст і (4) пропозиції щодо навчання,

оцінювання та оформлення підручників з математики та інших матеріалів. З усіх цих описів у Стандартах навчального плану стає очевидним, що на його дизайн, очевидно, вплинув RME, оскільки багато ключових слів і виразів, які повторюють основні характеристики RME, ніколи не з'являлися в подібних офіційних документах до 2001 року. Наприклад, важлива особливість RME, яка не належить до класичної філософії навчання в Китаї з її акцентом на вчителів і навчанні, але яка відображена в стандартах навчальної програми, полягає в тому, що практична діяльність, ініціатива та самостійне дослідження, співпраця та спілкування є важливими підходами до вивчення математики (МОЕ, 2001) [6].

Таксономія Блума протягом тривалого часу була основною вимогою до викладання математики в Китаї, у нових стандартах навчальної програми, окрім «знати», «розуміти», «запам'ятовувати» та «застосовувати», додано три нові вимоги, а саме «сприймати», «переживати» та «досліджувати».

Дослідники Інституту Фройденталю наголошували у своїх лекціях на активній участі учнів у процесі навчання, а не навчання вчителів у сенсі демонстрації того, що мають робити учні. Багато прикладів, згаданих у цих лекціях, стали класичними кейсами, які використовуються в Китаї для підвищення кваліфікації вчителів математики. Аналізуючи та відображаючи ці випадки, багато китайських учителів математики отримують краще розуміння RME та намагаються змінити свою колишню практику викладання прямої передачі [5].

У сучасних школах Китаю учні стали активними, а не пасивними учнями на уроках математики. Замість того, щоб занурюватися у вправи індивідуально, учні отримують можливість висловлювати свої думки, обговорювати та вчитися один у одного. Спілкування та обмін між вчителями та учнями,

між учнями та їхніми однолітками зараз є основним напрямком уроків математики в Китаї. Здатність китайських учнів висловлюватись значно покращилася, це розглядається як одне з головних досягнень реформи навчальних програм, що перегукується з раніше сформульованими очікуваннями щодо реформи навчальних програм.

Удосконалення реформи навчальних програм у Китаї безумовно пов'язане з передовим міжнародним досвідом реформування математики в усьому світі. Науковці та дослідники в Китаї провели багато досліджень щодо стандартів навчальних програм, підручників і практики викладання в десятках країн, які забезпечили умови для вдосконалення реформи навчальних програм у Китаї [4-7].

У **Кореї** навчальні програми з математики розробляються на національному рівні. Після розробки навчальної програми, автори підручників приступають до створення підручників на основі національної навчальної програми. Після завершення розробки підручників, у школі впроваджується нова навчальна програма. Щоб застосувати нещодавно оголошену національну навчальну програму в школі, потрібно близько 2 років. Нова навчальна програма послідовно застосовується з 1 класу.

У 1954 році в Кореї вперше було оголошено навчальну програму з математики на національному рівні. До 2015 року національна навчальна програма переглядалася 8 разів. Сьома навчальна програма була оголошена публічним повідомленням у 1997 році. Потім у 2007 та 2009 роках були зроблені зміни, щоб відповісти на швидку зміну зовнішнього середовища в останні десятиліття в Кореї.

Остання навчальна програма з математики наголошує на математичній творчості, розробленій для того, щоб озброїти учнів базовими здібностями до навчання, дивергентним мисленням,

здатністю розв'язувати проблеми, оригінальністю та здатністю створювати нові цінності. Це також посилює математичний процес, включаючи здатність розв'язувати проблеми, міркувати та спілкуватися. Щоб сприяти творчій діяльності в класі, було організовано скорочення понад 20% існуючого змісту математики та застосування «кластерної системи оцінок» для посилення зв'язку та співпраці між класами.

На основі навчальної програми розробляються підручники з математики для початкової, середньої та старшої школи. У школах Кореї використовуються три різні типи підручників: (1) державні підручники, захищені авторським правом, (2) підручники, дозволені урядом, (3) підручники, затверджені урядом.

Підручники з математики для початкової школи є державними підручниками, які розробляються інститутом на замовлення уряду. Підручники з математики для середньої школи – це схвалені урядом підручники та підручники, схвалені державою, які видаються за процедурою авторизації, щоб гарантувати високу якість підручників. Крім підручників, розроблено робочі зошити для учнів та посібники для вчителя. Робочі зошити допомагають учням самостійно навчатися, а посібники для вчителів — допомагати вчителям застосовувати різні методи навчання та гарантувати якісне навчання.

У навчанні учнів математики в Кореї практикуються уроки, засновані на діяльності, робиться акцент на кооперативне навчання та спілкування. На середньому рівні практикуються диференційовані уроки, підготовка до вступного іспиту до університету.

У Кореї окремо увага приділяється математичній освіті для обдарованих і невстигаючих учнів. Для математично обдарованих учнів є три типи закладів: школи, навчальні центри

та класи. Крім того, запроваджується декілька освітніх програм для обдарованих дітей, які впроваджуються в початкових і середніх школах. Для учнів, що мають проблеми із засвоєнням математичних знань запроваджуються різноманітні нові політики, згідно з якими уряд, місцеві управління освіти та школи активно беруть участь у підтримці невстигаючих учнів.

Мета проведення Національної оцінки освітніх досягнень (NAEA), призначеної для всіх шкіл Кореї, полягає у (1) отриманні інформації та наслідках щодо напрямків удосконалення навчальних програм, викладання та методів навчання, (2) перегляді якості освіти, (3) діагностиці та корегуванні рівня успішності кожного учня та (4) перевірці освітньої підзвітності шкільної освіти. NAEA впроваджено для учнів шостого класу початкової школи, учнів третього (9-го) класу середньої школи та учнів другого (11-го) класу середньої школи по всій країні. Тестові завдання NAEA розроблено за змістом на основі національної навчальної програми.

З 1994 запроваджено тест учнівських навчальних здібностей (CSAT), він був адаптований відповідно до змін у національній навчальній програмі та систем набору в коледж. Традиційно CSAT з математики складається з двох рівнів: математики «GA» та математики «NA». Учні, які будуть вивчати математику та природничі науки в коледжі, повинні здавати математику «GA», а інші учні мають здавати математику «NA». Тестові завдання розроблено для перевірки навичок учнів щодо обчислень, математичного розуміння, міркувань і вирішення проблем. Починаючи з 2014 навчального року, CSAT вдосконалено, зокрема, відображено цілі переглянутої навчальної програми 2009 року та зменшено важливість CSAT під час вступу до коледжу, щоб підвищити автономію кожного коледжу. Назву,

тип математики «GA» і тип «NA», змінено на тип математики А та В [8].

Корея постійно входить до числа країн з найкращими показниками в PISA та TIMSS, що є результатом більшої кількості учнів з високим рівнем знань і меншої кількості учнів з найнижчими рівнями знань порівняно з іншими країнами. Більше 2/3 корейських учнів виступили на відмінному рівні, а 98 % з них — вище базового рівня. Проте частка корейських учнів із найвищим рівнем знань PISA та TIMSS зменшилася, що вимагає політичних заходів для вирішення цієї ситуації.

У Кореї, незважаючи на завидно високий рейтинг PISA, рівень щастя учнів завжди знаходиться на нижньому місці серед країн ОЕСР. Цей шокуючий результат змусив корейську освітню політику зосередитися більше на щасті учнів, ніж на академічних досягненнях. Уряд Пак Кин Хе (2013–2017) запровадив нове бачення освіти з політикою, спрямованою на забезпечення «щасливої освіти», допомагаючи учням знайти свої мрії та таланти. Таким чином, переглянута національна навчальна програма 2015 року змінила парадигму освіти з «освіти, що базується на знаннях», на «щасливу освіту», коли учні отримують задоволення від навчання. Уряд прийняв два підходи, щоб допомогти учням побудувати щасливе життя: пошук і усунення причин нещастя учнів і активне надання школярам можливостей бути щасливими. Ця політична позиція збереглася і за часів нинішнього уряду (з 2017 року по теперішній час) [8].

Оцінювання на рівні школи проводиться відповідно до навчальної програми. Оцінювання з математики на шкільному рівні визначається оцінкою учня. Зазвичай є діагностичне оцінювання на початку навчального року, заплановані іспити, такі як проміжні та випускні іспити на рівні однієї школи та оцінювання успішності та тести на рівні класу. Навіть

незважаючи на те, що національна навчальна програма наполегливо рекомендує різні методи оцінювання, тип відбору, зосереджений на питаннях з кількома варіантами вибору, і завдання типу сконструйованих відповідей, зосереджені на типах коротких відповідей, є більшістю. Проте завдання зі сконструйованими відповідями, які вимагають від учнів створення власної відповіді, також розглядаються справедливо й застосовуються не лише до запланованих іспитів, але й до оцінювання успішності та діагностичного оцінювання.

Корейські вчителі мають право адаптувати навчальну програму, проте, вони, як правило, не користуються цим правом. У Кореї професія вчителя гарантує відносно високу початкову зарплату та стабільний соціальний статус, тому багато видатних академічних кандидатів обирають викладати. Однак ці вчителі, які були настільки компетентними, коли їх вперше призначили, стають на диво пасивними у школах, рідко повністю використовуючи свій досвід. Пасивність корейських вчителів тісно пов'язана з тим фактом, що Корея зберігає свою національну навчальну програму протягом такого тривалого часу. Для вчителів, які самі здобули освіту в рамках національної системи навчальних програм, здається природним дотримуватися встановленої національної навчальної програми. Крім того, предмети, які вони викладають, повністю висвітлюються в призначених підручниках. Для більшості корейських вчителів реалізація навчальної програми означає навчання «за підручником», який часто сприймається не просто як допомога в навчанні, а як «стандарт» або «Біблія», яких слід суворо дотримуватися. Вважається, що у рамках цієї національної системи навчальних програм вчителі мають мало можливостей для демонстрації свого досвіду чи розробки креативної навчальної програми.

Загалом, давня національна система навчальних програм Кореї призвела до того, що професійне життя вчителів дисциплінується національною навчальною програмою. Крім того, незмінна система підручників, вступний іспит до коледжу та нав'язаний урядом академічний зміст обмежують свободу волі вчителів. Хоча їхня автономія щодо національної навчальної програми зросла, вчителі, яких дисциплінує національна навчальна програма, не можуть легко відкинути звичайні шкільні правила чи звичаї.

У Кореї, згідно різноманітних опитувань понад 50% школярів відвідують репетиторські математичні школи. У Кореї існують різноманітні школи репетиторів відповідно до рівня досягнень учнів, їхніх цілей відвідування цих шкіл, зокрема: повторення змісту шкільної математики; прискорене навчання; підготовка до математичних конкурсів або олімпіад з математики; підготовка до вступних випробувань тощо. Щоб зменшити залежність країни від приватних репетиторських шкіл у позаурочний час (так звані hagwons), влада почала вводити комендантську годину, щоб заборонити дітям навчатися в hagwons після 22:00 [8; 9].

У **Японії** національні стандарти навчальної програми переглядаються приблизно кожне десятиліття відповідно до змін у потребах часу. Перший пункт Закону про освіту закликає виховувати «характер», «будівників мирної і демократичної держави і суспільства». У наступному розділі про «цілі освіти» йдеться про розвиток знань, а також емоційних якостей і цінностей/ставлень, а також фізичного здоров'я. Необхідність збалансувати розум, серце (емоції/цінності) і тіло відображається в пропозиціях.

Структура стандартів японської національної навчальної програми складається з предметів і непередметів. Оскільки

некогнітивні види діяльності включені в навчальний план, це призвело до обговорення вчителями того, які компоненти і методи (наприклад, формування та використання малих груп, використання часу на роздуми, методи мотивації за допомогою обговорення в класі) найбільше сприяють досягненню поставленої мети самоосвіти.

В Японії більшість вчителів використовують підручники як основний засіб навчання з двох основних причин. Одна з них пов'язана з освітньою системою в Японії, оскільки всі вчителі державних шкіл зобов'язані використовувати підручники, схвалені Міністерством освіти Японії (МЕХТ) відповідно до національної навчальної програми (так званого курсу навчання). Для початкових шкіл наразі схвалено до публікації шість різних серій підручників з математики, а компаніям, які випускають підручники, дозволено публікувати додаткові ресурси для серій підручників, наприклад видання для вчителів і навчальні посібники. Підручники обирають місцеві управління освіти міст чи районів, а не кожна школа чи вчитель.

Друга причина стосується культурного контексту професійного розвитку японських учителів. Термін «kyouzai kenkyuu», означає «вивчення теми, навчальної програми, навчання, прогресу навчання та пов'язаних навчальних матеріалів». Розробляючи уроки математики, вивчення підручників є важливою частиною процесу «kyouzai kenkyuu». Використовуючи підручники для викладання математики, вчителі повинні спиратися на підручники для розробки уроків, спрямованих на розвиток розуміння учнями через kyouzai kenkyuu.

В Японії вчителі проводять так званий «відкритий урок». Вони разом планують урок, а потім один учитель проводить його в класі, а інші вчителі спостерігають. Навіть вчителі з інших шкіл

Японії можуть прийти і спостерігати. Потім після уроку обговорюється, що вийшло добре, а що – ні. Після цього план уроку переписується групою вчителів, а потім знову використовується в іншому класі. «Потім обговорюють цей урок, це циклічний процес. І людина стає кращим учителем, і це добре. Японські вчителі математики мають власну соціальну мережу, тож є також великий соціальний елемент» [1, 2]. На сайті міністерства освіти Японії, систему освіти Японії представлено у вигляді схеми (рис. 2.1.).

В Японії, як у більшості азійських країн, популярні різні школи репетиторів або приватні уроки з математики. У статті [3], наведено дані що більше половини учнів Японії відвідують певну форму позашкільної освіти (школи з репетиторами, уроки з приватними викладачами тощо). Репетиторські школи відвідують переважно учні старших класів, які готуються до вступних іспитів до університету та учні середньої школи, які в основному мають на меті забезпечити негайне покращення успішності в школі.

Автори статті «Values of the Japanese Mathematics Teacher Community» [11] провели опитування 84 вчителів для визначення цінностей японської спільноти вчителів математики. Серед фундаментальних цінностей визначено: логічне мислення як життєва навичка; глибоке розуміння математики; бути вірним математичній дисципліні; відповідальність за навчання учнів; адаптація до учнів; оволодіння педагогічним ремеслом; відповідальність за благоустрій громади; відкритість педагогічної практики.

# The School Education System

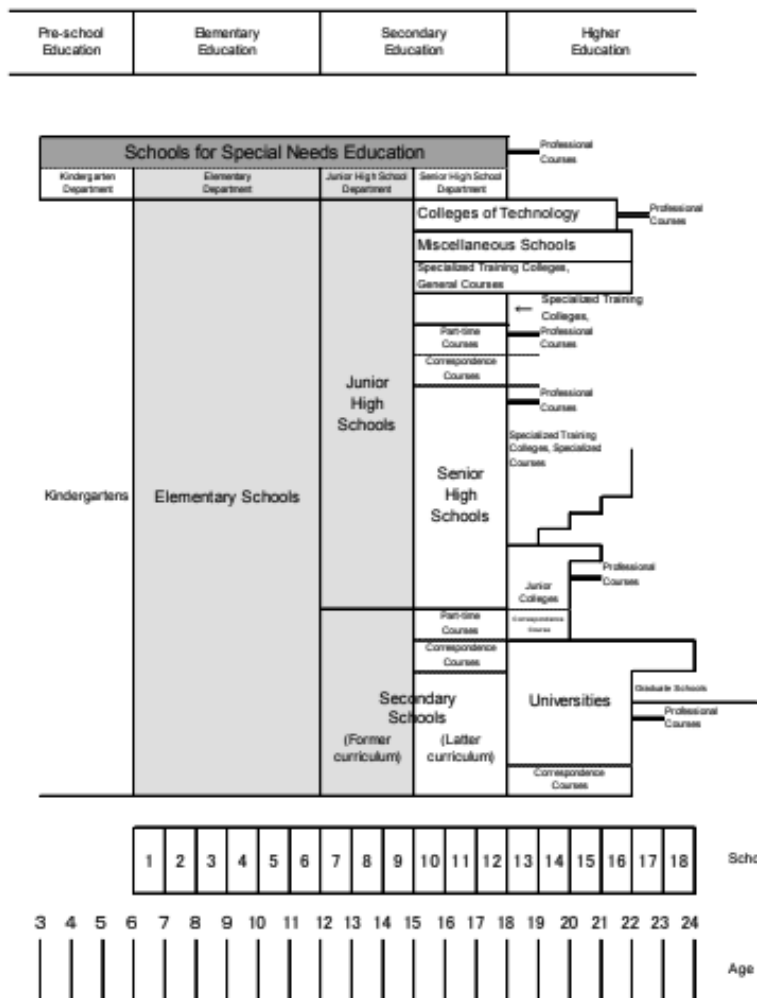


Рис. 2.1. Система освіти Японії

([https://www.mext.go.jp/component/english/\\_icsFiles/afieldfile/2016/06/24/1303764\\_008.pdf](https://www.mext.go.jp/component/english/_icsFiles/afieldfile/2016/06/24/1303764_008.pdf))

Видання OECD «Освітня політика в Японії» (2018) високо оцінює японську освіту. У ньому йдеться: «Порівняно з іншими країнами ОЕСР японська освітня система є однією з найефективніших як серед молоді, так і серед дорослого населення. Японські учні мають одні з найкращих результатів у науковій, математичній та читацькій грамотності в Програмі ОЕСР для міжнародного оцінювання учнів (PISA). Ці чудові результати пов'язані з середовищем, сприятливим для навчання в школах і за їх межами, з високою якістю залучення вчителів і сильною підтримкою з боку сімей для ефективного надання всебічної (цілісної) освіти».

Багато дослідників у галузі освіти, японські школи називають зразком освіти XXI століття. Наприклад, Андреас Шлейхер описує урок у середній школі Хіросіма-Нагіса в Японії як ретельно розроблений творчий час навчання. Він також описує школу Косен у Японії як дуже успішний випадок розвитку міжпредметних можливостей завдяки унікальному поєднанню навчання в класі та практичного навчання на основі проектів.

Освіта двадцять першого століття очікує, що учні отримають компетентність і навички мислити, робити судження та діяти самостійно. Крім того, кожна школа має бути школою двадцять першого століття. Тобто школи повинні усвідомлювати, як вони можуть розвивати компетентності та навички своїх учнів, щоб вони вели краще життя та взаємодіяли з суспільством і світом. І ґрунтуючись на їхньому визнанні, думати, судити та висловлювати (запроваджувати освіту двадцять першого століття) самостійно. Система освіти має підтримувати зусилля кожної школи та вчителя стати головним гравцем [10-14].



*Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Ознайомтесь із підходом до професійного розвитку вчителя у Японії – Lesson Study. Чим відрізняється цей підхід від практик професійного розвитку в інших країнах?
- ❖ Опишіть концепцію шкільного навчання математики у Китаї.



### Список використаних джерел:

1. Fujii, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. *ZDM Mathematics Education* 48, 411–423 (2016). <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0770-3>
2. Lendínez Muñoz, E.M., García García, F.J., Lerma Fernández, A.M. et al. Increase in self-efficacy in prospective teachers through theory-based lesson study. *J Math Teacher Educ* (2023). <https://doi.org/10.1007/s10857-023-09597-0>
3. Leung, F.K.S., Park, K., Shimizu, Y., Xu, B. (2015). Mathematics Education in East Asia. In: Cho, S. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_11)
4. Fan, G., Zhang, L. (2020). Education Governance and School Autonomy: The Progressive Reform of K–12 School in China. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) *Handbook of Education Policy Studies*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_3](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_3)
5. Sun, X., He, W. (2020). Realistic Mathematics Education in the Chinese Context—Some Personal Reflections. In: van den Heuvel-Panhuizen, M. (eds) *International Reflections on the*

Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1_10)

6. Wu, Z. (2020). Path and the Standards of Rural School Consolidation in China Since 2000. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) *Handbook of Education Policy Studies*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_1)

7. Yu, W. (2020). School-Based Teaching Research in China. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) *Handbook of Education Policy Studies*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_12](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_12)

8. Park, SH. (2015). National Presentation of Korea. In: Cho, S. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_20)

9. So, K. (2020). Whom Is the National Curriculum for? Politics in the National Curriculum System of South Korea. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) *Handbook of Education Policy Studies*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_9)

10. Baldry, F., Mann, J., Horsman, R. et al. The use of carefully planned board work to support the productive discussion of multiple student responses in a Japanese problem-solving lesson. *J Math Teacher Educ* **26**, 129–153 (2023). <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09511-6>

11. Corey, D.L., Ninomiya, H. (2019). Values of the Japanese Mathematics Teacher Community. In: Clarkson, P., Seah, W., Pang, J. (eds) *Values and Valuing in Mathematics Education. ICME-13 Monographs*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-16892-6\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-16892-6_4)

12. OECD (2018), *Education Policy in Japan: Building Bridges Towards 2030, Reviews of National Policies for Education*,

13. Tsuneyoshi, R. (2020). Japanese Educational Policy and the Curriculum of Holistic Development. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) Handbook of Education Policy Studies. Springer, Singapore.  
[https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_8](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_8)

14. Yamanaka, S., Suzuki, K.H. (2020). Japanese Education Reform Towards Twenty-First Century Education. In: Reimers, F.M. (eds) Audacious Education Purposes. Springer, Cham.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-030-41882-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-41882-3_4)

### **2.3. Математична освіта в США**

Сполучені Штати є великою та різноманітною країною зі значними відмінностями між регіонами, районами та школами. У 1985 році Національною дослідницькою радою Національної академії наук була створена Рада з навчання математичних наук (MSEB), що складається з організацій, залучених до математичної освіти. Метою Правління є забезпечення національного лідерства у просуванні необхідних змін у математичній освіті. Зосереджуючись на навчальних програмах, інструкціях та оцінюванні, процес формування обізнаності про потреби та досягнення консенсусу щодо змін відбувався через низку конференцій та спільну роботу груп членів, зокрема NCTM. Професійні організації державних інспекторів з математики, шкільних інспекторів з математики та тих, хто цікавиться інформатикою, доклали зусиль для покращення викладання математики та інформатики. Освітня рада з математичних наук (MSEB) є одним із дев'яти основних підрозділів Національної дослідницької ради (NRC). MSEB було створено, щоб

забезпечити безперервний національний огляд та можливість оцінювання математичної освіти.

У Сполучених Штатах, діти віком від 6 до 16 років повинні відвідувати школу. Всі штати вимагають обов'язкову освіту до 16 років, в той час як деякі штати вимагають відвідування до 17 або 18 років. Більшість відвідує державні початкові та середні школи, надані місцевими шкільними радами відповідно до правил, встановлених кожним із п'ятдесяти штатів. Менша частина відвідує приватні школи. Деякі беруть участь у визнаній програмі альтернативної освіти, такій як програма домашнього навчання. Кошти для державних шкіл надходять частково від держави, а частково від місцевої громади платників податків. У більшості шкільних систем є три етапи навчання. Традиційно загальна схема включає: початкову школу (дитячий садок до 4 або 5 класу), середню школу (від 5 або 6 класу до 8 класу) і старшу школу (від 9 до 12 класу). Сучасна система освіти у США представлена на рисунку 2.2.

Міністерство освіти США встановлює вимоги і забезпечує федеральне фінансування спеціальних програм, таких як програми шкільних обідів для учнів в сім'ях з низьким соціально-економічним статусом і компенсаційні програми для учнів, які потребують спеціальної освітньої допомоги. Крім цих програм допомоги, федеральний уряд США забезпечує всеосяжну політику та рекомендації щодо права кожного учня на можливість отримати державну освіту. Роль федерального уряду в освіті помітно зросла з прийняттям Закону No Child Left Behind (NCLB), прийнятого Конгресом у 2001 році. NCLB уповноважив Міністерство освіти США керувати програмою, яка передбачала фінансові стимули для шкіл з хорошими профілями успішності та штрафи для шкіл з поганими показниками успішності (U.S. Department of Education 2008). З тих пір оновлена політика

пом'якшила деякі покарання за погану успішність на користь зосередження на допомозі всім учням досягти успіху.

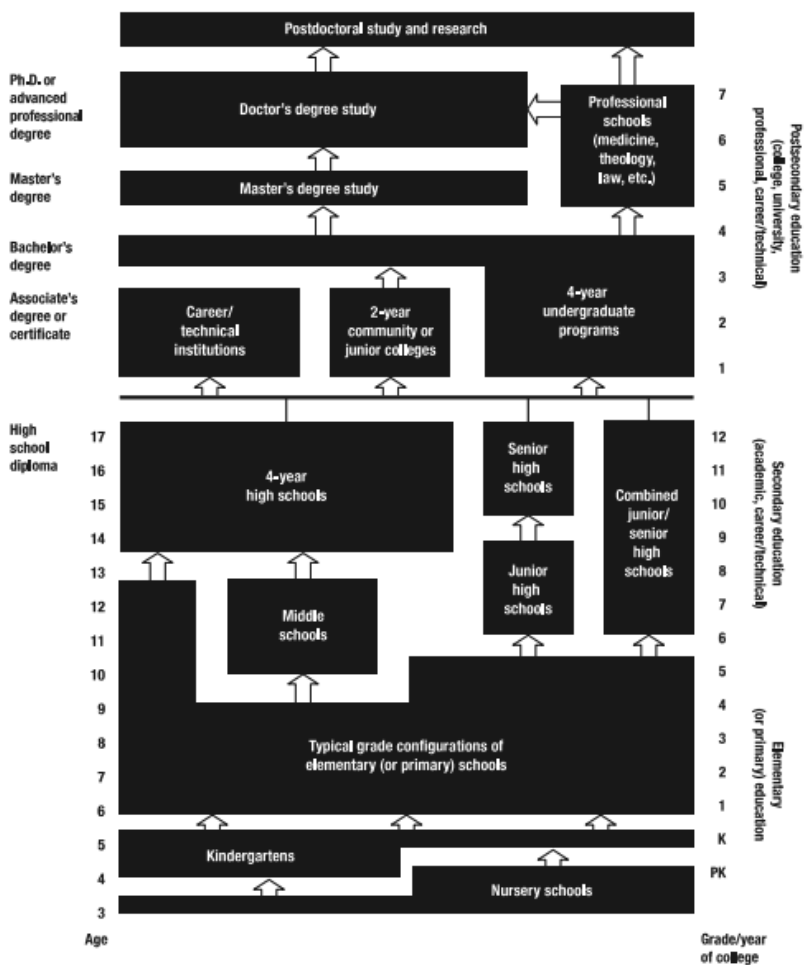


Fig. 1.1 The structure of education in the United States (Snyder, Brey, and Dillow 2018)

Рис. 2.2. Система освіти США (за [1])

У Сполучених Штатах немає національної навчальної програми, і через місцевий контроль школи можуть зазнавати

частих змін у політиці чи навчальних програмах. Передбачувана навчальна програма відноситься до набору цілей і завдань, описаних у програмних документах і рекомендаціях, таких як національні та державні стандарти. «Принципи та стандарти шкільної математики» призначені як джерело та керівництво для всіх, хто приймає рішення, які впливають на математичну освіту учнів від дошкільного віку до 12 класу. Рекомендації в них ґрунтуються на переконанні, що всі учні повинні вивчити важливі математичні поняття та процеси з розумінням. Принципи та стандарти наводять аргументи на користь важливості такого розуміння та описують способи, якими учні можуть його досягти.

Цільова аудиторія «Принципів та стандартів» включає вчителів математики; вчителів-лідерів в школах і районах; розробників інструктивних матеріалів; керівників навчальних програм районного рівня та керівників професійного розвитку вчителів; відповідальних за навчання вчителів математики; додипломних вчителів; адміністраторів школи, штату та провінції; і політиків. Крім того, документ може слугувати ресурсом для дослідників, математиків та інших, хто цікавиться шкільною математикою. Принципи та стандарти були розроблені Національною радою вчителів математики (NCTM), міжнародною професійною організацією, яка прагне досконалості у викладанні математики та навчанні для всіх учнів.

Шкільні підручники з математики, як правило, змінюються раз на сім-вісім років. На рівні середньої школи основна навчальна програма, яка в даний час знаходиться в класах середніх шкіл США, побудована навколо послідовності з трьох цілорічних курсів: алгебра 1, геометрія або алгебра 2 і геометрія, за якими слідує попереднє обчислення, зазвичай приділяючи велику увагу функціям і тригонометрії. У більшості шкільних округів, де учні беруть участь у курсах AP Calculus, алгебра 1

викладається у восьмому класі. Ще одним поширеним курсом AP на рівні середньої школи є статистика AP. Цей курс став популярною альтернативою для учнів, які не бажають йти шляхом, який вимагав би обчислень.

За останні двадцять п'ять років вимоги до закінчення середньої школи та вимоги до вступу до коледжу стали більш суворими, тоді як відсоток чотирирічних коледжів та університетів, які тепер вимагають два роки алгебри та рік геометрії для вступу, зріс. Громадськість США занепокоєна низьким рівнем математичних результатів американських учнів у міжнародних дослідженнях та усвідомлює роль, яку математика може відігравати в майбутньому житті та кар'єрі учнів середніх шкіл.

Центральне місце в критерію успішності навчальної програми займає академічна успішність учнів, які навчались за нею. У Сполучених Штатах Америки обчислюється кілька показників досягнення. На національному рівні є дані тестів з математики, які проводяться в рамках Національного оцінювання прогресу в освіті (NAEP). Крім NAEP, дані на національному та державному рівнях двох основних вступних іспитів до коледжів — програм ACT і SAT — також забезпечують інші стабільні оцінки результатів досягнень учнів. Крім того, щоб виміряти досягнуту навчальну програму на державному рівні, кожен штат проводить тест, узгоджений з їхніми державними стандартами. Загалом 15 штатів, а також Вашингтон, округ Колумбія, використовують оцінки PARCC або SBAC, два тести, узгоджені із Загальними основними державними стандартами з математики. Тридцять два штати використовують власні тести, а ще три штати використовують тест, який змішує питання PARCC і SBAC з їхніми власними. В результаті цих різних заходів перевіряється

досягнення навчальної програми за допомогою даних NAEP, АСТ і SAT, а також тестів державного рівня.

Формати та очікування основних та державних оцінювань NAEP оприлюднюються на кілька років раніше за дане оцінювання в рамках NAEP з математики. Структуру для нещодавніх та поточних програм можна отримати на веб-сайті NAGB. Оцінювання розробляється комітетом, що складається з вчителів з класів, які оцінюються, колегіальних професіоналів, а також експертів з тестування та вимірювання з NAGB та фірм, які уклали контракт на проведення оцінювання в цій галузі. Оцінювання NAEP з математики зосереджене на вимірюванні впровадженої навчальної програми, а не на дослідженні того, що, на думку експертів з навчальних програм, може бути доречним для певного рівня класу. Структура змісту оцінювання з математики NAEP охоплює п'ять широких областей змісту: (1) властивості чисел та операції, (2) вимірювання, (3) геометрія, (4) аналіз даних, статистика та ймовірність, та (5) алгебра. У 2019 році в оцінюванні 4 класу було 38 відсотків завдань, пов'язаних із властивостями та операціями чисел, 17 відсотків – з вимірюванням, 15 відсотків – з геометрією, 13 відсотків – з аналізом даних, статистикою та ймовірністю, а 17 відсотків – з алгеброю. На рівні 8 класу, 24 відсотки завдань були пов'язані з властивостями та операціями з числами, 15 відсотків – з вимірюванням, 17 відсотків – з геометрією, 15 відсотків – з аналізом даних, статистикою та ймовірністю, а 29 відсотків – з алгеброю. Предмети NAEP також класифікуються за математичною складністю: низька, помірна та висока. Складність забезпечує міру когнітивних потреб предмета. Елементи низького рівня зосереджені на запам'ятовуванні, елементи середнього рівня зосереджені на встановленні зв'язків, а елементи високого рівня складності зосереджені на моделюванні.

У США є низка спеціалізованих шкіл, у яких учні можуть скористатися програмами поглибленої математики через державні та приватні школи, університети чи інші організації. До них можна віднести STEM-школи, школи які пропонують програму, що відповідає міжнародній навчальній програмі, якою керує Міжнародна організація бакалаврату (ІВО) зі штаб-квартирою в Гаазі, Нідерланди. У 2019 році понад 1,3 мільйона учнів були зараховані на ту чи іншу програму ІВ у всьому світі. У Сполучених Штатах 1853 школи уповноважені пропонувати програми ІВО в тій чи іншій формі. З 1853 шкіл у Сполучених Штатах 949 пропонують Diploma Program, вимогливу дворічну програму підготовки до коледжу, яка веде до іспитів і призначена для учнів віком від 16 до 19 років. Решта шкіл пропонують програму середніх років (669) або програму початкових класів (579), обидві з яких призначені для молодших школярів. У 2012 році ІВО ініціювала програму Career-Related Program, спрямовану на задоволення потреб учнів, які беруть участь у програмах, пов'язаних з кар'єрою. Наразі ця програма пропонується у 120 школах США. Ще один тип спеціалізованих шкіл, це школи, у яких пропонується університетська програма, яка пропонується у двох форматах як літня програма з математики для дуже здібних учнів середньої школи. Перший формат слідує моделі, започаткованій Джуліаном Стенлі в Університеті Джонса Гопкінса в 1970-х роках, виявляючи таланти в старших класах початкової або середньої школи та пропонуючи прискорені курси (зазвичай влітку, але іноді протягом навчального року) та онлайн-курси, щоб дозволити цим учням вивчати більш просунуту математику, а також інші дисципліни в молодшому віці. Сьогодні програма Центру талановитої молоді Джона Гопкінса (СТУ) обслуговує обдарованих учнів 2–12 класів за допомогою широкого спектру програм у США та Гонконгу (Johns Hopkins

University 2020). Другий формат літнього вдосконалення математики слідує моделі, розробленій Арнольдом Россом в Університеті Нотр-Дам в 1957 році. У програмі Росса учнів доузітвської підготовки навчають математики інакше, ніж підхід, з яким вони зазвичай стикаються в школі. Очікується, що вони будуть розв'язувати задачі та виводити пропозиції приблизно так само, як і професійний математик – опрацьовуючи проблеми самостійно або у спільних групах з деякими зовнішніми підказками від наставників. Ross Math Asia також пропонує літню математичну програму в тому ж форматі, але в Нанкіні, Китай (Ross Mathematics Program 2020). Ще один підхід до збагачення та розвитку математичних знань учнів середніх шкіл полягає в математичних гуртках. Найбільшою організацією математичних клубів в США є Mu Alpha Theta, заснована в 1957 році. Mu Alpha Theta має понад 2600 відділень середньої школи та громадських коледжів і понад 124000 учнів-членів по всій території Сполучених Штатів. Його мета – стимулювати інтерес до математики шляхом визнання вищої математичної науки в учнів. Окрім проведення регіональних зустрічей та щорічних національних зборів, Mu Alpha Theta також видає інформаційний бюлетень та надає кілька інших ресурсів для своїх учнів-членів (Mu Alpha Theta 2020).

Вчителі, адміністратори, батьки та громадськість часто цікавляться інформацією про професійні математичні організації в Сполучених Штатах, які беруть участь у підтримці вивчення математичних дисциплін. Нижче наведено перелік професійних організацій для широкі спільноти вчителів математики:

Американська математична асоціація дворічних коледжів (АМАТУС)

Американське математичне товариство (AMS)

Американська статистична асоціація (ASA)

Асоціація символічної логіки (ASL)  
Асоціація жінок у математиці (AWM)  
Асоціація державних інспекторів з математики (ASSM)  
Асоціація Бенджаміна Баннекера (BannekerMath)  
Рада з акредитації підготовки викладачів (CAEP)  
Конференційна рада математичних наук (CBMS)  
Інститут математичної статистики (IMS)  
Математична асоціація Америки (MAA)  
Партнерство з навчання вчителів математики (MTEP)  
Національна асоціація математиків (NAM)  
Національна рада з акредитації педагогічної освіти (NCATE)  
Національна наглядова рада з математики: Лідерство в математичній освіті (NCSM)  
Національна рада вчителів математики (NCTM)  
Дослідницька рада з вивчення математики (RCML)  
Товариство промислової та прикладної математики (SIAM)  
Товариство актуаріїв (SOA)  
TODOS: Математика для ВСІХ (TODOS)

Основним інтелектуальним ресурсом для вчителів у Сполучених Штатах є нові ідеї про освіту, породжені освітніми дослідженнями. Більшість вчителів у США не вивчають теорії безпосередньо, але вони вивчають нові підходи, засновані на теоріях, які вони впроваджують у своїх класах.

Сьюзен Нікерсон з Державного університету Сан-Дієго виокремлює спільні риси в ефективному професійному розвитку вчителя математики в Китаї та Сполучених Штатах. Хороший професійний розвиток поєднує математичний зміст з інформацією про ефективні стратегії навчання. Він процвітає завдяки пристрасі до математики та вимагає наполегливих

зусиль. Він спирається на підтримку з боку інших з високими академічними стандартами, баченням ефективного викладання, доступом до додаткових матеріалів та рефлексією на практиці.

Китайські вчителі мають можливість зайти набагато глибше в дискусії щодо свого професійного розвитку, прокоментував Нікерсон, частково тому вони мають більше часу для таких заходів і частково тому, що навчальний план і політичне середовище в Китаї, як правило, більш стабільні. Крім того, у Сполучених Штатах професійний розвиток є набагато більш індивідуалістичним, тоді як у Китаї він використовує спільноти практиків.

Сюе Хан з Університету Нью-Мексико погодився, що професійний розвиток у Китаї є систематичним і організованим, тоді як у Сполучених Штатах він більш фрагментований. «Виходячи з мого досвіду в Сполучених Штатах, багато вчителів початкової школи не мають жодного професійного розвитку, пов'язаного з математикою», – зазначила вона. У Китаї навчальна програма професійного розвитку тісно пов'язана з навчальною програмою з математики та підручниками, які використовуються в класі, тоді як у Сполучених Штатах професійний розвиток часто не пов'язаний із тим, що викладають у класі. «Ми пропонуємо вчителям багато воркшопів або професійний розвиток на основі проекту. Коли гроші закінчуються, професійний розвиток закінчується. Отже, досвід професійного розвитку, який пропонується вчителям, не узгоджується».

Незважаючи на проблеми з професійним розвитком у Сполучених Штатах, диференційовані ролі, кар'єрні сходи, вступні програми та суворіша оцінка вчителів є «на вищому місці у федеральній, державній та місцевій політиці», — прокоментував Лю. «Багато різних зацікавлених сторін дуже

зацікавлені в цих питаннях, і по всій країні відбувається активна діяльність».

Йепін Лі описав процес у штаті Техас, який веде до отримання сертифіката магістра математики (ММТ). Щоб отримати сертифікат ММТ, учитель повинен мати принаймні 3 роки досвіду викладання, пройти схвалену програму підготовки до ММТ та скласти сертифікаційний іспит ММТ (який вперше був проведений у червні 2003 року). Обов'язки ММТ включають викладання математики та наставництво з іншими вчителями, включаючи роботу з іншими вчителями математики або з вчителями предметної області, залежно від потреб конкретної школи. ММТ, призначені їхніми округами для викладання та наставництва в школах з особливою потребою, отримують стипендію від держави на кінець року.

У статті [3] наведено ключові відмінності у професії вчителя математики в Китаї та Сполучених Штатах, зокрема

КИТАЙ	СПОЛУЧЕНІ ШТАТИ АМЕРИКИ
<p>Вчителі математики зазвичай є спеціалістами навіть на початковому рівні.</p> <p>Викладання – це публічна практика з нормами та структурами, які сприяють співпраці.</p> <p>Професія вчителя має чітку ієрархію кар'єри з чіткими формальними рангами від новачка (другий ранг) до вчителя-майстра.</p> <p>Майстри-вчителі продовжують викладати та виконувати свої додаткові</p>	<p>Учителі математики зазвичай є загальними спеціалістами на початковому рівні та спеціалістами на середньому рівні.</p> <p>Викладання – це переважно приватна практика з нормами та структурами, які сприяють автономії.</p> <p>Професія вчителя не має чіткої ієрархії, хоча є певний рух у напрямку створення диференційованих ролей для вчителів.</p>

<p>обов'язки, використовуючи свої аудиторії як базу. Робота відбувається в спільному контексті школи.</p> <p>Професійний розвиток є частиною повсякденного життя школи.</p> <p>Національна навчальна програма дає вчителям більше часу для постійного вдосконалення підготовки до уроків.</p> <p>Вчителі К–12 беруть активну участь у формуванні знань про те, як покращити навчання.</p>	<p>Вчителям-майстрам часто доводиться переходити за межі аудиторії на нову посаду, брати на себе додаткові обов'язки.</p> <p>Професійний розвиток часто відбувається поза повсякденним життям школи.</p> <p>Без національної навчальної програми вчителі часто витрачають багато часу на узгодження стандартів, навчальної програми, тестування тощо, замість того, щоб розробляти та обдумувати уроки. Існує більший розрив між дослідженнями щодо вдосконалення навчання та реальною практикою.</p>
---	---



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Розгляньте стандарти математичної освіти в США, зокрема Common Core State Standards (CCSS). Спробуйте визначити їхні основні принципи та відмінності від стандартів інших країн.
- ❖ Дослідіть останні тренди та інновації в математичній освіті США, такі як використання технологій, ігрові методи, проекти з розв'язання реальних проблем і т. д.



### *Список використаних джерел:*

1. Mathematics Education in the United States 2020: A Capsule Summary Fact Book. [https://www.nctm.org/Store/Products/Mathematics-Education-in-the-United-States-2020--A-Capsule-Summary-Fact-Book-\(Download\)/](https://www.nctm.org/Store/Products/Mathematics-Education-in-the-United-States-2020--A-Capsule-Summary-Fact-Book-(Download)/)
2. Scott, R. (2015). National Presentation of the United States of America. In: Cho, S. (eds) The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_22)
3. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. 2010. The Teacher Development Continuum in the United States and China: Summary of a Workshop. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/12874>.

### **2.4. *Розвиток соціальних та емоційних навичок учнів на уроках математики***



### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. Al-Jbouri, E., Andrews, N. C. Z., Peddigrew, E., Fortier, A., & Weaver, T. (2022). Building elementary students' social and emotional skills: A randomized control trial to evaluate a teacher-led intervention. *School Mental Health*. <https://doi.org/10.1007/s12310-022-09538-x>

2. Coelho, V. A., & Sousa, V. (2018). Differential Effectiveness of a Middle School Social and Emotional Learning Program: Does Setting Matter? *Journal of Youth and Adolescence*, 47(9), 1978–1991. <https://doi.org/10.1007/s10964-018-0897-3>
3. Fundamentals of SEL - CASEL. (b. d.). CASEL. Retrieved from: <https://casel.org/fundamentals-of-sel/>.
4. Fenwick-Smith, A., Dahlberg, E. E., & Thompson, S. C. (2018). Systematic review of resilience-enhancing, universal, primary school-based mental health promotion programs. *BMC Psychology*, 6(1). <https://doi.org/10.1186/s40359-018-0242-3>
5. Green, A. L., Ferrante, S., Boaz, T. L., Kutash, K., & Wheeldon-Reece, B. (2022). Effects of the SPARK Teen Mentoring Program for High School Students. *Journal of Child and Family Studies*. <https://doi.org/10.1007/s10826-022-02298-x>
6. Green, A. L., Ferrante, S., Boaz, T. L., Kutash, K., & Wheeldon-Reece, B. (2021). Evaluation of the SPARK Child Mentoring Program: A Social and Emotional Learning Curriculum for Elementary School Students. *The Journal of Primary Prevention*, 42(5), 531–547. <https://doi.org/10.1007/s10935-021-00642-3>
7. Joswick, C., & Taylor, C. N. (2022). Supporting SEL Competencies with Number Talks. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 115(11), 781–791. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2021.0347>
8. Integrating Social, Emotional and Academic Development (SEAD) within the KAS for Mathematics. (b. d.). KYstandards. Retrieved from: <https://kystandards.org/standards-resources/mathematics-resources/integrating-sead-mathematics/>
9. PATHS® Curriculum – PATHS™. (b. d.). PATHS™ – Promoting Alternative THinking Strategies. Retrieved from: <https://www.pathstraining.com/main/curriculum/>
10. Sears, R., Bay-Williams, J., Willingham, J. C., & Cullen,

A. (2022). Symbiosis: Social and Emotional Learning & Mathematics Learning. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 115(11), 770–780. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2022.0081>



### ***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Дослідіть, як соціально-емоційне навчання впливає на академічний успіх та соціальну адаптацію учнів. Які дослідження вказують на ефективність соціально-емоційного навчання?
- ❖ Визначте головні виклики та перспективи, пов'язані із впровадженням соціально-емоційного навчання в шкільну математичну освіту. Як можна подолати ці виклики та забезпечити успішну імплементацію?



### ***Питання для обговорення:***

- ❖ Роль вчителя та загальношкільного середовища в успішному впровадженні соціально-емоційного навчання.
- ❖ Які навчальні матеріали можуть сприяти інтеграції соціально-емоційних навичок та математичного контексту.
- ❖ Інструменти соціально-емоційного навчання, які застосовують на уроках математики (на основі описаного досвіду).



### ***Творчі завдання:***

- ❖ На сайті Social and Emotional Learning and Mathematics (<https://www.insidemathematics.org/common-core-resources/mathematical-practice-standards/social-and-emotional-mathematics-learning>) запропоновано ресурси для використання соціального та емоційного навчання для розвитку математичних навичок учнів; Інструменти для оцінювання SEL; розміщено відеофрагменти уроків вчительки Кеті Хамфріс, яка описує способи, за допомогою яких її учні демонструють соціальні та емоційні навчальні здібності, коли вони залучаються до Загальних основних державних стандартів для математичної практики.

На основі опрацьованих матеріалів сформулюйте рекомендації для вчителя математики щодо розвитку соціальних та емоційних навичок учнів на уроках математики.

## ***2.5. Досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику***



### ***Ресурси для самостійної підготовки:***

1. Besser, M., Blum, W., & Leiß, D. (2015). How to support teachers to give feedback to modelling tasks effectively? results from a teacher-training-study in the Co2CA project. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. Salett Biembengut (Eds.), *Mathematical modelling in education research and practice* (pp. 151–160). Cham: Springer International Publishing.

2. Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. In: Cho, S. (eds) The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9)
3. Bowland Maths. URL: <https://www.bowlandmaths.org.uk/about/bowlandstory.html>.
4. Brown, J., Ikeda, T. (2015). Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics. In: Cho, S. (eds) The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3\\_42](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_42)
5. Greefrath, G., Vorhölter, K. (2016). Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries. In: Teaching and Learning Mathematical Modelling. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9_1)
6. Wake, G., Swan, M. & Foster, C. Professional learning through the collaborative design of problem-solving lessons. *J Math Teacher Educ* 19, 243–260 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9332-9>
7. Wess, R., Klock, H., Siller, HS., Greefrath, G. (2021). Mathematical Modelling. In: Measuring Professional Competence for the Teaching of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-78071-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-78071-5_1)
8. Wess, R., Klock, H., Siller, HS., Greefrath, G. (2021). Professional Competence for Teaching Mathematical Modelling. In: Measuring Professional Competence for the Teaching of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of

9. Yang, X., Schwarz, B. & Leung, I.K.C. Pre-service mathematics teachers' professional modeling competencies: a comparative study between Germany, Mainland China, and Hong Kong. *Educ Stud Math* 109, 409–429 (2022).  
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10064-x>

10. Катеринюк Г.Д. Формування умінь математичного моделювання в учнів профільної школи. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 014 – Середня освіта (Математика). – Вінницький державний педагогічний університет Михайла Коцюбинського, Міністерство освіти і науки України, Вінниця, 2020.



### ***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ З'ясувати особливості впровадження ефективного навчання математичному моделюванню в школах у німецькомовних країнах.
- ❖ Розкрити роль прикладних задач у навчанні математичному моделюванню в школах.



### ***Питання для обговорення:***

- ❖ Математичне моделювання та математична модель: спільне і відмінне.
- ❖ Засоби формування в учнів умінь математичного моделювання.

- ❖ Методичні особливості використання системи задач для формування в учнів умінь математичного моделювання.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Опишіть досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику в Німеччині.
- ❖ Оберіть певну реальну проблему (наприклад, екологічну, економічну або соціальну) та розробіть математичну модель для її вирішення. Врахуйте вивчений вами досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику.

### 3. Реформи шкільної математичної освіти

#### 3.1. Аналіз компонентів та типів навчальних програм

Одним із способів вивчення закордонного досвіду математичної освіти є аналіз навчальних програм з математики. Виконавчий комітет ІСМІ в лютому 2011 року розпочав проєкт під назвою Database Project, кінцевою метою якого є створення та оновлення бази даних навчальних програм з математики в усьому світі (див. <https://www.mathunion.org/icmi/activities/icmi-database-project>).

В межах досліджень проведених ІСМІ Study 24 (<https://www.mathunion.org/icmi/publications/introduction>) опубліковано Матеріали конференції «Реформи навчальних програм з математики в усьому світі», які містять шістьдесят вісім доповідей із різних країн: Алжиру, Австралії, Чилі, Китаю/Гонконгу, Коста-Ріки, Данії, Франції, Угорщини, Індонезії, Ірану, Ірландії, Ізраїлю, Італії, Японії, Лівану, Малайзії, Мексики, Нідерланди, Перу, Філіппіни, Португалія, Сербія, Південна Африка, Іспанія, Таїланд, Велика Британія, Сполучені Штати Америки та В'єтнам [].

У іноземній літературі досить часто вживається термін «*curriculum*» і використовується з багатьма різними значеннями, вчені відзначили, що майже неможливо дати універсально прийнятне визначення «*curriculum*». Наприклад, у США це часто означає серію підручників, а у Великій Британії набір досвіду, який дитина отримує в шкільних класах.

Google перекладач перекладає на українську «*curriculum*» як навчальний план, навчальна програма, курс навчання. В Україні, ці поняття не є синонімами. Відповідно до Закону України «Про повну загальну середню освіту» (стаття 1):

✓ *Модельна навчальна програма* – документ, що визначає орієнтовну послідовність досягнення очікуваних результатів навчання учнів, зміст навчального предмета (інтегрованого курсу) та види навчальної діяльності учнів, рекомендований для використання в освітньому процесі в порядку, визначеному законодавством.

✓ *Навчальна програма* – документ, що визначає послідовність досягнення результатів навчання учнів з навчального предмета (інтегрованого курсу), опис його змісту та видів навчальної діяльності учнів із зазначенням орієнтовної кількості годин, необхідних на їх провадження, та затверджується педагогічною радою закладу освіти.

✓ *Освітня програма закладу освіти* - документ, що містить комплекс освітніх компонентів, спланованих та організованих закладом освіти для досягнення учнями визначених цією програмою очікуваних результатів навчання, який розробляється і затверджується відповідно до цього Закону.

✓ *Типовий навчальний план* - складник типової освітньої програми, що визначає загальний обсяг навчального навантаження на відповідному рівні (циклі) повної загальної середньої освіти (в навчальних годинах), його рекомендований розподіл за роками навчання між навчальними предметами (інтегрованими курсами), обов'язковими для вивчення, послідовність їх вивчення, а також кількість годин на вивчення вибіркового освітнього компонентів, зокрема, навчальних предметів, курсів, інтегрованих курсів.

Отже, в українській мові, найближчим до розкриття поняття «curriculum» є навчальна програма. З огляду іноземної літератури можна помітити, що широко розповсюджене розуміння «curriculum» те, що використовується у міжнародних дослідженнях математики та природничих наук (TIMSS). TIMSS

використовує навчальну програму в широкому розумінні як основну організаційну концепцію при розгляді того, як освітні можливості надаються учням, і фактори, які впливають на те, як учні використовують ці можливості. Модель навчальної програми TIMSS складається з трьох аспектів: передбачувана навчальна програма, реалізована навчальна програма та досягнута навчальна програма (див. рис.3.1.). Вони представляють, відповідно, математику та природничі науки, які учні повинні вивчати, як це визначено політикою та публікаціями навчальних програм країн, а також те, як має бути організована освітня система, щоб сприяти цьому навчанню; що насправді викладається в класах, характеристики тих, хто це викладає, і як це викладається. І, нарешті, що саме учні вивчили і що вони думають про вивчення цих предметів. (див. <https://timss2019.org/wp-content/uploads/frameworks/T19-Assessment-Frameworks-Introduction.pdf>).

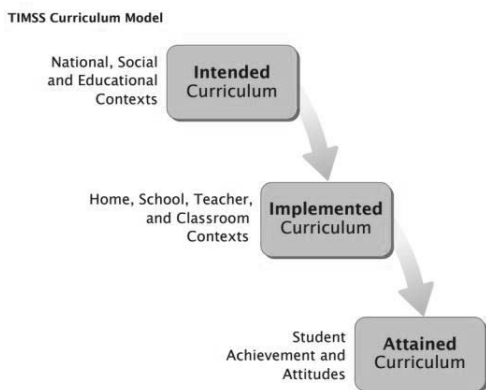


Рис. 3.1. Модель навчальної програми TIMSS (за [3])

Передбачувана або запланована навчальна програма – це офіційна навчальна програма, яка, як правило, визначає, що відповідні освітні органи (і суспільство) очікують чому учні мають навчитися з точки зору знань, навичок, цінностей і

ставлень. У посібниках, нормативних документах, стандартах втілено різні компоненти навчальної програми – цілі, зміст, методи, засоби, оцінювання, іспити та інші аспекти. Впроваджена або реалізована навчальна програма – це фактична навчальна програма, яка виконується на рівні школи та класу, це фактична викладацька та навчальна діяльність, яка відбувається через взаємодію між вчителями та учнями. Досягнута навчальна програма вказує на знання, навички, цінності та ставлення, набуті учнями в результаті викладання та навчання за допомогою різних засобів і матеріалів і продемонстровані на практиці. Дослідниками відзначається, що між рівнями запланованої, реалізованої та досягнутої навчальної програми може бути великий розрив.

Нісс (Niss) визначає навчальну програму щодо освітнього середовища, як «вектор із шістьма елементами»: цілі; зміст; засоби; форми навчання; діяльність учнів; оцінка. Дослідник їх розглядає як ключові компоненти навчальної програми, особливо в контексті реформування шкільної програми з математики, і вони визначаються Ніссом [1, с. 241] наступним чином:

- цілі (головні цілі, бажані результати навчання, а також конкретні цілі та цілі викладання та навчання, що відбуваються в рамках цієї навчальної програми);
- зміст (тематичні області, концепції, теорії, результати, методи, прийоми та процедури, які розглядаються під час викладання та навчання);
- засоби (навчальні матеріали та ресурси, включаючи підручники, артефакти, маніпуляції та ІТ-системи, що використовуються у викладанні та навчанні);
- форми навчання (завдання, діяльність і режими роботи вчителя за даною навчальною програмою);

- діяльність учнів (діяльність та завдання та доручення для учнів, які навчаються за цією навчальною програмою);
- оцінювання (цілі, режими, формати та інструменти, прийняті для формувального та підсумкового оцінювання в цій навчальній програмі).

Кай та Хаусон (Cai & Howson) розглядають навчальну програму як процес та продукт. Навчальна програма — це продукт: набір навчальних вказівок і матеріалів для набуття учнями певних культурно цінних знань і навичок. Навчальна програма також може розглядатись як процес, це не фізична річ, як підручники, а радше взаємодія вчителя, учнів і знань [1, 2]. Навчальна програма як процес і як продукт – може бути застосована до кожного рівня запланованої, реалізованої та досягнутої навчальної програми.

Поняття *реформи* в рамках реформи навчальних програм з математики також є спірним поняттям. У той час як реформа навчальної програми в деяких контекстах використовується для позначення майже будь-яких змін у навчальній програмі, особливо на макрорівнях, для інших це поняття не відображає глибини реформи, коли навчальна програма зазнає серйозного перегляду. Отже, з'явилися різні концепції для позначення масштабів реформи навчальних програм. Відносно незначні зміни іноді можна віднести до перегляду навчальної програми, тоді як значні зміни можна назвати трансформацією навчальної програми. У цьому дослідженні поняття реформи навчальних програм з самого початку використовувалося для позначення всіх ступенів змін і видів змін, внесених до навчальних програм.



***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Ознайомитись із змістом навчальних програм з математики Канади та Австралії. Проаналізувати їх зміст щодо основних складових.
- ❖ Провести порівняльний аналіз навчальних програм з математики Канади та України.



### *Список використаних джерел:*

1. Niss, M. (2016). Mathematics standards and curricula under the influence of digital affordances: Different notions, meanings and roles in different parts of the world. In M. Bates & Z. Usiskin (Eds.), *Digital curriculum in school mathematics* (pp. 239–250). Information Age Publishing.

2. Thornton, S., Inprasitha, M., Ruiz, A., Isoda, M., Changsri, N., Tripet, K. (2023). Towards a Model for Monitoring and Evaluating Curricula Reforms. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_17)

3. TIMSS 2019 ASSESSMENT FRAMEWORKS: INTRODUCTION. <https://timss2019.org/wp-content/uploads/frameworks/T19-Assessment-Frameworks-Introduction.pdf>

### **3.2. Визначні реформи шкільних навчальних програм з математики**

Найважливішою частиною математичної освіти в будь-якій системі шкільної освіти є навчальна програма, яка включає в себе установлений зміст шкільної математики. Протягом останніх двох століть, незважаючи на те, що зміст шкільної програми

розширювався відповідно до мінливих потреб суспільства, її структура залишалась стабільною, навіть після впливу певних реформ. Той факт, що понад п'ятдесят країн-учасниць «Тенденцій у вивченні математики та природничих наук» з 1995 року по теперішній час погоджуються з основними математичними знаннями, які перевіряються на рівнях четвертого та восьмого класів, свідчить про те, що більшість країн, мають схожі базові знання з математичного змісту, які викладаються у певних класах. Вважається, що канонічна шкільна програма з математики, була розроблена в Західній Європі після промислової революції та прийнята практично в кожній країні протягом ХХ століття.

**Реформа «нової математики»**, яку спровокував успішний несподіваний запуск першого супутника на навколосезну орбіту Радянським Союзом у 1957 році, почалася в США. У зв'язку з цим, математики почали глибше цікавитися що саме викладати в школах, і в результаті, було проведено оновлення змісту та введено нові теми, такі як модульна арифметика, теорія множин, абстрактна алгебра тощо. Групи вчителів під керівництвом математиків написали підручники «Нова математика», і до 1960 року навчальні матеріали з нової математики були доступні для використання в школах США. Проте поспішна підготовка підручників виявилась недостатньою, не вистачало багатьох інших аспектів впровадження змін у навчальну програму. Ця реформа в США була недовгою, і на початку 1970-х років «нова математика» практично перестала працювати. Це сталося через те, що соціальні питання витіснили навчальні. У книжці «Чому Джонні не може додати: невдача нової математики» відзначено, що, поспішаючи запровадити нову математику, вчителі змушені були впроваджувати її без знання та розуміння, тоді як ширше суспільство не знало про потребу в змінах. Шенфельд у своїх міркуваннях про «нову математику» зазначає, що: «Однією з

моралей досвіду роботи з «новою математикою» є те, що для того, щоб навчальна програма була успішною, вона має бути доступною для різних груп і зацікавлених сторін. Якщо вчителі почуваються некомфортно з навчальною програмою, яку вони не підготували до виконання, вони або ухилятимуться від неї, або будуть імітувати її. Якщо батьки почуваються позбавленими прав, тому що вони не відчують себе компетентними, щоб допомогти своїм дітям, і вони не визнають те, що міститься в навчальній програмі, як важливу цінність (і яку цінність має побачити у теорії множин або модульній арифметиці той, хто навчений стандартній арифметиці?) вони зрештою вимагатимуть змін? (стор. 257).

Дана реформа «нова математика» була запроваджена не тільки школах США, її намагались впроваджувати у багатьох країнах, приміром, в Угорщині, Сінгапурі. В Угорщині реформу нової математики розпочали лише через кілька років, як її було запроваджено в США. Коли це сталося, місцева (угорська) реформа шкільної математики вже була розгорнута. Зокрема, математики, вчителі математики та широка громадськість працювали разом над «ефективною масовою математичною освітою», що включало «роботу над різноманітними проблемами». Підхід, прийнятий під час місцевої реформи, і концентрація на змісті програми були підтвержені, коли почали поширюватися новини про недоліки New Math – типовим твердженням «чому Джонні не може додавати».

У Сінгапурі до кінця 1950-х років використовувалося кілька навчальних програм з математики, оскільки школи були народними за своєю природою, причому китайські, індійські, малайські та англійські школи (де навчання були відповідно на китайській, індійській, малайській та англійській мовах) приймали свої навчальні програми, з Китаю, Індії, Малайського

архіпелагу та Великобританії відповідно. Перший локальний набір навчальних програм з математики для використання в усіх школах, як початкових, так і середніх, був складений у 1957 році та опублікований у 1959 році. Перегляд цього набору навчальних програм відбувся на початку 1970-х років у відповідь на реформу нової математики, яка охопила світ. У той час як до початкової програми математики було додано підхід, орієнтований на результати, навчальна програма математики середньої школи включала такі теми «сучасної математики», як модульна арифметика, теорія множин, перетворення, представлення даних та аналіз. Однак, наприкінці десятиліття її було замінено, оскільки в усьому світі навчальна програма більше не відповідала програмам іспитів Кембриджського університету, які були прийняті Міністерством освіти для математики. Ймовірно це сталося, через колонізацію Сінгапуру британцями з 1819 по 1963 роки, яка вплинула на багато запроваджень у систему освіти Сінгапуру, значним з яких є Кембриджські іспити.

У Нідерландах в 1968 році з'явилась ініціатива «**Реалістична математична освіта**» (RME), очолювана дидактами математики, яка гарантувала, що нідерландська математична освіта не буде під впливом формального підходу руху «Нова математика». Фройденталь, математик, який глибоко цікавився математичною освітою, представив метод дидактичної феноменології, який зробив RME предметно-спеціальною теорією навчання для математики. На основі принципів навчання RME з часом було розроблено ряд локальних теорій навчання та парадигмальних послідовностей навчання, зосереджених на конкретних математичних темах. Майже п'ять десятиліть потому RME все ще триває (van den Heuvel-Panhuizen, 2020). RME можна розглядати як науково-дослідний проект, який безпосередньо вносить вклад у навчання математики в класі. Підхід RME

повністю вплинув на заплановану шкільну програму з математики в Нідерландах через підручники як для початкової, так і для середньої школи. Під час 13-го Міжнародного конгресу з математичної освіти (ICME), який відбувся у 2016 році під час тематичного дня на тему «Європейські дидактичні традиції», RME було висвітлено через презентації традиційних власників RME та інших осіб, які прийняли або адаптували аспекти RME у своїх країнах. Міжнародна співпраця також призвела до створення підручників на основі RME у США та впровадження реформи математичної освіти, відомої як Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), заснованої на RME в Індонезії протягом більше двох десятиліть, що почалося в 1994 році.

**«Модельний» метод:** педагогічна реформа математики в початковій школі. У Сінгапурі реформи шкільної програми з математики були зумовлені як глобальними тенденціями, так і національними потребами. Реформа, яка виникла через національну потребу покращити вивчення математики, була педагогічною реформою математики в початковій школі, яка згодом зазнала міжнародне поширення. Дослідження, проведене в 1975 році, показало, що 25% учнів після шести років навчання в початковій школі не змогли досягти мінімального рівня навичок рахування за стандартами Міністерства освіти. Ці та подібні висновки щодо інших шкільних предметів спонукали прем'єр-міністра в серпні 1978 року закликати до перегляду системи освіти, що призвело до розробки Нової системи освіти (NES). NES було запроваджено в 1981 році. Метою NES було забезпечити покращену освіту для кожної дитини. Створення Інституту розвитку навчальних програм Сінгапуру (CDIS) у червні 1980 року стало важливою віхою в рамках NES. Його основною функцією була розробка навчальної програми та навчально-методичних матеріалів. Він брав безпосередню участь

у впровадженні навчальних програм і систематичному зборі відгуків на кожному етапі впровадження, щоб наступні перегляди та вдосконалення були стратегічними. Серед різних команд проєкту в CDIS була команда проєкту початкової математики (PMP). Завдання цієї групи полягало у створенні навчальних матеріалів для викладання та вивчення початкової математики з ефективними підходами до навчання та професійного розвитку вчителів. У 1981 році команда провела діагностичні тести базових навичок з математики серед 17 000 учнів початкових класів. Висновки були жахливими: більше половини учнів початкових класів погано впоралися з завданнями, які перевіряли вміння виконувати дію ділення, 46 % учнів могли розв'язувати текстові задачі. Команда PMP, що складається з досвідчених педагогів зі шкіл і Міністерства освіти, разом із рекомендаціями міжнародних консультантів, підготувала нову початкову навчальну програму математики в 1981 році. Навчальна програма прийняла конкретно-зображувально-абстрактний підхід до викладання та вивчення математики. Цей підхід забезпечив учнів необхідним навчальним досвідом і значущим контекстом, використовуючи конкретні маніпуляції та графічні уявлення для побудови абстрактних математичних знань. У нову навчальну програму з математики для початкових класів було включено «модельний» метод, тобто евристичний метод розв'язування текстових задач. Метод складається з трьох основних моделей, а саме моделі частково-цілого, моделі порівняння та моделі змін. Попередні дослідження, проведені як у Сінгапурі, так і в інших частинах світу, пов'язані з використанням цього методу та його впливом на навчання учнів, показують, що цей метод дійсно допомагає учням, у тому числі тим, які мають математичні труднощі, покращити свою здатність розв'язувати текстові задачі з цілими числами. Конкретно-зображувально-абстрактний підхід

пронизував дизайн матеріалів і педагогіку викладання початкової математики. Метод «моделі» допомагає учням візуалізувати абстрактні математичні зв'язки та різноманітні структури задач через графічні зображення. Цей метод, спочатку призначений для старших класів початкової школи (4–6) у 1983 році, тепер є важливою частиною початкової програми з математики в Сінгапурі та представлений учням початкової школи з першого класу. Чудові результати сінгапурських учнів у міжнародних дослідженнях математики та природничих наук (TIMSS) і програмі міжнародного оцінювання учнів (PISA) привернули велику увагу до методу, який часто називають «Сінгапурська математика». Декілька країн, включаючи Бруней, Таїланд, Південну Африку та різні штати Північної Америки, намагалися прийняти цей метод, адаптувавши підручники Сінгапуру для використання у своїх школах та розпочавши реформу математичної освіти. Однак, для успішного впровадження потрібно, щоб вчителі добре володіли педагогікою та ґрунтовними математичними знаннями. Це має вирішальне значення, оскільки, коли команда РМР взялася за розробку матеріалів, не меншу увагу приділялося професійному розвитку вчителів.

**Ера вирішення проблем (розв'язування задач).** У США наслідком ери нової математики став поворот «Назад до основ», тобто програма з математики, яка була до нової, була прийнята повторно. У відповідь на низьку результативність Національна рада вчителів математики (NCTM) у США опублікувала програму дій у 1980 році. Ця програма закликала до того, щоб розв'язування задач було в центрі уваги шкільної математики (NCTM, 1980). Однак питання про те, що означає «вирішення проблеми», знову стало спірним питанням. Очевидно, що план дій, а потім навчальна програма та стандарти оцінювання (NCTM,

1989 ) і принципи та стандарти для шкільної математики (NCTM, 2000 ) були джерелами постійних дебатів щодо математичної освіти в США. У цей час в Угорщині та Нідерландах «розв'язування задач» уже було частиною їхніх шкільних навчальних програм з математики що відбулося набагато раніше, ніж це було зроблено в США. Тим не менш, порядок денний був своєчасним, оскільки в усьому світі виник інтерес до вирішення проблем, оскільки він, по суті, наголошував на здобутку математичних знань для вирішення нестандартних задач або виконання реалістичної математики за допомогою прикладних програм, моделювання та математизації. У Сінгапурі на початку 1980-х також відбувся поворот «Назад до основ», оскільки базові навички рахування учнів у всій шкільній системі продовжували знижуватися після впровадження сучасної математики, яка була зроблена поспішно, щоб не відставати від світових тенденцій. Проте поворот «Назад до основ» найбільш відомий як реформа «Математика для кожної дитини» в Сінгапурі. Ця реформа була синхронізована з Новою системою освіти, яка була впроваджена в 1981 році. Програма дій NCTM 1980 року привернула увагу освітян у Сінгапурі, а десятиліттям пізніше, у 1990 році, після ретельного обговорення педагогами в Інституті освіти, Міністерства освіти та практиків у класі була деталізована структура шкільної програми з математики Сінгапуру, головною метою якої було розв'язування математичних задач. Ця структура, що показана на рис. 3.2, була незмінною протягом останніх трьох десятиліть. Структура вказує на те, що для того, щоб учні могли розв'язувати математичні задачі, вони повинні отримати концептуальні знання, математичні навички, математичні процеси, мати гарне ставлення до навчання та бути метакогнітивними. Ця структура є надійною, оскільки вона також узгоджується з результатами учнівських ключових умінь

двадцять першого століття, якими є: впевнена людина, самостійний учень, активний учасник і зацікавлений громадянин.

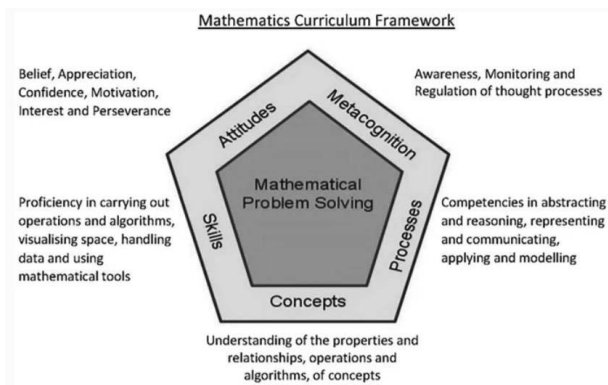


Рис. 3.2. Рамки шкільної програми з математики в Сінгапурі (за [3])

**TIMSS та PISA** мають вплив на впровадження реформ у математичній освіті. Вплив TIMSS здебільшого пов'язаний із певною конвергенцією навчальних програм щодо тем, які потрібно охопити, та навичок, які потрібно розвивати, тоді як вплив PISA передусім стосується включення поняття математичної грамотності в навчальні програми, яка зазвичай виражається в термінах компетентностей або здібностей.

З 1995 року TIMSS кожні 4 роки надає дані про досягнення учнів четвертих і восьмих класів у математиці та природничих науках для понад 50 країн світу (див. <https://timss.bc.edu/>). Окрім звітних даних про досягнення, міжнародні бази даних TIMSS містять значення багатьох контекстуальних змінних, які використовуються для пояснення відмінностей у досягненнях учнів усередині та між країнами, що призводить до великої кількості вторинних аналізів. Результати досліджень TIMSS у початковій та середній школі вплинули на розробку та

проектування навчальних програм з математики та природничих наук у всьому світі. Протягом перших 20 років досліджень TIMSS, більшість країн-учасниць запровадили реформи своїх математичних навчальних програм, починаючи від оновлень і закінчуючи детальними переглядами, використовуючи результати TIMSS для перегляду своїх навчальних програм та їх покращення. Незважаючи на те, що країни відрізняються в багатьох аспектах (наприклад, економічні, географічні, релігійні), їхні навчальні програми стають все більш схожими, організованими навколо спільних широких областей змісту (наприклад, число), виражених у термінах їхніх підтем (наприклад, дробі та десяткові числа). Крім того, наголошується важливість на розв'язуванні задач і навичок мислення, для застосування математики та математичних міркувань. Таким чином, можна відзначити, що TIMSS приніс певну конвергенцію навчальних програм у всьому світі щодо тем, які потрібно висвітлювати, та навичок, які потрібно розвивати, також результати TIMSS вплинули на професійний розвиток вчителів та національне оцінювання [1-5].

Як і TIMSS, міжнародні бази даних PISA містять значення багатьох контекстуальних змінних, які використовуються для пояснення відмінностей у досягненнях учнів усередині та між країнами, що призводить до багатьох вторинних аналізів. На відміну від TIMSS, який оцінював математичні знання учнів переважно за допомогою традиційних шкільних завдань, PISA оцінювала математичну грамотність учнів (з точки зору матриці математичних здібностей за математичними процесами), використовуючи завдання, здебільшого пов'язані з реальними ситуаціями. Використання таких завдань – незнайомих багатьом учням, особливо в перших циклах PISA – сприяло низьким або незадовільним результатам учнів у багатьох країнах. Це

викликало так звані «шоки PISA» в таких країнах, як Німеччина та Японія. Отже, багато країн почали використовувати завдання, подібні до PISA, у своїх національних оцінюваннях, що можна вважати одним із видів впливу PISA на навчальну програму з математики. Однак надмірне використання таких завдань може бути небажаним.

У дослідженні Stacey et al. [4], який досліджував вплив PISA на математичну освіту в десяти країнах світу, відзначено, що у багатьох країнах результати PISA були заклик до дії та стимулювали різноманітні проекти, спрямовані на покращення результатів, головним чином у галузі освіти вчителів, а також із залученням учнів. Ресурси PISA, включно з оприлюдненими завданнями, були використані як основа для оцінювання, а також для підвищення кваліфікації вчителів. Деякі країни запровадили національне оцінювання з помітною узгодженістю з ідеями PISA. У багатьох країнах концепція математичної грамотності PISA з аналізом того, що робить математичну освіту корисною для більшості майбутніх громадян, надзвичайно вплинула на перегляд навчальних програм, а також на покращення викладання та навчання. Країни також включили або прийняли спосіб, за яким PISA описує математичну компетентність через фундаментальні математичні здібності.



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Дослідити яку роль відіграє PISA в математичній освіті України?
- ❖ Що означає феномен «Сінгапурська математика»?
- ❖ Виокремити методичні особливості впровадження реформи «Реалістична математична освіта»?



### *Список використаних джерел:*

1. Niss, M. (2016). Mathematics standards and curricula under the influence of digital affordances: Different notions, meanings and roles in different parts of the world. In M. Bates & Z. Usiskin (Eds.), *Digital curriculum in school mathematics* (pp. 239–250). Information Age Publishing.
2. Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28.
3. Ruiz, A., Niss, M., Artigue, M., Cao, Y., Reston, E. (2023). A First Exploration to Understand Mathematics Curricula Implementation: Results, Limitations and Successes. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_16)
4. Stacey, K. et al. (2015). PISA's Influence on Thought and Action in Mathematics Education. In: Stacey, K., Turner, R. (eds) *Assessing Mathematical Literacy*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_15)
5. Thornton, S., Inprasitha, M., Ruiz, A., Isoda, M., Changsri, N., Tripet, K. (2023). Towards a Model for Monitoring and Evaluating Curricula Reforms. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_17)

### **3.3. Розробка та реформування навчальних програм у шкільній математиці**

#### *3.3.1. Розробка навчальних програм з математики на основі компетентностей: приклад Данії*

Наприкінці 1990-х років Міністерство освіти Данії побачило необхідність реформувати навчальні програми з математики (та інших) у Данії на всіх рівнях освіти. Ця потреба була викликана низкою питань і проблем, які ставали все більш очевидними та помітними в системі освіти та поза нею. Це включало те, що занадто багато учнів не отримували достатньої користі від навчання математики, яке їм пропонувалося, і що існували серйозні проблеми переходу та серйозні академічні та соціально-культурні розриви, коли учні переходили з одного сегмента системи освіти в інший. Також, вважалось, що не всі вчителі були належним чином підготовлені для того, щоб запропонувати високоякісне викладання математики своїм учням. Ці проблеми вважалися причиною того, що учні відмовлялися від програм подальшої освіти з природничих наук, математики та технологій, що вважалось (і вважається) серйозною суспільною проблемою.

Міністерство освіти Данії у 2000 році заснувало комісію (цільову групу), до складу якої ввійшли математики та педагоги математики (дослідники, викладачі та міністерські інспектори) та кілька представників суспільства в цілому. Завданням Комісії було: (1) виявити, скласти схему та проаналізувати весь набір проблем, що стосуються математичної освіти на всіх рівнях системи освіти Данії; (2) запропонувати заходи та інструменти, які, ймовірно, будуть ефективними для покращення стану справ шляхом протидії виявленим проблемам та шляхом усунення (деяких) виявлених недоліків; ці заходи мали включати розробку вказівок щодо розробки нових навчальних програм. Комісія працювала 2 роки в тому, що стало відомо як проєкт КОМ

(«КОМ» — датська аббревіатура від «Компетентності та вивчення математики»), і завершилося публікацією звіту, відомого як звіт КОМ (Niss & Jensen, 2002 ; Niss & Højgaard, 2011, 2019 ), який широко обговорювався у Данії, а невдовзі також у ряді інших країн (наприклад, Німеччини, Норвегії, Швеції).

Завдання проєкту КОМ було зосереджено не лише на пропонуванні нових навчальних програм, а було значно ширшим. Проєкт КОМ визначив необхідність у створенні та прийнятті загальної концептуалізації оволодіння математикою, яка виходить за межі освітніх рівнів і закладів.

Щоб визначити та охарактеризувати фундаментальні складові математичної компетентності, дослідники ввели поняття математичної компетентності: «Математична компетентність — це здатність і готовність особи діяти належним чином і на основі знань у ситуаціях і контекстах, які включають певний вид математичної проблеми». Науковці, використовуючи метафору пояснити зв'язок між компетентністю та компетенціями: «якщо ми думаємо про математичну компетентність як про величезну складну молекулу (скажімо, полімер), компетенції являють собою набагато менші будівельні блоки (атоми або мономер) у цій молекулі. Члени комісії КОМ визначили вісім компетенцій. Це:

- ✓ компетенція математичного мислення – оволодіння математичними способами мислення;
- ✓ компетенція вирішення проблем – здатність ставити та розв'язувати математичні задачі;
- ✓ компетенція моделювання – здатність аналізувати та будувати математичні моделі;
- ✓ компетенція міркування – здатність міркувати математично в контексті обґрунтування математичних тверджень;

- ✓ компетенція представлення – здатність працювати з різними представленнями математичних сутностей;
- ✓ символи та компетенція формалізму – здатність працювати з символічною мовою та формальними математичними системами;
- ✓ комунікаційна компетенція – здатність спілкуватися на мові математики та про неї;
- ✓ компетенція у допоміжних і інструментальних засобах – вміння налагоджувати зв'язок із матеріальними допоміжними засобами та інструментами для математичної діяльності.

Основною метою проєкту КОМ не було створення нової навчальної програми. Очікувалось, що результати проєкту, включаючи вісім математичних компетенцій, будуть корисними для розробки нових навчальних програм, які допоможуть протистояти деяким з проблем, що виявлені до та в рамках проєкту.

У ряді різних аспектів, проєкт КОМ був великим викликом традиційному викладанню та вивченню математики в Данії. Органи управління навчальними програмами, а також вчителі зазнали труднощів як саме результати проєкту КОМ могли б фактично керувати розробкою та впровадженням нових навчальних програм, які не були визначені з точки зору класичних напрямків змісту. Крім того, питання оцінювання компетенцій, а не знань змісту та процедурних навичок також становило (і досі становить) виклик для системи.

У результаті, нові навчальні програми перших двох десятиліть 21 сторіччя продовжували в основному базуватися на предметних областях, тоді як компетенції були представлені в загальних розділах документів про навчальні програми, зазначаючи, що викладання цих областей має переслідувати цілі, орієнтовані на компетенції.

У Данії національні іспити в кінці 9 класу і в кінці 10, 11 або 12 класів (залежно від того, в якому з кількох можливих старших класів середньої школи навчається окремий учень) є іспитами з високими ставками, організованими міністерством. Не вдаючись у деталі дещо складної структури іспиту та організації, письмовий компонент цих іспитів зрештою майже не приділяв уваги компетенціям. В усному компоненті, який в основному вивчається локально в окремій школі, є місце для зосередження на математичних компетенціях, якщо цього бажає вчитель, що також має місце, коли мова йде про формувальне оцінювання.

Отже, компетентнісний підхід особливо не вплинув на важливий компонент навчальної програми «оцінювання», а оскільки «те, що ви оцінюєте, те й отримуєте», це частково поставило під загрозу компетентнісний підхід і зробило його переважно риторичним на офіційному рівні. Проте інші компоненти навчальної програми, такі як засоби (включаючи підручники), форми навчання та діяльність учнів, часто зазнавали впливу компетентнісного мислення проєкту КОМ. Також компетентнісний підхід мав вплив на підготовку майбутніх вчителів математики та професійного розвитку вчителів, що працюють.

Автори проєкту КОМ роблять висновки, що концепція проєкту КОМ і застосований компетентнісний підхід були дуже новими, амбітними та вимогливими для системи освіти Данії та для вчителів. Отже, було надто оптимістично очікувати, що ідеї проєкту КОМ можна буде втілити в розробку та реалізацію навчальної програми без зайвих слів, просто прочитавши звіт КОМ. Ані керівництво навчальними програмами, ані вчителі не вимагали систематичного, ретельного ознайомлення з ідеями та їхніми наслідками, або не отримували систематичного, ретельного ознайомлення з ідеями та їхніми наслідками, або не

пропонували заходи щодо професійного розвитку, крім самого письмового звіту. На цьому фоні дивовижним є те, (стверджують автори) що концепція проекту КОМ і компетентнісний підхід фактично вплинули на викладання та навчання математики в Данії так само, як і вони, особливо через безліч прийнятих версій вектора навчальної програми. Це можна пояснити лише існуванням серйозних потреб серед органів управління освітою та викладачів математики щодо концептуальних інновацій у математичній освіті. Політичні уроки, які можна винести з цього випадку, передусім полягають у двох: (1) ви не можете ефективно досягати цілей, якщо не бажаєте інвестувати та застосовувати матеріальні та нематеріальні засоби, які сприяють цілям; (2) лише дуже рідко заходи зверху вниз є успішними. Якщо ви справді хочете досягти змін, важливо, щоб ті, хто має їх здійснити, володіли не лише потребою в змінах, але й засобами їх досягнення. Якщо ні, ви можете побачити зміни на поверхні речей, але насправді вони не вплинуть на суть бажаного й очікуваного.

### *3.3.2. Реформування навчальної програми з математики: приклад **Kumaю***

З червня 1996 по 1997 рік відділ базової освіти Міністерства освіти організував дослідження, щоб дослідити стан впровадження обов'язкової освіти з усіх предметів, включаючи математику, по всій країні. Дані та факти, зібрані під час цього опитування, продемонстрували, що навчальна програма, яка застосовувалася на той час, досягла певних цілей (наприклад, навчання базовим знанням і основним навичкам); однак було виявлено багато проблем. Стара навчальна програма була дуже централізованою, з малою гнучкістю для місцевої адаптації, і вона не відповідала різним соціальним та економічним вимогам різноманітного учнівського контингенту. Згадані вище тенденції

міжнародної та національної освіти вимагали реформування навчальних програм. Подібно до попередніх освітніх реформ, нинішня застосовувала підхід «згори донизу».

Стандарти навчальної програми з математики для повної обов'язкової освіти (проект) (MCSFCE) було завершено та представлено для широких коментарів спільноти в березні 2000 року. У червні 2001 року Міністерство освіти офіційно оприлюднило та запровадило стандарти навчальних програм з математики для обов'язкової денної форми навчання (пробна версія).

Перед випуском MCSFCE комплекту підручників, заснованого на ідеї нової навчальної програми, дослідницькою групою проведено два раунди експериментів; понад 60 000 учнів з більш ніж десяти провінцій (включаючи як добре розвинені шкільні округи, так і нерозвинені шкільні округи) взяли участь, що забезпечило багатий емпіричний досвід для подальшого впровадження MCSFCE. У липні 2001 року Міністерство освіти розпочало національну конференцію з реформування навчальної програми. На конференції було прийнято кілька рішень: по-перше, були визначені загальні цілі та стратегії впровадження нової навчальної програми в державних школах; по-друге, були розроблені стратегії поширення реформи навчальних програм на всі державні школи Китаю; по-третє, були створені програми професійного розвитку та підготовки вчителів. Позиціонування пробної версії стандартів навчальних програм зумовило необхідність багатоетапного процесу поширення нової навчальної програми. Перший етап полягав у встановленні цілей, потім у проведенні попередніх експериментів перед загальнонаціональним впровадженням і, нарешті, у поступовому розширенні експерименту.

Починаючи з 2002 року, кожна провінція розробила план реформування навчальної програми на рівні провінції та визначила свої експериментальні регіони. Було загалом 570 експериментальних регіонів, у яких 20% китайських першокласників і 18% семикласників брали участь у новій навчальній програмі.

За результатами цих пілотних випробувань нова навчальна програма увійшла у фазу загальнонаціонального просування. До 2004 року 90% шкільних округів Китаю використовували нову навчальну програму. Станом на 2005 рік, за винятком кількох місць, нова навчальна програма була впроваджена по всьому Китаю.

За останні 10 років реформування навчальних програм, зокрема Стандартів навчальних програм з математики для денної обов'язкової освіти (проект) або Стандартів навчальних програм з математики для обов'язкової освіти (версія 2011 р.), фундаментальних досліджень було далеко не достатньо. Насправді наявні результати досліджень у сфері початкової та середньої шкільної освіти в контексті Китаю були надто малими, щоб дозволити сформуванню переконливий, раціональний і ґрунтовний стандарт навчальної програми, заснований на даних. Але ця відсутність достатніх досліджень не була причиною для зволікання. Це був дослідницький процес, який потребував постійного вдосконалення. Очікувалося, що навчальна програма матиме різні функції. Як промоутер навчальної програми, уряд мав брати участь в академічних аргументах.

Шлях реалізації реформи був дослідницьким процесом. Необхідно було синтезувати теорію та практику з математики, освіти, психології та багатьох інших дисциплін, об'єднавши ресурси з усіх сфер і рівнів, від найуспішніших до сільських шкіл. Успіх реформи навчальних програм, на думку авторів, вимагає

суворого академічного ставлення, національної відповідальності та постійної роботи.

### *3.3.3. Фактори, що впливають на впровадження реформ в математичній освіті*

Кожна реформа навчальних програм має певні успіхи та деякі невдачі. Спираючись на матеріали конференції ICM Study 24, розуміємо, що важливо враховувати три фундаментальні якості при оцінюванні реформи навчальної програми: зовнішню згуртованість, внутрішню узгодженість і точність реалізації.

*Зовнішня згуртованість.* Кожна реформа навчальної програми з математики відбувається в національному, освітньому та культурному контексті. Тому реформа, яка ігнорує або, що ще гірше, суперечить умовам, у яких вона знаходиться, швидше за все, буде короткочасною. Наприклад, реформа «Нова математика» була стимульована політичним контекстом, у якому сильна математична освіта вважалася необхідною для боротьби з передбачуваною загрозою того, що західні країни, такі як США, відстануть у міжнародній технологічній гонці, але вона не враховувала освітній контекст, у якому це було введено. Вчителі, як правило, не були готові до радикальних змін акцентів у навчальній програмі. Тому ключовим елементом зовнішньої згуртованості є підтримка на кожному відповідному рівні. Це включає підтримку залучених освітніх органів, підтримку загальних академічних агентів, таких як математичні товариства, наукові ради, освітні ради та університети, підтримку шкільних освітніх агентів, таких як радники, керівники, директори, більш широку підтримку політиків і широкої громадськості, підтримку вчителів.

*Внутрішня узгодженість.* Успішна реформа навчальної програми вимагає, щоб усі елементи та учасники навчальної програми та її реалізації мали спільний погляд на бачення,

цінності та цілі. Це включає їх артикуляцію через завдання або формулювання змісту та навичок, оцінювання та, що важливо, програми професійного навчання. Внутрішня узгодженість, така як сінгапурська навчальна програма, заснована на моделі п'ятикутника та реалізована в національній системі освіти, в якій наукові дослідження, професійне навчання та підготовка вчителів працюють в одному напрямку, ймовірно, призведе до безперервності з часом. З іншого боку, швидкі зміни пріоритетів перешкоджають виробленню набору спільних цінностей, спільного бачення та спільних цілей у всіх елементах реформи.

У багатьох західних країнах рушіючі сили останніх реформ навчальних програм мали політичний вимір. Найчастіше це було вмотивовано поганою успішністю учнів у міжнародному оцінюванні. Це поставило вчителів перед ідеологічною та практичною дилемою: з одного боку дослідження та їхній власний досвід вказують на прогресивні, орієнтовані на учня та відкриті підходи, з іншого боку, політичний імператив вказує на більш закриті, трансмісійні та зосереджені на змісті підходи. Відсутність спільного бачення, цінностей і цілей ставить під загрозу будь-яку реформу навчальної програми, що призводить до вигорання вчителів і втоми від змін, а також, зрештою, депрофесіоналізації та позбавлення можливостей тих, хто займає центральне місце в освітніх зусиллях.

*Точність реалізації.* Вчителі як агенти реформування навчальних програм можуть відігравати різні ролі. Від прямої чи опосередкованої участі у розробці проєкту реформи до участі у створенні конкретних документів чи матеріалів або розробки чи організації програм професійного розвитку, пов'язаних із реформою. Залучення вчителів до реформи навчальних програм, а також те, як організовано та узгоджено з нею професійний

розвиток, є один із найважливіших факторів впровадження нової навчальної програми.

Набуття адекватних математичних знань під час початкової підготовки може допомогти вчителям підтримувати тісний зв'язок із майбутніми реформами. Але, крім того, спеціальні знання, а зокрема навчання зі шкільними матеріалами, підготують майбутніх учителів до узгодження теорій, що лежать в основі реформи навчальної програми, з можливою практикою в класі.

Орієнтовані на реформи програми професійного розвитку можуть зосереджуватися не лише на вчителів, але й на ресурсах для учителів. Допомога вчителям у роботі з новою навчальною програмою, підтримка їх матеріалами та спільними обговореннями допомагає в процесі впровадження. Досвід реалізації в різних країнах і різних культурних контекстах, підкреслює, що просто перекласти один успішний випадок недостатньо, тому що для транспонування будь-якої моделі необхідно адаптувати її до обставин кожної країни.

Великі реформи навчальних програм з математики на макрорівні зазвичай розглядаються як довгострокові. Такі реформи навчальних програм часто проводяться циклами по п'ять-десять років або коли відбувається зміна, яка ініціює реформу навчальних програм з математики. Залежно від масштабу реформи з точки зору її відхилення від статус-кво, фактичне перепроєктування та розробка навчальної програми може відбутися протягом більш короткого періоду в рік або більше, але впровадження може розгортатися протягом багатьох років через систему освіти (наприклад початкові та/або середні класи). Цей довгостроковий часовий проміжок також визначено як один із «законів» для успішного впровадження, оскільки

досвід показує, що «невідповідне скорочення часу та ресурсів, необхідних для реформи, неминуче перешкоджає її успіху» [5].

Довгострокові часові рамки разом із різноманітними агентами та зацікавленими сторонами на різних рівнях у будь-якій реформі сприяють кільком невідомим, які незмінно є частиною будь-якого плану розробки та впровадження реформи навчальної програми. Ті, хто бере участь або веде широкомасштабні реформи навчальних програм з математики, вказують на те, наскільки непередбачуваним може бути впровадження реформи, і, отже, було запропоновано «закон» невизначеності, щоб визнати, що реформи не є лінійними процесами, оскільки дискусії та виклики виникають у різноманітних контекстах. Агенти, які досліджують тему, і процес реформування навчальних програм посилаються у своєму заключному ключовому повідомленні на несподівані події та обставини, які можуть виникнути, оскільки реформа за своєю природою є зривом і певним ступенем шоку для системи. Джеймсон (Jameson) та ін. пов'язують це з поняттям стійкості в розробці та впровадженні реформи навчальної програми та окреслюють характеристики, які сприяють стійким системам.

Процеси реформування навчальних програм є настільки ж питанням освіти, як і політичним. Вони залучають широке коло зацікавлених сторін і агентів з приватними інтересами. Діячі, такі як представники політики, бізнесу, промисловості, різних професійних асоціацій та профспілки разом із традиційними та новішими формами (соціальних) медіа та через них впливають і формують реформи навчальних програм так само, (якщо не більше) як ті, хто має інший досвід наприклад, розробники політики щодо навчальних програм, викладачі математики та дослідники.



### *Завдання для самостійної роботи:*

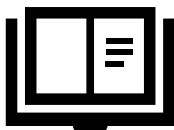
- ❖ Провести аналіз сучасних трендів у шкільній математичній освіті та розробити пропозиції щодо їх впровадження в навчальні програми України.



### *Список використаних джерел:*

1. Niss, M. (2016). Mathematics standards and curricula under the influence of digital affordances: Different notions, meanings and roles in different parts of the world. In M. Bates & Z. Usiskin (Eds.), *Digital curriculum in school mathematics* (pp. 239–250). Information Age Publishing.
2. Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28.
3. Ruiz, A., Niss, M., Artigue, M., Cao, Y., Reston, E. (2023). A First Exploration to Understand Mathematics Curricula Implementation: Results, Limitations and Successes. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_16)
4. Stacey, K. et al. (2015). PISA's Influence on Thought and Action in Mathematics Education. In: Stacey, K., Turner, R. (eds) *Assessing Mathematical Literacy*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10121-7_15)
5. Thornton, S., Inprasitha, M., Ruiz, A., Isoda, M., Changsri, N., Tripet, K. (2023). Towards a Model for Monitoring and Evaluating Curricula Reforms. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_17)

### 3.4. Використання STEM-технологій у навчанні математики



#### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. Bergsten, C. & Frejd, P. (2019) ZDM Mathematics Education 51: 941. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01071-7>
2. Capraro R.M., Capraro M.M., Morgan J.R. (eds) STEM Project-Based Learning. SensePublishers, Rotterdam, 2013. [https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94-6209-143-6_6)
3. Duran M., Höft M., Medjahed B., Lawson D., Orady E. (eds) (2016). STEM Learning. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-26179-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-26179-9_3)
4. Goos, M., Carreira, S. & Namukasa, I.K. Mathematics and interdisciplinary STEM education: recent developments and future directions. *ZDM Mathematics Education* **55**, 1199–1217 (2023). <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01533-z>
5. Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C. et al. What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future?. *Int J of Sci and Math Educ* 15, 105–123 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>
6. Hsu YS., Yeh YF. (eds) Asia-Pacific STEM Teaching Practices. Springer, Singapore, 2019. [https://doi.org/10.1007/978-981-15-0768-7\\_2](https://doi.org/10.1007/978-981-15-0768-7_2)
7. Ko, J. (2023). Effective and Inspiring Teaching in STEM Classrooms: Evidence from Classroom Observations with Instrument Comparisons. In: Maulana, R., Helms-Lorenz, M., Klassen, R.M. (eds) *Effective Teaching Around the World*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4\\_26](https://doi.org/10.1007/978-3-031-31678-4_26)

8. Li, Y., Froyd, J.E. & Wang, K. Learning about research and readership development in STEM education: a systematic analysis of the journal's publications from 2014 to 2018. *IJ STEM Ed* 6, 19 (2019). <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0176-1>

9. Maass, K., Geiger, V., Ariza, M.R. et al. *ZDM Mathematics Education* (2019) 51: 869. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5>

10. Sahin A. (eds) *A Practice-based Model of STEM Teaching*. SensePublishers, Rotterdam, 2015. DOI <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-019-2>

10. Wilhelm J., Wilhelm R., Cole M. *Creating Project-Based STEM Environments*. Springer, Cham. 2019, 219 p. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-04952-2\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-04952-2_2)

11. Андрієвська М.Ю., Михайленко Л.Ф. Роль математики як навчальної дисципліни у розвитку STEM-освіти. *Фізико-математична освіта*. 2020. Випуск 3(25). Частина 1. С. 25-31. DOI 10.31110/2413-1571-2020-025-3-004.



### ***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Вивчити сучасний досвід використання STEM-технологій на уроках математики.
- ❖ Оцінити ефективність та застосовність різних існуючих STEM-інструментів для навчання математики.



### ***Питання для обговорення:***

- ❖ Методи, засоби і організаційні форми STEM-навчання на уроках математики.
- ❖ Роль математики у розвитку STEM-освіти.

- ❖ Переваги та виклики використання STEM-технологій у навчанні математики.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Опишіть методичні характеристики STEM-уроку.
- ❖ Розробіть практичні рекомендації до підготовки STEM-уроків для формування математичної компетентності учнів.

### **3.5. PISA і TIMSS: міжнародні порівняльні дослідження в навчанні математики**



### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. Berliner, D.C. (2020). The Implications of Understanding That PISA Is Simply Another Standardized Achievement Test. In: Fan, G., Popkewitz, T.S. (eds) Handbook of Education Policy Studies. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4\\_13](https://doi.org/10.1007/978-981-13-8343-4_13)
2. Cai (Chair), J., Mok, I.A.C., Reddy, V., Stacey, K. (2016). International Comparative Studies in Mathematics: Lessons for Improving Students' Learning. In: International Comparative Studies in Mathematics. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42414-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42414-9_1)
3. Crato, N. (2021). Setting up the Scene: Lessons Learned from PISA 2018 Statistics and Other International Student

Assessments. In: Crato, N. (eds) *Improving a Country's Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-59031-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-59031-4_1)

4. Hole, A., Grønmo, L.S. & Onstad, T. The dependence on mathematical theory in TIMSS, PISA and TIMSS Advanced test items and its relation to student achievement. *Large-scale Assess Educ* 6, 3 (2018). <https://doi.org/10.1186/s40536-018-0055-0>

5. Kadujevich, D.M., Stephens, M., Solares-Rojas, A., Guberman, R. (2023). Impacts of TIMSS and PISA on Mathematics Curriculum Reforms. In: Shimizu, Y., Vithal, R. (eds) *Mathematics Curriculum Reforms Around the World*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-13548-4_22)

6. Kuang, H., Sahin, F. Comparison of disengagement levels and the impact of disengagement on item parameters between PISA 2015 and PISA 2018 in the United States. *Large-scale Assess Educ* 11, 4 (2023). <https://doi.org/10.1186/s40536-023-00152-0>

7. *Motivational Profiles in TIMSS Mathematics*. IEA Research for Education, vol 7. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-26183-2>

8. Philpot, R., Lindquist, M., Mullis, I.V.S., & Aldrich, C.E.A. (2021). TIMSS 2023 Mathematics Framework. In I.V.S. Mullis, M.O. Martin, & M. von Davier (Eds.), *TIMSS 2023 Assessment Frameworks*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2023>

9. Zhu, Y. (2018). Equity in Mathematics Education: What Did TIMSS and PISA Tell Us in the Last Two Decades?. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5\\_43](https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_43)



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Вивчити останні звіти PISA і TIMSS та проаналізувати результати щодо навчання математики. Звернути увагу на показники, які вказують на успішність чи виклики у навчанні математики у різних країнах.
- ❖ Порівняти системи математичної освіти різних країн, які представлені у PISA і TIMSS.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Вплив PISA на реформування шкільної математичної освіти: міжнародний досвід.
- ❖ Фактори, що впливають на успішність або неуспішність в навчанні математики у різних країнах.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Вивчити динаміку результатів PISA і TIMSS протягом останнього десятиліття та спробувати зрозуміти, які зміни сталися в шкільній математичній освіті в різних країнах.
- ❖ Розробити рекомендації для удосконалення математичної освіти в Україні, використовуючи приклади кращих практик з інших країн.

## **4. Зарубіжний досвід підготовки майбутніх учителів математики**

### **4.1. Теоретичні засади якісної підготовки майбутнього вчителя математики**

Протягом багатьох років у міжнародній педагогічній спільноті обговорюється питання якісної підготовки вчителів математики та питання технології оцінювання професійних компетентностей учителів. Освітні програми підготовки вчителів є основою у підготовці вчителів. Як правило, зміст освітньої програми підготовки фахівця визначає результати навчання: необхідні знання, вміння та навички. Через відсутність консенсусу щодо фахових компетентностей учителя математики, освітні програми підготовки вчителів у різних країнах відрізняються. У багатьох країнах використовуються освітні стандарти підготовки вчителів математики. Наприклад, асоціацією викладачів математики (AMTE, США) у 2017 році опубліковано освітній документ «Нормативи підготовки вчителів математики» (доступний онлайн на сайті [amte.net/standards](http://amte.net/standards)). Цей документ описує набір основних знань, вмінь та навичок для майбутніх вчителів математики й вимоги до освітніх програм підготовки вчителів математики. Стандарти АТМЕ для підготовки вчителів математики містять 9 розділів. У цих стандартах з підготовки вчителів математики виділено п'ять фундаментальних положень про якість підготовки вчителів математики. Ці положення лежать в основі стандартів, а також описують конкретні вказівки щодо підготовки майбутніх вчителів математики, які викладатимуть математику в різних класах. У 8 розділі «Нормативи підготовки вчителів математики» виділені рекомендації щодо оцінювання рівня підготовки майбутніх вчителів математики, та рекомендації для оцінювання

освітніх програм підготовки вчителів математики. У 9 розділі розкрито напрями забезпечення ефективної підготовки вчителів математики. Стандарти підготовки вчителів математики середньої школи розроблені Національною радою вчителів математики, затверджені Радою директорів NCTM у жовтні 2019 року та опубліковані у травні 2020 року. (доступний онлайн на сайті

[https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/NCTM%20CAEP%202020%20MS.pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/NCTM%20CAEP%202020%20MS.pdf)).

У Німеччині в 2008 році були встановлені обов'язкові стандарти навчання вчителів з математики, всі майбутні вчителі математики повинні здобути ступінь магістра або порівняну кваліфікацію до того, як їм буде дозволено викладати в школі, незалежно від рівня школи.

У 2013 році, уряд Нідерландів у законі про професії в галузі викладання (*Wet op de Beroepen in het Onderwijs*) описує компетентності, якими повинен володіти вчитель. Ці компетентності ґрунтуються на різних ролях та ситуаціях, з якими можуть зіткнутися вчителі. Законодавчі рамки компетентностей вчителів є найважливішим орієнтиром для закладів освіти вчителів. На основі цього закону виділені ще спеціальні компетентності для вчителів математики. [3, с.140-155]

Дослідницькою спільнотою «Партнерство вчителів математики в галузі освіти» (MTE-Partnership, США) підготовлено документ «Керівні принципи підготовки вчителів математики основної школи». Цей документ складається із трьох частин: 1) Партнерство; 2) Знання, вміння та професійні обов'язки майбутнього вчителя математики; 3) Структура програми підготовки вчителя математики. У першому розділі виділені три керівні принципи. У керівному принципі 1

«Партнерство як фундація», відзначається важливість партнерства для якісної підготовки вчителя математики. Зокрема, виділяються партнери: заклади вищої освіти (включаючи викладачів вищої математики та методики навчання математики), школи (включаючи вчителів математики та адміністрацію школи) та інші зацікавлені сторони, такі як держава, відділи освіти - орієнтовані на якісну підготовку майбутніх вчителів математики. Усі партнери, які зацікавлені у якісній підготовці вчителів математики мають: спільно працювати над розробкою та просуванням спільного бачення та цілей, щодо найкращої підготовки майбутніх вчителів математики, які можуть формувати математичну компетентність учнів; вчитися в один одного, продовжувати вдосконалювати свої напрацювання та постійно самовдосконалюватися; активно брати участь у розробці програми підготовки майбутнього вчителя, і разом поділяти відповідальність за успіх реалізації цієї програми. Показники керівного принципу 2 «Зобов'язання закладів вищої освіти» акцентують важливість на: спільній роботі у якості партнерів з підготовки вчителів математики математичного факультету, викладачів вищої математики та викладачів методики навчання математики; підтримці вчителів математики та адміністрацію з шкіл-партнерів викладачами закладів вищої освіти (включаючи викладачів вищої математики та методики навчання математики); гарантуванні у закладах вищої освіти заохочень, підтримки та винагороди для викладачів які забезпечують лідерство в підготовці вчителів з математики. У керівному принципі 3 «Зобов'язання шкіл та шкільних округів» відзначено роль шкіл у якісній підготовці вчителів математики; роль вчителів та іншого персоналу партнерських шкіл та округів для сприяння розвитку педагогічної майстерності у всіх студентів й набору, розвитку та підтримці вчителів наставників.

У другій частині документу «Знання, вміння та професійні обов'язки майбутнього вчителя математики» описано необхідні знання, вміння і навички як з математики так і методики навчання математики для ефективної роботи вчителя математики також окремим керівним принципом виділені особистісні якості майбутнього вчителя математики.

У третій частині керівних принципів підготовки вчителів математики «Структура програми підготовки вчителя математики» виділено у чотирьох керівних принципах наступні аспекти у підготовці майбутнього вчителя математики:

- підготовка вчителя математики має бути орієнтованою як на засвоєння теоретичних знань, так і на демонстрацію ефективних математичних та методичних знань і вмінь під час практики у школі (зазначається про поступове збільшення кількості годин на практику з кожним семестром);

- програма підготовки вчителів забезпечує нагляд за формуванням педагогічного досвіду майбутнього вчителя через партнерство між університетськими викладачами та вчителями-наставниками, які поділяють загальне бачення у викладанні та навчанні учнів математики;

- програма підготовки вчителів математики передбачає академічну підтримку постійного зростання майбутніх вчителів математики в міру їх розвитку – від набору в програму до завершення програми і далі – на основі ефективного моніторингу їх професійного прогресу;

- програма підготовки вчителів математики надає механізми наставництва та підтримки для заохочення подальшого зростання молодих вчителів у перші три роки і далі на основі партнерства між вищими закладами освіти та школами;

- програма підготовки вчителів математики відстежує успіх своєї програми з метою кращого розуміння

потреб вчителів математики у школі та університетських викладачів для ефективної підготовки вчителів математики [4, 3].

Дослідження TEDS-M виникло з зацікавленості, як можна пояснити відмінність у навчанні математики в результатах міжнародних досліджень, таких як TIMSS, PISA. Науковцями проекту TEDS-M висунута гіпотеза: значні досягнення учнів з математики у міжнародних дослідженнях TIMSS, PISA тощо, прямопропорційно залежать від рівня професійної компетентності вчителя, від системи підготовки майбутніх вчителів та змісту освітньої програми підготовки вчителя математики. Науковці команди TEDS-M визначили, що до ключових компонентів системи забезпечення якості освіти майбутнього вчителя математики можна віднести: 1) якість вступників до педагогічних університетів; 2) якість навчальних закладів та їхніх освітніх програм; 3) якість кваліфікації, яку повинні мати випускники освітніх програм підготовки вчителів, для отримання сертифікації та повного вступу до професії.

У [1] подаються короткі підсумки наукових досліджень та огляди, які були зосереджені на забезпеченні якості підготовки майбутніх учителів математики в освіті вчителів. Звіт ґрунтується на детальних доповідях 17 країн. У звіті зосереджена увага на проблемі щодо забезпечення належних умов праці для талановитих вчителів математики. Також звертається увага, що в багатьох країнах механізми оцінювання та акредитації закладів освіти і програм для підготовки вчителів є слабкими і мало впливають на якість освіти вчителів. У звіті зафіксовано зростаючу тенденцію серед досліджуваних країн запроваджувати різні технології допуску вчителів до професії. Все частіше використовують сертифікацію вчителів, засновану на професійних стандартах, як важіль політики для впливу на

програми навчання вчителів та їх більш тісне узгодження з потребами шкіл.



Рис. 4.1. «Трубопровід освіти та розвитку вчителя»  
(за Wang A. та ін., 2003[2])

Вивчаючи механізми забезпечення якості математичної освіти, дослідники [2], використовували ідею «фільтрів», які контролюють якість вздовж «трубопроводу освіти та розвитку вчителя», як показано на рисунку 4.1. Трубопровід має різні фільтри, або точки тиску по своїй довжині, метою яких є забезпечення якості підготовки нових вчителів та сприяння їх професійному розвитку (таблиця 1.)

У таблиці 1. «Фільтри, які використовуються в процесі навчання та розвитку вчителів» дослідники виявили суттєві відмінності між країнами у підготовці і розвитку вчителів. Особливо важливо, з'ясувати, де в процесі становлення вчителя робиться особливий акцент на контролі якості та де відбувається «фільтрування» непридатних майбутніх вчителів чи учителів, які працюють у школі. Фільтр • «з високими вимогами» вимагає від

вчителя (майбутнього або працюючого) виконання певних вимог критерію або неможливість продовжувати діяльність. Прикладом фільтра з високими вимогами може бути умова, щоб кандидат здобув високий бал у тесті з предмета для вступу до програми навчання вчителів.

Таблиця 4.1.

**Фільтри, які використовуються в процесі навчання та розвитку вчителів (за Wang A. та ін., 2003)**

	Вступ до програми навчання вчителів	Оцінка вимог до практичного досвіду	Вихід із програми навчання вчителів	Сертифікація	Наймання	Оцінка початкового періоду на посаді	Оцінка професійного розвитку	Оцінювання випробувального періоду (за термін перебування на
Австралія	●	●	●	●	○	○	○	●
Англія	○	●	○	●	○	○	○	●
Гонконг	●	●	○	○	○	○	●	●
Японія	●	●	○	○	●	●	●	●
Корея	●	●	●	○	●	○	●	○
Нідерланди	●	●	●	○	○	○	○	●
Сінгапур	●	●	●	○	●	●	○	○
Сполучені Штати	●	○	●	●	○	○	○	○

● високі вимоги; ● середні вимоги; ○ низькі або відсутні вимоги

Для забезпечення якості вступників у педагогічні університети, у багатьох країнах проводяться на рівні держави, наступні дії: регулювання кількості державних місць для

підготовки майбутніх вчителів (Сінгапур, Китай); встановлення певних вимог для абітурієнтів (Малазія); зменшення кількості педагогічних університетів (Тибет); заохочення абітурієнтів привабливими умовами для професії вчителя у порівнянні із іншими професіями (Німеччина, Норвегія).

Створення зовнішніх органів з акредитації освітніх програм підготовки вчителів, які відповідальні за проведення незалежних оцінювань освітніх програм підготовки вчителів, сприяють створенню якісних освітніх послуг в педагогічних університетах. У багатьох країнах, існують різні (послідовні та/або паралельні) програми підготовки вчителів математики для різних видів шкіл. Для випускників педагогічних університетів встановлюються умови допуску до професійної діяльності (проходження тестів з предметних знань або успішне проходження випробувального викладання в школах до отримання професійної атестації або сертифікація або ліцензування).

Випускники педагогічних закладів вищої освіти більшості країн TEDS-M вважаються такими, що відповідають вимогам повного вступу до професії вчителя. У деяких країнах на цьому етапі є кілька «фільтрів» (включаючи зовнішні іспити (наприклад, на знання предмета), випробувальний термін у школі та оцінку результативності), перш ніж випускник зможе отримати офіційний доступ до професійної діяльності. Ці «фільтри» свідчать про зростаючу тенденцію відрізняти вимоги до закінчення університету чи коледжу від вимог отримати офіційний вступ до професії (тобто отримати сертифікацію). Відповідальність за останнє все більше покладається на державні установи чи статутні ради професійних стандартів (США, Таїланд). Частково ця практика є визнанням того, що скласти точний прогноз щодо компетентності вчителя важко, поки він чи

вона не пропрацювали в школах протягом певного часу та не виконували справжніх обов'язків щодо викладання. Тому у багатьох країнах (Німеччина, Нідерланди, США та інші) заклади освіти підготовки вчителів, приділяють увагу навчанню «на роботі». Для освітньої програми бакалавра це становить приблизно 25% обсягу кредитів програми, у магістерському курсі приблизно 50%. [3, с.185-191].



### ***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Проаналізувати міжнародний досвід забезпечення якості підготовки майбутніх учителів математики у різних країнах, з акцентом на актуальності та значенні для України.



### ***Список використаних джерел:***

1. Lawrence Ingvarson, John Schwille, Maria Teresa Tatto, Glenn Rowley, Ray Peck, and Sharon L. Senk. (2013). *An Analysis of Teacher Education Context, Structure, and Quality-Assurance Arrangements in TEDS-M Countries* Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M) International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)
2. Wang, A., Coleman, A. B., Coley, R. J., & Phelps, R. P. (2003). *Preparing teachers around the world*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
3. Михайленко Л.Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи. – Дисертація на

здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, Черкаси, 2021. 623 с.

4. Сайт «Mathematics Teacher Education Partnership». URL: <https://www.aplu.org/our-work/2-fostering-research-innovation/mathematics-teacher-education-partnership/> (Дата звернення 03.02.2024)

#### **4.2. *Встановлення взаємозв'язків між математичною та методичною підготовкою вчителів математики***

Підготовка кваліфікованих педагогічних працівників, зокрема якісна підготовка вчителів математики, є актуальною проблемою вищої освіти багатьох країн світу. Ведуться дискусії між фахівцями про те, які фахові компетентності у навчанні учнів математики потрібні вчителям та яка підготовка є відповідною для формування і розвитку цих компетентностей [1; 2; 3]. Одна частина опонентів робить акцент на математичних дисциплінах, інша частина опонентів зосереджує увагу на дисциплінах методичного змісту. Причому, всі визнають, що професійні знання вчителів математики мають бути певним синтезом математичних та методичних знань. На конференції на тему «Тенденції та проблеми підготовки вчителів математики», що відбулася у Білефельді, ФРН (1975 рік), Fletcher поставив запитання «Викладач математики є математиком чи ні?» і дійшов наступного висновку: Вчитель математики, безумовно, повинен бути математиком, і він повинен бути «особливим сортом

математика». Йому потрібні загальні математичні знання, що дозволяють йому говорити на рівних з випускниками-математиками, хоча йому не потрібні спеціалізовані знання з вузьких галузей математики. Йому потрібні широкі знання про можливості застосування шкільної математики. Крім того, вчителю потрібні власні спеціальні навички у перекладі математики з однієї форми в іншу, розумінні особливостей мислення своїх учнів на різних етапах розвитку та розумінні відповідності структурних ідей у математиці для навчання учнів. Вчитель математики – це не тільки математик, це професійний математик з унікальними обов'язками. [2].

Дослідники Фріч С., Бергер С., Зайфрід Дж. (Fritsch, S., Berger, S., Seifried, J.) [2] та Віттман Е.К. (Wittmann E.C.) [3], у своїх працях виділяють проблеми, які можуть впливати на якість підготовки майбутнього вчителя математики. До основних можна віднести: 1) вивчення вищої математики відбувається через ігнорування змісту шкільної математики; 2) математичну, дидактичну та педагогічну підготовку вчителів забезпечують різні кафедри (факультети); 3) відсутність інтеграції математичних, дидактичних та психолого-педагогічних знань, що отримують майбутні вчителі; 4) відсутність професійного спілкування між математиками та методистами щодо загальних чи конкретних питань, пов'язаних з викладанням та вивченням математики.

Міжнародна комісія з математичного навчання (ICMI) та Міжнародний математичний союз (IMU) спільно організували низку проектів, що об'єднують математиків та дидактиків, що можуть сприяти вирішенню питань взаємозв'язку математичної та методичної підготовки майбутніх учителів. Серед яких варто виокремити: проект «Трубопровід у освіті»; проект Klein; проект CANP (можна переглянути за посиланням

<https://www.mathunion.org/icmi>). У Нідерландах, на завершення навчання в педагогічних університетах використовується підхід, що називається модель «цілого завдання». Безліч навчальних дисциплін у підготовці майбутнього вчителя математики може призвести до фрагментованого навчання. Більше того, це може посилитися тим фактом, що вивчення дисциплін розподіляється на різні курси в навчальній програмі, і викладаються різними викладачами. Щоб запобігти цьому, важливу роль відіграють так звані «завдання, пов'язані з професією», що складаються з великих, центральних та цільових завдань. Таким завданням може бути, наприклад, розробка уроку чи тесту або розробка серії уроків [1]. У багатьох дослідженнях важливу роль відводять елементарній математиці. Вважають, що елементарна математика могла б стати суттєвою основою для формування методичних знань, та забезпечила б зв'язок з формальною математикою. Вітман Е.К. (Wittmann E.C.) [3] обґрунтовує що курси елементарної математики мають бути, розроблені з урахуванням дидактичних, педагогічних й психологічних цілей та повинні охоплювати всю математичну підготовку для майбутніх учителів. Дослідник узагальнює вимоги до побудови змісту курсів елементарної математики для майбутніх учителів математики, наступним чином: чіткий зв'язок із змістом шкільної математики та послідовне розкриття відповідних частин елементарної алгебри (теорія чисел та комбінаторика), елементарної геометрії та елементарної стохастички; теоретичний зміст повинен виходити далеко за межі шкільної математики як вглиб, так і вище; курси мають бути насиченими взаємозв'язками з історією, культурою та реальним світом і повинні включати застосування математичних явищ у знайомих учням середовищах; теорія повинна розроблятися на основі задач зсередини та зовні математики з

урахуванням евристики; впровадження різноманітних форм викладання / навчання тощо [3, 4].



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Вивчити різні вітчизняні та закордонні педагогічні ресурси для вчителів математики та визначити, як ці ресурси підтримують взаємозв'язок між математикою та методикою.



### *Список використаних джерел:*

1. Daemen J., Konings T., van den Bogaart T. (2020) Secondary School Mathematics Teacher Education in the Netherlands. In: Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_9)
2. Fritsch, S., Berger, S., Seifried, J. et al. The impact of university teacher training on prospective teachers' CK and PCK – a comparison between Austria and Germany. Empirical Res Voc Ed Train 7, 4 (2015). <https://doi.org/10.1186/s40461-015-0014-8>
3. Wittmann E.C. (2021) The Mathematical Training of Teachers from the Point of View of Education. In: Connecting Mathematics and Mathematics Education. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-61570-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-61570-3_4)
4. Михайленко Л.Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання

(математика). – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, Черкаси, 2021. 623 с.

#### ***4.3. Методична підготовка майбутніх вчителів математики***

Проблеми ефективної підготовки вчителя математики вивчаються науковцями комплексно, об'єднуючись у великі міжнародні групи. Спостереження і дослідження процесів навчання математики, експеримент та узагальнення й опис результатів дослідження і експерименту, та впровадження їх у практичну діяльність закладів освіти характерні для багатьох європейських країн. В Італії, Франції, Нідерландах та в Німеччині традиційно проводяться експериментальні та описові дослідження з метою розробки теорії, її впровадження та ілюстрації існуючої теорії. Що два роки Європейське товариство з досліджень математичної освіти (ERME) проводить конференцію CERME, головною метою якої є сприяння комунікації, співробітництву та співпраці в дослідженнях математичної освіти в Європі. Основна мета цих конференцій – більше дізнатися про дослідження, а також про дослідницькі групи та наукові інтереси в різних європейських країнах та забезпечити можливості для співпраці в дослідницьких сферах та для міжєвропейської співпраці між дослідниками в спільних дослідницьких проектах [4]. Навчально-методична діяльність у дидактиці математики може включати розробку завдань, проекти уроків, розробку змісту навчання, підручників, навчальних планів, матеріалів для оцінювання або навчальних програм, що базуються на ІКТ. Ці розробки направлені як для вчителів математики так і для викладачів методики навчання математики.

Таким чином, можна стверджувати що навчально-методична діяльність є точкою зустрічі теорії та практики, через яку вони впливають один на одного взаємно.

Дослідження впливу педагогічної практики на формування знань майбутніх вчителів математики у програмах педагогічної освіти, свідчать про те, що активне залучення майбутніх вчителів до підготовки уроків, обговорення із вчителями, які працюють у школі, та викладачами університетів змісту, форм, технологій для майбутнього уроку позитивно впливає на мотивацію вивчення майбутніми вчителями математики як математичних дисциплін так і методики навчання математики. Крім формування знань у майбутніх вчителів, актуальним є питання розвитку компетентностей, зокрема, пропонуються розробки як це може відбуватися в конкретних курсах у контексті університету. Особливу увагу звертають науковці [11] на роль педагогічної практики у процесі формування методичних компетентностей майбутніх учителів математики.

Дослідники доводять, що одним із шляхів підвищення ефективності формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики може бути партнерська взаємодія вчителів математики та студентів педагогічного університету. Педагогічні заклади мають прагнути до тісної співпраці та партнерства зі школами середньої освіти. Це має користь для обох сторін. З погляду освіти майбутніх вчителів, створюється мотивуюче середовище навчання, де студенти-вчителі можуть інтегрувати теорію та практику та де є можливість стати частиною професійної спільноти. З точки зору школи, це можливість професійного розвитку для своїх працівників, зокрема, можливість попрацювати над інноваціями та

дослідженнями завдяки тісній співпраці з навчальним закладом підготовки вчителів [3].

У *Німеччині*, у закладах вищої освіти з підготовки вчителів, майбутні вчителі протягом семестру проводять один день на тиждень у школі та ще дві години занять в університеті з методики навчання математики, на яких обговорюються теоретичні питання навчання учнів математики. Під час цих занять майбутні вчителі математики навчаються, як зосередити свою увагу на важливих педагогічних подіях у класі, як інтерпретувати їх та вирішувати, яким чином слід реагувати. Спочатку студенти проводять аналіз відеозаписів уроків, або спостерігають за роботою вчителів математики. Особливий акцент робиться на неоднорідності учнів та те, як вчителі діють у різних педагогічних ситуаціях.

Через семестр ці самі студенти протягом п'яти тижнів навчаються у тих самих школах. Під час перебування у школі (два періоди) майбутні вчителі мають можливість спостерігати за роботою досвідчених вчителів та допомагати їм у виконанні професійних обов'язків. Також проводять уроки під наглядом досвідчених вчителів та один раз під наглядом викладача університету.

Зміст занять з методики навчання математики дозволяє майбутнім учителям сформувати певний рівень методичної компетентності. Заняття, на яких студенти спостерігали за діяльністю вчителя, сприяють формуванню здатності студентів сприймати та інтерпретувати поведінку вчителя. Основне завдання при перегляді уроків – визначити необхідні навички для роботи вчителя на уроках математики. Також така робота спонукає студентів задуматися над сформованими власними навичками, зосередитись над самостійним методичним розвитком під час педагогічної практики. Майбутні вчителі

можуть усвідомити власні уявлення про те, як можна чи потрібно будувати урок; можуть побачити інші цікаві ідеї, підходи до вирішення конкретних проблем тощо [2].

У *Нідерландах* студенти педагогічних навчальних закладів під час педагогічної практики у школі: проводять педагогічні дослідження, використовують власні дидактичні розробки на практиці, щоб побачити, як вони працюють. Дослідження мають бути спрямовані на практичні інновації, а не на здобуття наукових знань; несуть виключну відповідальність за якість освітнього процесу на уроках математики у кількох класах (самостійно готують і проводять 6-8 уроків на тиждень); виконують ряд завдань: розробку дидактичних матеріалів; проводять роботу із батьками, спілкуються із вчителями, беруть участь у роботі педагогічних об'єднань, мають контакт з обслуговуючим персоналом.

Крім традиційних завдань, студенти мають обов'язково, для підсумкового оцінювання, зробити відеозаписи своєї професійної діяльності з кількома учнями. Потім вибрати два фрагменти відео, які показують взаємодію. Один фрагмент із взаємодією, де майбутній вчитель задоволений тим, як надасте допомогу своїм учням, і той, де менше задоволений допомогою, яку надає. Завдання для студентів: здійсніть педагогічний аналіз обох фрагментів. Вказівка для майбутніх вчителів щодо виконання цих завдань: постарайтеся якомога менше пояснювати і намагайтеся якомога більше міркувати на основі побаченого [3].

Науковці *США*, у своїх дослідженнях найчастіше описують: роль педагогічної практики у школі, значення перегляду відео уроків (або віртуальна практика) та важливість співпраці вчителів, викладачів педагогічних університетів й майбутніх вчителів у формуванні методичної компетентності майбутнього вчителя математики [10]. Однією із форм співпраці

викладачів педагогічних університетів, майбутніх вчителів математики та вчителів математики, які працюють у школі, у Кентуккі є робота «Математичної клініки». Кожен учень який систематично не виконує домашнє завдання з математики, не встигає виконувати завдання у класі, не може дати відповідь на прості питання математичного змісту, відгадує тести з математики, переживає стрес у дні, коли проводиться контроль з математики, за рекомендацією свого вчителя математики, може навчатись у цій клініці. Вчителями «Математичної клініки» є студенти педагогічних університетів. Курс навчання студентів для роботи у «клініці» триває 15 тижнів і складається із двох частин. Перші 5 тижнів майбутні вчителі проходять навчання в університеті щодо системи роботи з слабо встигаючими учнями з математики. Останні 10 тижнів майбутні вчителі розподіляються по школах-партнерах для закріплення набутих навичок. Репетиторські заняття в школах тривають 90 хвилин і проводяться один раз на тиждень протягом 10 тижнів. Через невелику кількість студентів, що навчаються, школи щорічно чергуються, для участі у цьому проекті. Директори шкіл та математичні кафедри контактують та співпрацюють, щоб визначити учнів, які отримали б користь від репетиторства, яке надає «клініка», та обговорити діяльність «клініки». Листівки розповсюджуються для того, щоб учні та їхні родини усвідомлювали запропоновані послуги репетиторів. Вчителі математики також допомагають визначити учнів, які потребують такого репетиторства.

Майбутні вчителі зрозуміли, що школярі які вважалися слабо встигаючими, насправді хороші учні, справді розумні, просто є лише деякі речі, які сповільнюють їх процес навчання або трохи щось відволікає їх. Майбутні вчителі були здивовані, коли деякі учні, з якими вони працювали, заявили, що їм дуже

подобається математика. Таке освітнє середовище надає можливість майбутнім вчителям реально застосовувати набуті методичні знання, вміння і навички. Чим більше практики у навчанні студентів, тим більше шансів на розвиток і формування методичної компетентності [7].

Асоціацією вчителів математики (США) розроблено «Керівні принципи підготовки вчителів математики» та «Стандарти підготовки вчителів математики». У цих освітніх документах особлива увага приділена практичній підготовці майбутніх вчителів математики, зокрема, організації педагогічної практики. Учасники проекту розробили та впроваджують альтернативні моделі організації педагогічної практики:

- Модель парного розміщення (два майбутніх вчителя прикріплюють до одного вчителя-наставника і до одного учнівського класу). Така організація дозволяє вчителю-наставнику проводити цілеспрямований інструктаж та наставництво, а два майбутні вчителі забезпечують один одному на уроці підтримку, зворотній зв'язок, наставництво. Дослідниками розроблено протоколи для впровадження моделі парного розміщення, поради для майбутніх вчителів та інші ресурси для допомоги у впровадженні моделі [1].

- Модель спільного планування та спільного викладання (майбутні вчителі і працюючі вчителі спільно планують і спільно проводять урок). Завдяки співпраці та спілкуванню між майбутніми вчителями та вчителями-наставниками відбувається розвиток методичної компетентності вчителів (майбутніх і працюючих).

- Модель спільного розвитку (майбутні вчителі виконують дипломне завдання під керівництвом наукового керівника – викладача університету та вчителя наставника).

Основним завданням методичної групи була розробка, тестування, доопрацювання методичних розробок [2].

У США, Асоціацією викладачів математики, у 2012 році було утворено консорціум «Партнерство з навчання вчителів математики (МТЕ-Partnership)» [12]. Основна мета Партнерства з навчання вчителів математики – підтримати вдосконалення програм математики у середній школі; сприяти партнерству між усіма секторами впродовж процесу розвитку вчителів з акцентом на сприянні трансформації програми підготовки вчителів; розробляти та координувати мережеву програму досліджень та розробок; створювати моделі програм та практик; вносити зміни у систему підготовки вчителя математики на університетському, державному та національному рівнях [12].

Партнерство використовує комплексний підхід до вирішення цієї проблеми, зокрема, об'єднання громадських коледжів, університетів та університетських систем, а також шкіл К-12, державних управлінь освіти та інших організацій, орієнтованих на освіту утворили п'ять кластерів для дослідницьких дій. Кожен кластер включає участь декількох команд партнерств, що розробляють шляхи вирішення визначених проблем у підготовці вчителів математики. Ці дослідницькі дії спрямовані на: (а) вдосконалення умов проходження педагогічної практики; (б) глибоке розуміння майбутніми вчителями математики шкільного курсу математики для результативного навчання учнів; (в) використання моделей активного навчання математики з метою покращення успішності учнів; (г) збільшення кількості майбутніх вчителів математики через збільшення кількості добре підготовлених вчителів математики, та (е) створення умов для утримання нових випускників у педагогічній галузі. Також утворено ще дві робочі

групи: з питань соціальної справедливості, і вдосконалення змісту навчання майбутніх вчителів математики.

Цікава ідея кластеру з вдосконалення педагогічної практики, завдання якого полягали в розробці, тестуванні, вдосконаленні модулів, що з'єднують партнерів з навчання: вчителів математики, майбутніх вчителів, викладачів університетів. Була розроблена форма організації педагогічної практики, так звана модель «Парного розміщення» [8]. Парне розміщення називається моделлю навчання, що заохочує співпрацю, педагогічний ризик, посилення рефлексії та краще управління класом [9]. Під час проходження педагогічної практики у школі до одного вчителя-наставника прикріплюється два студенти-практиканти. Вчитель, що співпрацює із викладачем університету, забезпечує цілеспрямований коучинг та наставництво, два майбутні вчителі пропонують один одному зворотній зв'язок, наставництво та підтримку. Саме один вчитель-наставник для двох студентів дозволяє залучати до партнерства найкращих вчителів (існує дефіцит відповідно підготовлених і мотивованих вчителів-наставників). Вчителі наставники проходять спеціальну підготовку для відповідної практики (відвідують професійні семінари, що проводяться викладачами університету), також отримують професійний розвиток у процесі підготовки до зустрічей із студентами, мають можливість розвиватися у використанні сучасних інформаційних технологій, тощо.

Така організація педагогічної практики дозволяє майбутнім вчителям по-справжньому зосередитись на навчанні учнів і вдосконаленні власних професійних навичок. Також навчитись працювати у команді, що приносить користь їхньому професійному зростанню. У процесі підготовки і планування уроку один студент і вчитель виконують роль учнів, щоб

дозволити іншому студенту відпрацювати методично складну частину уроку. Робота у команді дозволяє майбутнім вчителям та вчителям-наставникам оцінювати запланований урок, переглянутий урок та реалізований урок.

Вчителі, що співпрацюють, не завжди супроводжують студентів, не завжди спостерігають за уроком, але другий студент на уроці може надати зворотній зв'язок у таких випадках. Інша думка чи конструктивна критика завжди корисні. Студенти-практиканти вчать, спостерігаючи за сильними і слабкими сторонами один одного.

Учні у процесі такої організації також виграють, адже на уроці не один, а троє вчителів. Якщо один із студентів виконує роль вчителя, то інший студент і вчитель можуть консультувати учнів, проводити індивідуальне репетиторство, допомагати організувати клас під час групової роботи тощо.

Експеримент організації педагогічної практики «Парного розміщення», організований Асоціацією викладачів математики (США) вже триває понад шести років. Зрозуміло, що були випадки, коли з певних причин, така парна робота не складалася, тоді одному із студентів знаходили іншого вчителя наставника. Проте дослідники у своїх працях переконують у значних перевагах такої організації. Також дослідники розробили опитувальники для студентів, для вчителів-наставників та для викладачів університету. На зазначені питання респонденти мають регулярно надсилати свої відповіді.

Викладачі університету по можливості мають:

- провести як мінімум два інструктажі з командою парного розміщення: один на початку і один в середині семестру;
- допомогти студентам-практикантам, що мають бути в одній групі, звикнути працювати один з одним та

передбачити будь-які конфлікти особистостей, які можуть існувати;

- добре володіти досвідом організації парного навчання, зрозуміти, як зробити модель успішною та бути готовим до обговорення із зацікавленими сторонами;

- сприяти виконанню обов'язків вчителя математики обома студентами, які відповідають стратегіям спільного планування та спільного навчання: один виконує роль вчителя, інший спостерігає; один виконує роль вчителя, інший допомагає; обидва паралельно виконують роль вчителя; кожен самостійно виконує роль вчителя;

- постійно відвідувати зібрання студентів із вчителем-наставником;

Майбутні вчителі під час проходження педагогічної практики мають:

- щодня встановлювати, хто провідний вчитель у цей день та яка стратегія спільного планування / спільного навчання використовується;

- провідний вчитель повинен забезпечити, щоб усі матеріали були готові до уроку;

- загальне планування обсягу та послідовності занять повинно бути зусиллям команди, проте провідний вчитель відповідає за написання уроків, які він або вона веде;

- під час процесу спільного планування та / або спільного навчання провідний вчитель повинен дати зрозуміти, який тип зворотного зв'язку / підтримки він би хотів / очікує від своєї команди. Кожен вчитель повинен мати копію плану уроку до дня, коли він буде викладатися;

- кожному вчителю важливо брати участь у проведенні підсумків уроків. Кожен студент-практикант, повинен

використовувати протоколи спостереження, коли він не навчає або не є провідним вчителем;

- кожен майбутній вчитель повинен допомагати іншому, коли це доречно. Важливо, щоб кожен вчитель бачив себе членом команди, щоб забезпечити навчання учнів. Атмосфера не повинна бути конкурентоспроможною;

- під час повних днів викладання ведучого вчителя, іншому студентові слід залишати клас, щоб допомогти колезі відчувати впевненість у змозі організувати дискусію та / або керувати уроком самостійно.

Вчителі-наставники мають:

- слідкувати щоб пари працювали індивідуально та спільно. Підтримувати майбутніх вчителів як пару та визнавати індивідуально кожну особистість;

- призначати керівництво особи в парі, щоб визначати відповідального за підготовку до уроку;

- допомагати майбутнім вчителям перейти на роль ведучого вчителя, переконатись що кожен студент має можливість вести викладацьку роботу окремо [5].



### *Завдання для самостійної роботи:*

❖ Ознайомитись із конкретними прикладами організації педагогічної практики студентів в різних країнах та порівняти їх із досвідом українських педагогічних ЗВО.

❖ Вивчити особливості розвитку ідентичності майбутнього вчителя математики у закордонних ЗВО.



### *Список використаних джерел:*

1. Blum W., Artigue M., Mariotti M.A., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. European Didactic Traditions in Mathematics: Introduction and Overview. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_1)
2. Buchholtz, N.F., Krosanke, N., Orschulik, A.B. et al. Combining and integrating formative and summative assessment in mathematics teacher education. ZDM Mathematics Education, 2018. 50, 715–728. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0948-y>
3. Daemen J., Konings T., van den Bogaart T. Secondary School Mathematics Teacher Education in the Netherlands. In: Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2020. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_9)
4. ERME - Європейське товариство досліджень з математичної освіти (див. [www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/));
5. Gleason J., Livers, S.D., Zelkowski, J. Mathematics Classroom Observation Protocol for Practices (MCOP2): Validity and reliability. Investigations in Mathematical Learning, 2017. 9(3), 111-129.
6. Goldsmith, L.T., Doerr, H.M. & Lewis, C.C. J Math Teacher Educ. 2014. 17: 5. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9245-4>
7. Jackson, C., Mohr-Schroeder, M., Cavalcanti, M. et al. Prospective mathematics teacher preparation: exploring the use of service learning as a field experience. Fields Math Educ J 3, 5; 2018. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40928-018-0010-5>

8. Leatham, K. R., & Peterson, B. E. Purposefully designing student teaching to focus on students' mathematical thinking. In J. W. Lott & J. Luebeck (Eds.), *AMTE Monograph, Vol. 7, Mathematics teaching: Putting research into practice at all levels*, 2010. pp. 225–239. Raleigh, NC: Association of Mathematics Teacher Educators.

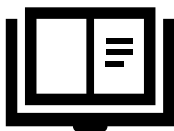
9. Mau, S. Letter from the editor: Better together? Considering paired-placements for student teaching. *School Science and Mathematics*, 2013. 113(2), 53–55.

10. Novotná J. et al. Professional Development Models for Whole Number Arithmetic in Primary Mathematics Teacher Education: A Cross-Cultural Overview. In: Bartolini Bussi M., Sun X. (eds) *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. 2018. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2_17)

11. Potari, D. Theoretical and methodological tools in designing and analysing mathematics teacher education practices. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 2019. 22(4), 327-330. DOI: 10.1007/s10857-019-09441-4

12. Михайленко Л.Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, Черкаси, 2021. 623 с.

#### ***4.4. Сучасні підходи до впровадження формульованого оцінювання на уроках математики***



***Ресурси для самостійної підготовки:***

1. Besser, M., Blum, W., Klimczak, M. (2013). Formative Assessment in Everyday Teaching of Mathematical Modelling: Implementation of Written and Oral Feedback to Competency-Oriented Tasks. In: Stillman, G., Kaiser, G., Blum, W., Brown, J. (eds) Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5\\_40](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_40)
2. Black P. (2000) Formative Assessment and Curriculum Consequences. Curriculum and Assessment. Scott David (Editor). Westport: Greenwood Publishing Group, Incorporated. P.7-24 URL: [https://repository.bbg.ac.id/bitstream/565/1/Curriculum\\_and\\_Assessment.pdf](https://repository.bbg.ac.id/bitstream/565/1/Curriculum_and_Assessment.pdf)
3. Black, P. J., & Wiliam, D. (1998) Assessment and classroom learning. Assessment in Education: Principles Policy and Practice. <https://www.gla.ac.uk/t4/learningandteaching/files/PGCTHE/BlackandWiliam1998.pdf>
4. Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. Educational Assessment, Evaluation and Accountability, 21(1), 5-31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
5. Guthrie C., Anna Vitoria Perico E Santos, Henderson K., Norfolk-Beadle A., Fordham E. and Baucal A. (2022b) OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Bosnia and Herzegovina. [https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-bosnia-and-herzegovina\\_a669e5f3-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-bosnia-and-herzegovina_a669e5f3-en)
6. Guthrie C., Norfolk-Beadle A., Anna Vitoria Perico E Santos, Henderson K., Rawkins C., Fordham E. and Li R. (2022a) OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Bulgaria.

[https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-bulgaria\\_57f2fb43-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-bulgaria_57f2fb43-en)

7. Hošpesová, A. (2018). Formative Assessment in Inquiry-Based Elementary Mathematics. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_15)

8. Kitchen H., Bethell G., Fordham E., Henderson K. and Li R. (2019). OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Student Assessment in Turkey [https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-student-assessment-in-turkey\\_5edc0abe-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-student-assessment-in-turkey_5edc0abe-en)

9. Li R., Kitchen H., George B., Richardson M. and Fordham E. (2019). OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Georgia. [https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-georgia\\_94dc370e-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-georgia_94dc370e-en)

10. Maghnouj S., Salinas D., Kitchen H., Guthrie C., Bethell G. and Fordham E. (2020). OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: Serbia [https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-serbia\\_225350d9-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-serbia_225350d9-en)

11. OECD (2019). OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education: North Macedonia [https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-north-macedonia\\_079fe34c-en](https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-reviews-of-evaluation-and-assessment-in-education-north-macedonia_079fe34c-en)

12. OECD (2021), Education at Glance 2021: OECD Indicators, OECD Publishing, Париж, <https://doi.org/10.1787/b35a14e5-en>.

13. Szeibert, J., Muzsnay, A., Szabó, C. et al. A Case Study of Using Test-Enhanced Learning as a Formative Assessment in High School Mathematics. *Int J of Sci and Math Educ* (2022). <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10264-8>

14. Yábar, S. V. V., & Guillén, M. E. del C. F. (2022). Formative Evaluation in a Context of Pedagogical Renewal: Practices at the Service of Success. *Journal of Higher Education Theory and Practice*, 22(8). <https://doi.org/10.33423/jhetp.v22i8.5334>

15. Михайленко Л. Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. *Фізико-математична освіта*, 2022. – Вип. 5 (37). – С. 43–49. – DOI: 10.31110/2413-1571-2022-037-5-006



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ На основі звітів «Оцінка і оцінювання в освіті» країн, що входять до організації економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР) визначити яких зусиль докладають країни для реформування системи оцінювання, зокрема для впровадження формувального оцінювання навчальних досягнень учнів.
- ❖ Порівняти традиційні методи оцінювання з формувальним оцінюванням. З'ясувати переваги та недоліки кожного підходу.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Вплив формувального оцінювання на успішність учнів з математики.

- ❖ Роль вчителя та учнів на уроках формувального оцінювання.
- ❖ Прийоми впровадження формувального оцінювання на уроках математики.
- ❖ Використання технологій для формувального оцінювання.



### *Творчі завдання:*

- ❖ На основі опрацьованої літератури, як узагальнення, розробити рекомендації для вчителя математики щодо ефективної підготовки до уроку з прийомами формувального оцінювання.
- ❖ Формувальне оцінювання передбачає якісний зворотний зв'язок для розвитку міркувань кожного учня. Описати ефективні прийоми зворотного зв'язку на уроках математики.

### *4.5. Метод проєктів у навчанні математики: аналіз та адаптація закордонного досвіду для удосконалення вітчизняної методичної освіти*



### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. 17 Innovative Mathematics Projects that Inspire Students. Retrieved from: <https://medium.com/however-mathematics/17-innovative-mathematics-projects-that-inspire-students-c652005cc627>

2. Bowland Maths. Retrieved from: <https://www.bowlandmaths.org.uk/about/bowlandstory.html>
3. Guerrero-Ortiz, C. (2019). Pre-service mathematics teachers' learning through designing modelling tasks. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University, Feb, Utrecht, Netherlands. (hal-02408795)
4. Doig B., Jobling W. (2019) Inter-disciplinary Mathematics: Old Wine in New Bottles?. In: Doig B., Williams J., Swanson D., Borromeo Ferri R., Drake P. (eds) Interdisciplinary Mathematics Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-030-11066-6_15).
5. Fleming, Douglas.S. (2000). A Teacher's Guide to Project-Based Learning. AEL, Inc., Charleston, WV. Office of Educational Research and Improvement (ED), Washington, DC.
6. Global Math Project. Retrieved from: <https://globalmathproject.org/>
7. Lasauskiene, J., Rauduvaite, A. Project-Based Learning at University: Teaching Experiences of Lecturers, Procedia - Social and Behavioral Sciences, Volume 197, 2015, Pages 788-792, <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.182>.
8. Ferri, R., Mousoulides, N. (2017). Mathematical modelling as a prototype for interdisciplinary mathematics education?-Theoretical reflections. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. (hal-01933490)
9. Михайленко Л.Ф. Методичний інструментарій формування досвіду застосування математичних знань у майбутніх вчителів математики. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. Випуск 1(17), 2021. С.136-144. DOI 10.5281/zenodo.5295723



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Порівняти закордонний досвід впровадження методу проєктів з вітчизняними підходами до навчання математики. Визначити спільні риси та відмінності, а також можливості адаптації закордонного досвіду для удосконалення вітчизняної математичної освіти.
- ❖ Порівняти традиційні методи навчання з методом проєктів. З'ясувати переваги та недоліки кожного методу.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Вплив методу проєктів на успішність учнів з математики.
- ❖ Роль вчителя та учнів на уроках-проєктах.
- ❖ Використання технологій для впровадження методу проєктів.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Розглянути виклики та переваги впровадження методу проєктів у вітчизняній математичній освіті.
- ❖ Розробити практичні рекомендації для навчання студентів педагогічних ЗВО використовувати метод проєктів.

## **5. Зарубіжний досвід професійного розвитку учителів математики**

### **5.1. Ресурси для професійного розвитку вчителів**

Найчастіше за кордоном професійний розвиток вчителів, які працюють у школі, забезпечується через: навчально-методичне навчання та вивчення уроків математики; наставницькі та тренерські програми; використання нових ресурсів у процесі навчання учнів математики; співпрацю між вчителями, які працюють у школі, і вчителями-лідерами або наставниками, або фасилітаторами тощо; у процесі керівництва (наставництва) педагогічною практикою майбутніх вчителів.

У NCTM (США) однією із основних форм професійного розвитку вчителя виділяють співпрацю з колегами. NCTM зазначено, що існує нагальна та зростаюча потреба у фахівцях-вчителях математики, які можуть допомогти вчителям математики, які працюють у школі, у вдосконаленні їхньої методичної діяльності. Іноді лідери – це вчителі на спеціальній посаді, в їх обов'язки не входить робота у класі із учнями, працюють з вчителями математики однієї великої або декількох шкіл. В інших ситуаціях, лідери звільняються від частини своїх годин роботи у класі, для того, щоб вони могли працювати безпосередньо з іншими вчителями. Вони можуть організувати спільні дослідження або дискусійні групи на шкільному сайті, заохочувати участь у семінарах на рівні школи або району, сприяти відвідуванню професійних конференцій, організовувати вивчення професійних ресурсів, Вчителі-лідери повинні мати належні знання та досвід, щоб консультувати вчителів щодо організації навчання математики і вибору навчальних матеріалів. На сайті NCTM є окрема сторінка ресурсів професійного

розвитку (див. <https://www.nctm.org/Conferences-and-Professional-Development/Professional-Development-Resources/>).

Шкільні журнали NCTM та інші публікації визнаються багатим ресурсом для професійного розвитку. Довідники з професійного розвитку – це детальні посібники для використання журнальних статей та книг як досвіду професійного розвитку. Також пропонуються «Поради для вчителів», добірка тематичних підказок. Академія професійного розвитку NCTM пропонує дво- та п'ятиденні курси по всій території Сполучених Штатів, які є практичними та розроблені для забезпечення розуміння та застосування принципів навчання і стандартів. Веб-сайт [illuminations.nctm.org](http://illuminations.nctm.org) пропонує плани уроків на основі стандартів, в тому числі інтерактивні аплети для учнів для вивчення та застосування математики.

Багато вчителів математики у світі використовують для розвитку власної професійної компетентності безкоштовний онлайн ресурс СК-12. Існує окремий вхід для вчителів (див. <https://www.ck12.org/teacher/>). Мета СК-12 полягає в тому, щоб забезпечити інструменти, які допоможуть вчителям підвищити рівень навчання учнів математики. Платформа СК-12 пропонує комплексну «Програму сертифікованого педагога». Ця програма є онлайнним, гнучким і вільним ресурсом СК-12. Сертифікати про професійний розвиток видаються з конкретними годинами та темами.

У межах проекту PRIMAS (<https://primas-project.eu/>) розроблено сім модулів Професійного розвитку Bowland Maths, які охоплюють основні педагогічні виклики в управлінні діяльністю в класі, які беруть участь у дослідницьких, позапланових вирішеннях проблем. Модулі професійного розвитку Bowland засновані на діяльності; вони побудовані навколо конкретних проблем, що зустрічаються у прикладах.

Діяльність розрахована на вчителів, які працюють у групах. Вчителі, які працюють самостійно, можуть переглядати додаткові відео учителів, які обговорюють питання та намагаються проводити свої заняття з своїми класами. Кожен з семи модулів складається з трьох частин. Вступна сесія: вчителі збираються разом, працюють над деякими проблемами, обговорюють педагогічні проблеми, дивляться на відео інших викладачів, які висвітлюють одну з проблем, а потім вибирають проблему і планують урок на її основі. Робота у класі: кожен вчитель проводить урок на заплановану тему, керуючись переглянутими уроками, вказівками тощо. Наступна сесія: вчителі знову збираються разом, щоб описати і подумати про те, що сталося в класі, обговорити відео зображення, що показують вчительські втручання та їх педагогічні наслідки, і планувати стратегії для майбутніх уроків.

Вейк Г., Свон М. і Фостер Ч. (Wake, G., Swan, M. & Foster, C.) [1] описали моделі професійного навчання для вчителів середніх шкіл, на основі вивчення уроків. Вивчення уроку – це форма професійного розвитку вчителя, побудована навколо «дослідницьких уроків», які спеціально розробляються. Дослідницький урок розробляється з метою визначення різних шляхів удосконалення навчання учнів. Запрошені вчителі та експерти уважно спостерігають за роботою учнів на уроці. Після уроку проводиться обговорення, в якому розробники уроку і спостерігачі обговорюють свої спостереження за навчанням учнів і досліджують шляхи, за якими слід планувати уроки для подальшого вдосконалення навчання учнів.



*Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Провести аналіз веб-ресурсів, які призначені для професійного розвитку вчителів математики. Визначити якість та ефективність цих ресурсів для використання в українському контексті.



### *Список використаних джерел:*

1. Wake, G., Swan, M. & Foster, C. Professional learning through the collaborative design of problem-solving lessons. *J Math Teacher Educ* 19, 243–260. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9332-9>

#### **5.2. Оцінювання професійної компетентності вчителя математики**

Професійний розвиток вчителів наразі розглядається як центральний впливовий фактор ефективності шкільної освіти, що було показано емпіричними результатами визначення зв'язків між професійними знаннями вчителів та досягненнями учнів. У дослідженнях щодо професійного розвитку вчителів математики розглядають дві різні точки зору, а саме розвиток вчителя від новачка до експерта, а також концептуалізацію та оцінку професійної компетентності вчителя та її розвитку. Природно, що обидві точки зору багато в чому перетинаються і не можуть бути чітко розділені.

Шварц Б., Кайзер Г. (Schwarz, B., Kaiser, G.) [2] у своєму дослідженні беруть за основу фундаментальну теорію п'яти етапів, що порівнюють вчителів на різних етапах їх професійного розвитку, розроблену Berliner (2004). Модель базується на дослідженнях, що порівнюють вчителів на різних етапах їх професійного розвитку. П'ять етапів виокремлено таким чином:

Етап «Початківець»: є етапом студентів-вчителів і першокурсників. «На цьому етапі новачкові слід надати набір правил, вільних від контексту, навчити розрізняти елементи завдань, які потрібно виконати, що потрібно виконати та вивчити». Зазвичай новачок досить негнучкий і дотримується заданих правил.

Етап «Просунутий початківець»: цього рівня зазвичай досягають учителі другого та третього курсу. «Це коли досвід може поєднуватися з вербальним знанням, де накопичуються епізодичні та випадкові знання. Без значущих минулих епізодів і випадків, з якими можна було б пов'язати досвід сьогодення, люди невпевнені в собі; вони не знають, що робити або чого не робити. Завдяки знанню конкретного випадку може розпізнати схожість у різних контекстах». Зокрема, цей етап досягнуто, коли починається набуття практичних знань, яке продовжуватиметься протягом наступних етапів. Цей аспект особливо важливий, оскільки «саме практичні знання, а не теорії чи підручники, є основним орієнтиром для поведінки вчителя в класі».

Етап компетентності: хоча не кожен просунутий початківець досягає цього рівня, зазвичай вчителі досягають цього рівня на третьому-п'ятому курсі або пізніше. Вчителі на цьому етапі «роблять свідомий вибір щодо того, що вони збираються робити. Вони розставляють пріоритети і визначають плани. Вони мають раціональні цілі та обирають розумні засоби для досягнення поставлених цілей. Виконуючи свої навички, вони можуть визначити, що важливо, а що не важливо. Зі свого досвіду вони знають, на що звертати увагу, а що ігнорувати».

Етап «професійного навчання»: цей рівень є першим, якого не досягають багато вчителів, а лише невелика кількість вчителів досягає приблизно через п'ять років. «Це етап, на якому інтуїція або ноу-хау стають помітними». Завдяки їхньому досвіду «на

якомусь вищому рівні розпізнавання образів усвідомлюється подібність між різними подіями». Досвідчені вчителі можуть використовувати це розуміння подібності, щоб передбачити можливі проблеми та заздалегідь протидіяти проблемам.

Етап «Експерт»: Цей рівень є найвищим рівнем, якого досягають лише деякі вчителі. Важче відрізнити цю стадію від професійної стадії, ніж відрізнити інші стадії один від одного. «Експерти мають як інтуїтивне розуміння ситуації, так і, здається, неаналітичними та неделіберативними способами відчують відповідну відповідь. Вони показують плавну продуктивність» [2].

Існують різні підходи до експертних знань, існують також різні концептуалізації професійної компетентності вчителів математики, як з теоретичної, так і з емпіричної точки зору.

Центральною відправною точкою для дискусій щодо професійної компетентності вчителів є відома стаття Шульман (Shulman) [3], в якій він виділив наступні категорії:

*Знання змісту предмета:* Ця область охоплює сукупність знань з математики, але також охоплює аспекти, які «виходять за межі знання фактів або концепцій у галузі». Останнє означає, що вчителю також необхідні знання про структуру конкретного предмета. «Учитель повинен не тільки розуміти, що щось так і є; вчитель повинен далі зрозуміти, чому це так. Крім того, ми очікуємо, що вчитель зрозуміє, чому дана тема є особливо центральною для дисципліни, тоді як інша може бути дещо периферійною».

*Педагогічний зміст знань:* Шульман (Shulman) описав цю сферу як «предметні знання для навчання». Він охоплює знання про типові уявлення про теми, які будуть викладатися, а також знання про типові упередження учнів під час вивчення теми. Оскільки ці упередження також можуть бути хибними, ця область

додатково включає знання про те, як впоратися з цими хибними уявленнями.

*Навчальні знання:* Ця категорія фокусує область знань про всю галузь навчальної програми в більш широкому сенсі. Учитель повинен знати про цю навчальну програму, щоб вибрати її частини, які є актуальними для навчання. Крім того, під час викладання в певному класі він повинен знати про навчальний зміст попереднього і наступного класів, а також про навчальні програми з інших предметів цього ж класу [3].

Незважаючи на те, що позиція Шульман (Shulman) вважається важливою теорією і досить часто використовується у дослідженнях, її обговорюють, вдосконалюють та навіть критикують. У результаті, Феннема та Франке (Fennema та Franke) далі розвинули модель Шульман (Shulman) та запропонували власну модель розвитку знань учителів математики [2].

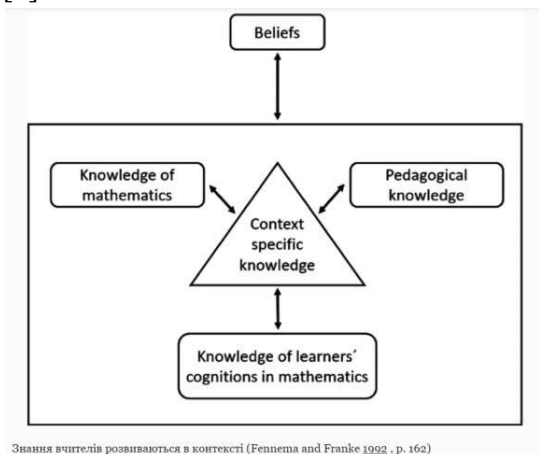


Рис. 5.1. Модель розвитку знань учителів математики Феннема та Франке (Fennema та Franke)

Дослідники пояснили свою модель так: «Центральний трикутник моделі вказує на знання та переконання вчителів у контексті або відповідно до місця розташування. Контекст — це структура, яка визначає компоненти знань і переконань, які вступають у дію. У певному контексті знання вчителів щодо змісту взаємодіють зі знаннями педагогіки та знаннями про учнів і поєднуються з переконаннями, створюючи унікальний набір знань, який керує поведінкою в класі».

Дослідники Мічиганського університету в рамках «Проекту викладання математики та навчання викладання» та «Проекту навчання математики для навчання» (Ball та ін. 2008 ) [2] запропонували власне розуміння які «математичні знання, необхідні для виконання роботи з навчання математики».

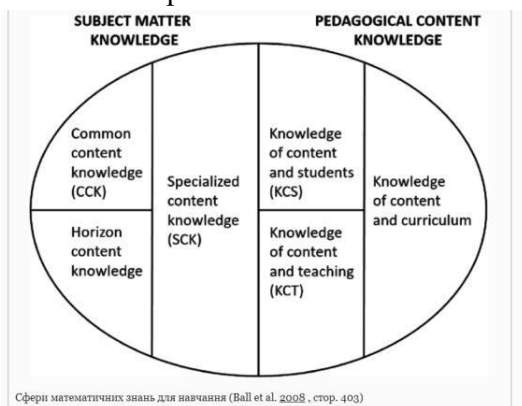


Рис. 5.2. Модель розвитку знань учителів математики (Ball та ін.)

Результати запропонованої ними теорії можна підсумувати таким чином:

*Знання загального змісту:* це «математичні знання та навички, які використовуються в умовах, відмінних від

викладання» і пояснюється тим, що вчителі, звичайно, також повинні мати знання про саму математику.

*Спеціальні знання щодо змісту:* це «математичні знання та навички, унікальні для викладання», а отже, «математичні знання, як правило, не потрібні для інших цілей, окрім навчання».

*Знання про особливості засвоєння математичного змісту учнями:* це «знання, які поєднують знання про учнів і знання про математику». Це, наприклад, містить знання про те, що учні, ймовірно, роблять із призначеним завданням або що може заплутати учнів, знання пов'язані із «взаємодією між конкретним математичним розумінням і знаннями учнів та їхнім математичним мисленням».

*Знання змісту та викладання:* ця сфера «поєднує знання про викладання та знання про математику». Прикладами цієї області є вибір порядку, згідно з яким приклади викладаються, або оцінка різних уявлень з огляду на їхні навчальні переваги чи недоліки. Таким чином, ця область пов'язана із «взаємодією між конкретним математичним розумінням і розумінням педагогічних проблем, які впливають на навчання учнів».

*Навчальні знання* взяті з теорії Shulman та «тимчасово поміщені в знання про педагогічний зміст».

Подібним чином, тимчасово включено область «горизонтні знання», що означає «обізнаність про те, як математичні теми пов'язані між математичними предметами, включеними до навчальної програми» [2].

Дослідження щодо розвитку знань вчителів, зосереджується на перших роках професійного досвіду в школі та його впливі на розвиток компетентності вчителів. Стосовно цього питання розвідки Vlōmeke et al. показали, що приблизно після трьох з половиною років роботи у школі загальні педагогічні знання вчителів початкових класів Німеччини зросли, тоді як

знання математичного педагогічного змісту залишалися приблизно стабільними, а математичні знання трохи знизилися. Дослідження також повідомило, що порядок рейтингу досягнень вчителів між закінченням їх педагогічної освіти та першими роками викладацької практики залишився незмінним щодо знання математичного змісту, і показали значні зміни щодо знання педагогічного змісту математики та педагогічних знань. «Уявлення вчителів початкових класів про природу математики навіть значно змінилися в бік більш орієнтованого на прикладне застосування». Середовище, в якому працюють вчителі, має вплив на їх професійний розвиток. На основі висновків TEDS-FU, дослідники, серед іншого, «вказують на те, що ступінь підтримки вчителів залежав від якості шкільного менеджменту та, у свою чергу, був важливим для якості викладання» [2].

König та ін. виявили для німецьких вчителів математики середніх шкіл таку закономірність: що загальні педагогічні знання можна передбачити за оцінками, отриманими наприкінці педагогічної освіти, тоді як компетентність учителів пов'язана з кількістю часу, витраченого на викладання, відносно загального робочого часу. Отже, дослідження професійного розвитку вчителів є багатогранною проблемою, з можливістю використання безлічі різноманітних підходів на емпіричному, теоретичному та методологічному рівнях [2].

Розуміння вчителями взаємозв'язку між викладанням і навчанням може підвищити успішність учнів і сприяти високоякісним ефективним методам викладання, які гарантують, що кожна дитина має інструменти навчання, необхідні для успіху в школі та житті.

З метою покращення якості математичної освіти OECD, проведено дослідження Global Teaching InSights. Дослідження проводилось безпосередньо спостерігаючи за викладанням у

класі (проводився відеозапис). Зокрема, зверталась увага на управління класом, соціально-емоційну підтримку та навчальні практики в класі, а також можливості учнів вивчати зміст, визначений у навчальних програмах та як усі ці аспекти викладання пов'язані з навчанням учнів і некогнітивними результатами учнів [1].

Для цього близько 700 вчителів і 17 500 учнів з восьми країн були зняті на відео на двох уроках з квадратних рівнянь у середній школі математики. Навчальні матеріали також були зібрані, і були закодовані відповідно до загальних і стандартизованих протоколів. До і після уроку вчителі та учні заповнювали анкети щодо своїх переконань, практики та поглядів, а учні також складали тести, щоб оцінити свої успіхи в навчанні.

Отримані результати дають загальну картину якості викладання в усіх країнах-учасницях. За результатами спостереження від 1 (низький) до 4 (високий) вчителі добре керували класом (середні бали від 3,49 до 3,81), надавали учням помірний рівень соціальної та емоційної підтримки (середні бали від 2,62 до 3,26) і надавали їм належну якість навчання (середні бали від 1,74 до 2,24).

*Класи були добре керовані та організовані.* Навчання всім класом (фронтальне навчання) спостерігалось в понад 88% сегментів уроків у кожній країні. Вчителі часто ефективно перемикалися між розмовами з класом з передньої частини кімнати та наглядом за учнями, які працювали індивідуально за партами. Проте співпраця учнів – у парах або в невеликих групах із трьох або більше учнів – мала місце менш ніж у 22% уроків у країнах -учасницях.

У цьому контексті вчителі добре керували своїми класами. У середньостатистичному класі були дуже добре організовані та

ефективні процедури. Вчителі іноді або часто займаються моніторингом поведінки учнів. Коли виникали збої, практично всі вчителі вирішували їх швидко та ефективно, і хоча зосередженість учнів на математиці миттєво переривалася, значний час навчання не було втрачено. В анкетах вчителі та учні погодилися, що класи були дуже добре керовані.

*Учні отримали певну соціально-емоційну підтримку.* Атмосфера у класах була шанобливою, з незначною кількістю негативних взаємодій, таких як погрози чи принизливі коментарі, але дев'ять із десяти спостережень не часто були теплими та підбадьорливими. Майже всі опитані вчителі вважали, що вони надавали учням підтримку в навчанні та мали з ними хороші стосунки. Більшість учнів також погодилися, але вчителі, як правило, сприймали соціально-емоційне середовище більш позитивно, ніж учні.

Однією з важливих областей, що потребує більшої уваги, є те, як вчителі справлялися з помилками учнів. Помилки учнів надають багаті можливості для навчання – як для глибшого розуміння предмету, так і для розвитку наполегливості. Проте менш ніж у половині країн вчителі, як правило, працювали з учнями, щоб допомогти їм краще зрозуміти свої помилки. Вчителі в більшості країн-учасниць, як правило, ігнорували помилки учнів або ставилися до них поверхово, тому учні мали менше можливостей для розвитку наполегливості.

*Якість навчальної практики була різною.* Деталізація та глибина дискурсу в класі відрізнялася всередині та між країнами. Учнів регулярно просили пригадати інформацію та викласти відповіді або узагальнити та застосувати правила та процедури. Іноді учні брали участь у розмові в класі, детально міркуючи. Однак, за винятком шкіл Китаю і Японії, довші та глибші пояснення спостерігалися менш ніж у 25% уроків.

Вчителі регулярно оцінювали думки учнів і реагували на них. Під час уроків вчителі ставили запитання, які викликали помірну кількість роздумів учнів. Зворотній зв'язок між учнями та учителями був коротким і зосереджений на точності відповідей і процедур. Небагато вчителів (від 2 до 18% на країну) надали ретельний зворотній зв'язок і зосередили увагу на тому, чому мислення учнів було правильним чи неправильним.

*Учні мали обмежені можливості пов'язувати математику з контекстом реального світу або досліджувати закономірності в математиці.* Наприклад, учні розуміють, обробляють або застосовують квадратні рівняння іноді за допомогою графіків або малюнків, але учні рідко встановлюють зв'язки між різними представленнями чи аспектами математики.

Учні часто мали можливість розвивати математичні навички шляхом повторюваних вправ. Однак, незважаючи на винятки, навчальні матеріали та спілкування в класі не вимагали від учнів частішої участі у пізнавально вимогливих видах діяльності. Учні рідко використовували кілька способів для розв'язування задач, формулювали обґрунтування математичних процедур і процесів або використовували технології для покращення свого концептуального розуміння математики. Наприклад, учні не використовували технології під час уроків у чотирьох з п'яти класів у всіх країнах, крім Німеччини (56%).

*Одна й та сама тема викладалася дуже різними способами.* Не було спільного підходу до викладання квадратних рівнянь ні між країнами, ні всередині них. Кількість часу, який потрібно витратити на тему відповідно до навчальних програм і підручників, коливалася від 6 до понад 15 уроків, що вказує на відмінності в очікуваннях щодо викладання та навчання між країнами. Фактичний час, витрачений на тему, як повідомляли

вчителі, загалом був нижчим за запланований і значно відрізнявся в різних класах.

Були також відмінності в математичних методах, які вивчали учні. Більшість учнів використовували графічні представлення на додаток до алгебраїчних формул і процедур для розв'язання квадратних рівнянь, за винятком студентів у Японії та Китаї. Існували також відмінності в тому, коли були введені конкретні методи, наприклад, на початку блоку чи як додаток у кінці блоку.

*Викладання вплинуло на інтерес учнів до математики, самоефективність і досягнення.* Соціально-емоційна підтримка та керівництво класом були значними показниками особистого інтересу студента до математики та самоефективності в половині країн, навіть після врахування оцінок учнів перед блоком та інших базових характеристик. Якість навчання була пов'язана з успішністю учнів у п'яти країнах, але цей зв'язок був значущим лише в одній країні, якщо врахувати досвід учнів і попередні досягнення.

*Рух вперед, щоб покращити освіту в усьому світі.* Підтримка кожного вчителя в покращенні його практики є важливою для підвищення когнітивних і некогнітивних результатів учнів, і підходи, націлені на різноманітні потреби вчителів, можуть бути більш ефективними в цьому. Дослідження показує, що існує величезна різниця в тому, як викладається лише одна тема, і підкреслює, скільки виграють дослідники, політики, вчителі та освітяни, дивлячись назовні в спробах глибше зрозуміти викладання та навчання [1].



***Завдання для самостійної роботи:***

- ❖ Провести аналіз систем оцінювання професійної компетентності вчителів математики у різних країнах. Порівняти методи, інструменти та критерії, що використовуються для цієї мети.



### *Список використаних джерел:*

1. OECD (2020), Global Teaching InSights: Technical Report , OECD Publishing, Париж, <http://www.oecd.org/education/school/global-teaching-insights-technical-documents.htm> .
2. Schwarz, B., Kaiser, G. (2019). The Professional Development of Mathematics Teachers. In: Kaiser, G., Presmeg, N. (eds) Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education . ICME-13 Monographs. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_15)
3. Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4–14.

### ***5.3. Міжнародні погляди на знання вчителів математики, переконання та можливості їх навчання***

У сучасних міжнародних публікаціях щодо підготовки вчителів математики, висвітлюються питання змісту знань й вмінь вчителів та змісту і структури їх професійного розвитку; моделі розвитку професійних, методичних компетентностей вчителів математики; розвитку професійних ідентичностей учителів математики; педагогічного досвіду та впливу його на розвиток майстерності вчителів математики тощо. Протягом останнього десятиліття зарубіжні науковці зосередили свої

дослідження в наступних напрямках: знання вчителя; технології, інструменти та ресурси у підготовці вчителя; професійна ідентичність учителів; досвід роботи [9].

Заслуговують уваги, на нашу думку, досить вагомі дослідження в галузі навчання та викладання математики проведені NCTM, дослідження TEDS-M та TEDS-FU, дослідження групи німецьких науковців за сприяння Інституту досліджень освіти ім. Макса Планка – COACTIV та дослідження виконані в межах проекту OECD's ITTEL.

Результати першого масштабного міжнародного порівняльного дослідження з підготовки вчителів математики TEDS-M під егідою Міжнародної асоціації оцінювання освітніх досягнень (MEA) описувалося у працях багатьох дослідників [8; 11; 6]. Дослідження змісту навчання вчителів з математики TEDS-M у 2008 році зосереджувалося на тому, як вчителі готові викладати математику в початкових і середніх школах у 17 країнах. Основні результати були опубліковані у 2012 році, а відповідна база отриманих результатів є цінним джерелом вторинного аналізу зібраних даних. Професійні знання вчителів початкової та середньої освіти оцінювалися за допомогою анкет, тестування на загальні педагогічні знання та спеціальні знання.

Основний звіт TEDS-M [10] надає результати про кілька змінних, включаючи загальні і педагогічні знання вчителів математики. Що стосується загальних знань, то результати учасників дуже різнилися, з більш ніж 200 балами різниці між найвищим і найнижчим середнім балом. Майбутні вчителі з Тайваню, Сінгапуру, Німеччини та Польщі випередили учасників з інших країн, їх середній бал був вищим за 559 балів. Також було визначено підгрупи країн з конкретними слабкими сторонами та сильними сторонами, пов'язаними з областями контенту та когнітивними вимогами. Наприклад, вчителі з країн Східної Азії

(Тайвань і Сінгапур) виступали краще за змістом традиційних математичних тем, вчителі західних традицій (США, Німеччини та Норвегії) зробили особливо добре тести на обробку даних і завдання, пов'язані з прикладною математикою, а вчителі із східноєвропейської традиції (Польща) були сильні на нестандартних математичних операціях [2]. Концептуальна та методологічна основа TEDS-M вимірювала компетентність учителів, розрізняючи кілька аспектів знань вчителів, пов'язуючи їх з переконаннями, включаючи когнітивні та афективні виміри, і підкреслюючи її ситуативний та прикладний характер. На додаток до ранжирування країн з точки зору аспектів майбутніх знань вчителів, які вже згадувалися вище, були включені ефекти гендерної рівності (чоловіки виступали краще, ніж жінки), мовні ефекти (вчителі, чия перша мова відповідала офіційній мові навчання в педагогічній освіті, були кращими), попередні знання і мотивація (мотиви, пов'язані з предметом, були позитивно пов'язані з змістом професійних знань). Значний вплив на дослідження з підготовки вчителів математики мали можливості інституційного вивчення математики в педагогічній освіті та якості досвіду методики навчання [10; 4].

TEDS-FU – це подальше дослідження Міжнародного дослідження вчителів про освіту TEDS-M. У TEDS-M професійна компетентність учителів математики визначалася шляхом збору професійних знань та гносеологічних переконань. TEDS-M (і подальший TEDS-FU) включають два структурно однакові, але диференційовані за змістом тести для вчителів початкової освіти з одного боку, і вчителів середньої освіти з іншого. Загалом у TEDS-M взяли участь майже 2 тисячі викладачів-стажерів у Німеччині, які закінчили навчання (вчителя математики). У подальшому дослідженні TEDS-FU деякі з цих вчителів, які вже брали участь у TEDS-M у 2008 році та погодились на повторне

опитування, були знову опитані. 304 вчителів середньої та початкової освіти, які приєдналися до TEDS-FU у 2012 році, закінчили навчання у 2008 році та вже мали досвід роботи чотири роки на час опитування TEDS-FU. Вони були переоцінені після чотирьох років досвіду роботи. Дослідження TEDS-FU аналізує вчительський розвиток у перші роки роботи. Як рівень сформованих професійних компетентностей, так і структура компетентностей представляють інтерес для того, щоб можна було фіксувати зміни в сенсі професіоналізації [3].

У даному дослідженні, однією з основних складових частин професійної компетентності вчителів, виділяється діагностична компетентність. Діагностична компетентність аналізувалася у дослідженні TEDS-FU за допомогою відео аналізу, а також словесно описаних ситуацій. Для аналізу було відібрано 19 питань, 14 запитань стосувалися змісту відео фрагментів та п'ять питань, що стосувалися словесно описаних ситуацій. На основі описаного підходу були застосовані наступні критерії: рівень математичних знань вчителя; формування математичних уявлень; рівень сформованих математичних компетентностей (моделювання, вирішення проблем, використання математичної мови, аргументація та доведення, навчання математичним інструментам та операціям); конструктивний підхід до математичних помилок учнів; якість вправ і завдань; осмислення; математичні пояснення вчителів; відповідні приклади; математична глибина (наприклад, узагальнення) [12]. Окрім цих інструментів на основі відео, були розроблені тести (з обмеженням часу) на виявлення помилок учнів.

Заслугове уваги дослідження COACTIV [1] виконане в Німеччині, в якому розглянуто професійну компетентність вчителів математики та її вплив на навчання та успішність учнів.

Дослідження SOACTIV-R вивчало розвиток професійної компетентності вчителів у процесі підготовки і проведення уроків. Дослідження SOACTIV, проводилось у Німеччині, в результаті PISA-шоку. Цей проект тривав протягом 2007-2011 років. SOACTIV розшифровується як професійні знання вчителів, когнітивна активізація математичної освіти та розвиток математичної компетентності. Над проектом працювала група, яка складалась із науковців та вчителів під керівництвом Юрген Баумерт (Jürgen Baumert). Зрозуміло, що успіх у формуванні математичних знань учнів, в переважній більшості, залежить від учителя математики, від його методичної діяльності. У проекті SOACTIV розглядалась професійна компетентність учителів математики, як важлива умова якості викладання математики. Основними питаннями проекту були: Які складові компетентності вчителя математики можуть бути ідентифіковані емпірично? Які складові компетентності впливають на викладацьку поведінку вчителя? Які прямі та непрямі впливи має компетентність учителя математики на успішність учнів з математики? Чому вчителі відрізняються рівнем своєї компетентності? Для цього були використані розроблені інструменти, включаючи тести на предметні та дидактичні знання. За допомогою розроблених анкет і тестів з'ясувалося які складові компетентності вчителя важливі для успішного викладання математики. Теоретичною основою цього дослідження є загальна модель професійної компетентності вчителів математики (Рис.5.3) [5]. У моделі, автори розрізняють професійні знання, переконання, мотиваційні характеристики вчителя та саморегуляцію й обґрунтовують, що всі ці складові професійної компетентності вчителя математики є необхідними для задоволення потреб професії.

У результаті, було виділено три умови ефективного освітнього процесу: 1) оптимальне використання навчального часу (необхідне ефективне структурування уроків з найменшою можливою втратою часу через втручання у взаємодію (класне лідерство)); 2) заохочення до пізнавальної діяльності (когнітивна активація, тобто активна взаємодія з навчальним змістом); 3) конструктивна підтримка учнів учителями.

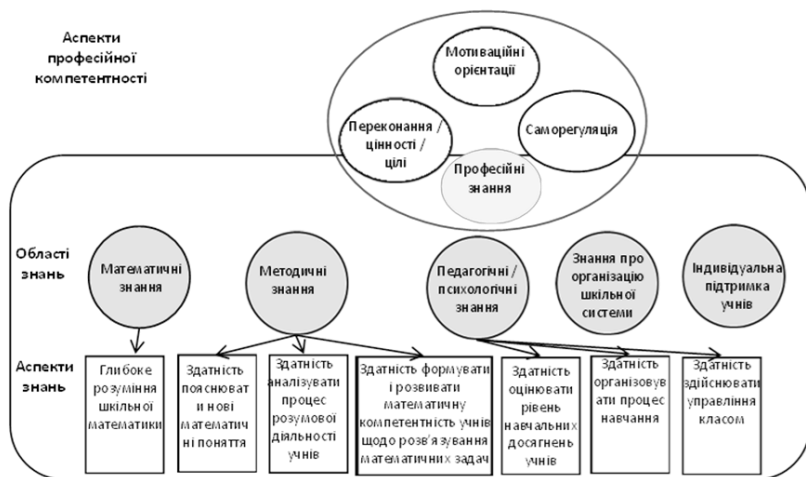


Рис. 5.3. Модель SOACTIV професійної компетентності вчителів математики (за Kunter)

Автори проєкту вважають, що взаємодія знань, переконань, мотиваційних навичок та навичок саморегулювання вчителів є критично важливою для того, як вчителі структурують і регулюють своє викладання, і чи здатні вони успішно практикувати свою професію в довгостроковій перспективі. Особливу увагу приділили вивченню знань вчителів як важливої основи для їхніх професійних дій. Вважається, що ґрунтовне знання шкільної математики вчителем та вміння розв'язувати

задачі різними способами дозволить вчителю вибирати відповідні завдання для учнів з різним рівнем навчальних досягнень, створюючи таким чином особистісно-орієнтований підхід для кожного учня. Знання про особливості засвоєння учнями математичних знань, про математичне мислення учнів та вміння грамотно подати навчальний матеріал є необхідними для ефективної професійної діяльності вчителя математики. Зокрема, було визначено три групи знань для вчителів:

- методичні знання: виділяють три аспекти: знання методики викладання тем шкільної математики; знання змісту шкільної математики, вміння розв'язувати задачі шкільної математики; знання особливостей засвоєння учнями конкретних тем шкільної математики;

- педагогічні знання: загальні, міждисциплінарні знання, які необхідні для розробки та оптимізації ситуації викладання / навчання (знання про індивідуальну обробку, методи навчання або стратегії класного лідерства);

- спеціальні знання: поглиблене знання та розуміння окремих тем.

Для ефективного навчання учнів математики, вчителі не тільки повинні мати міцну базу знань, але й бути мотивованими використовувати ці знання в класі. Інтерес та ентузіазм вчителя у професійній діяльності можуть бути вирішальними у визначенні форм роботи у класі, готовності до навчання або впровадження нових технологій на уроці [7].

Дослідження про саморегулювання вчителів показують, що вчителі відрізняються своєю здатністю дистанціюватися від професійних проблем і тенденцією до відмови від довгострокового стресу. Дослідницькі інструменти склалися з стандартизованих письмових анкет для учнів та вчителів. Також були розроблені тести на знання для визначення рівня здобутих

спеціалізованих знань і спеціалізованих дидактичних знань з математики, які склалися як з письмових, так і з комп'ютерних завдань. Третім джерелом інформації були навчальні матеріали, представлені вчителями, такі як робота в класі, домашні завдання або навчальні завдання.

Анкети та тести використовувалися для відображення різних аспектів компетентності вчителя. Наприклад, для самооцінки були запропоновані анкети на: вивчення теорії переконання («Це допомагає учням (проводиться), щоб зрозуміти теоретичний матеріал, якщо можна обговорити свої власні ідеї, розв'язання»); мотиваційні аспекти («Робота - це найважливіший зміст життя для мене»); емоційні аспекти («Я все ще захоплююся математикою») (див. <https://www.mpib-berlin.mpg.de/2588/suchergebnis?utf8=%E2%9C%93&searchfield=COACTIV>)

Для того, щоб досягти найбільш повної реконструкції викладацької діяльності, групою COACTIV було обрано мультиметодний підхід до опису процесів викладання / навчання математики та комбінованої інформації з різних джерел (опитування учнів і вчителів та навчальні матеріали). Три особливості взаємодії викладання / навчання були в центрі уваги: ефективність класного лідерства; когнітивна активація; конструктивна підтримка.

Одним з найважливіших завдань у контексті COACTIV було створення спеціальних тестів з професійних знань для вчителів математики. У межах проекту був розроблений тест, який охоплював основні знання вчителів математики (рис.5.4.). Всі три ознаки уроку були описані за допомогою анкет як з точки зору учня, так і вчителя. Опис математичної освіти щодо її потенціалу для когнітивної активації додатково забезпечувався аналізом реальних навчальних матеріалів. Кожному вчителю

було запропоновано подати набір завдань, які вони використовували у експериментальних класах. Ця добірка включала в себе: завдання які вчитель пропонує учням на іспити з математики, завдання для самостійної роботи, а також завдання для додаткового навчання та домашні завдання.

Методичні знання			Спеціальні знання
<i>Знання про пояснення і представлення</i>	<i>Знання типових помилок учнів</i>	<i>Вміння розв'язувати задачі різними способами</i>	
Учень каже: «Я не розумію, чому $(-1) \cdot (-1) = 1$ ». Будь ласка, допоможіть зрозуміти своєму учню якомога більше різними способами.	Площа паралелограма може бути обчислена шляхом множення висоти і довжини сторони паралелограма. Наведіть приклад паралелограма, де учні можуть зіткнутися з труднощами з використанням цієї формули.	Лука стверджує: «Квадрат натурального числа завжди більший, ніж добуток його двох сусідніх чисел». Чи правильна відповідь Луки? Будь ласка, наведіть всі різні розв'язання, які ви можете побачити.	Число $2^{1024} - 1$ є простим?
Запропонований зразок розв'язання			

<p><b>Знання про пояснення і представлення</b></p> <p>а) <i>серія постійності:</i></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <math display="block">\begin{aligned} 2 \cdot (-1) &amp;= -2 \\ 1 \cdot (-1) &amp;= -1 \\ 0 \cdot (-1) &amp;= 0 \\ (-1) \cdot (-1) &amp;= 1 \\ (-2) \cdot (-1) &amp;= 2 \end{aligned}</math> </div> <p>б) <i>Дзеркальне відображення до 0:</i></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> </div>	 <p>Основа висоти знаходиться на продовженні сторони</p>	<p>а) Алгебраїчний спосіб: Нехай <math>n</math> – довільне натуральне число, тоді <math>(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1</math>, що менше <math>n^2</math> на 1.</p> <p>б) Геометричний спосіб:</p> 	<p>Ні. Це число можна розкласти на два множники відмінні від одиниці, використовуючи формулу різниці двох квадратів, <math>(2^{512} - 1) \cdot (2^{512} + 1)</math></p>
12 завдань	7 завдань	4 завдання	13 завдань
Тема. Дидактика. Загальний тест			Тест на знання

Рис.5.4. Зразки оцінювання знань вчителя у СОАСТІВ дослідженні

У навчанні учнів, всі компоненти математичної компетентності (когнітивні, мотиваційні та емоційні складові) вимірювалися в дослідженнях PISA. Для вимірювання когнітивних складових використовувалися завдання міжнародного та національного тесту математики PISA. Розвиток математичної компетентності учнів протягом навчального року розглянуто за двома напрямками: базова освіта (математика для життя) та навчальної програми (математика для школи). Всі мотиваційні аспекти математичної компетентності учнів були зафіксовані за допомогою анкет самореклами.

Використані опитувальники включали: інтерес до математики, очікування інструментальності в математиці, очікування самоефективності в математиці, страх перед

математикою, досвід компетентності в математичній освіті та досвід автономії в математичному вихованні.

У результаті проведеного дослідження були зроблені наступні висновки:

- професійна компетентність вчителів відрізняється від ступеня школи у якій працює вчитель, тобто залежить від того на якому рівні вчитель викладає математику;

- більш високий рівень професійних знань супроводжується більш конструктивістськими переконаннями у навчанні;

- мотивація вчителів, пов'язана з освітньою діяльністю та можливістю саморегулювання вчителів майже не співвідносяться з професійними знаннями;

- пізнавальна діяльність на уроці, класне лідерство вчителів та індивідуальна підтримка вчителя у навчанні учнів є основними критеріями якісного уроку, та впливає на продуктивність навчання математики й на розвиток математичних компетентностей учнів;

- з аналізу системи вправ на урок (матеріали надані вчителями), впливає що відмінності між типами шкіл є незначними. Пізнавальний зміст уроку відрізняється судженнями вчителів і учнів;

- математичні та професійні знання у майбутніх вчителів математики нижчі від вчителів, які працюють у школі, проте ця різниця не критична. Також дослідження показало, що майбутні вчителі математики значно перевершили школярів в математичних та загальних видах знань. Це може означати, ефективність університетської підготовки, тоді як розвиток протягом кар'єри вчителя не є дуже значним. Це підсилює важливість університетської педагогічної освіти у розвитку знань майбутніх учителів [12].



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Вивчити звіти проєкту COACTIV. Визначити основні компоненти, підходи до викладання та забезпечення можливостей навчання вчителів математики.
- ❖ Виокремити засоби мотивації вчителів математики до регулярного підвищення рівня власної методичної компетентності.



### *Список використаних джерел:*

1. Baumert, J., Kunter, M. The COACTIV Model of Teachers' Professional Competence. *Cognitive Activation In The Mathematics Classroom And Professional Competence Of Teachers*, 2013. 25-48. DOI: 10.1007/978-1-4614-5149-5\_2
2. Döhrmann, M., Kaiser, G., Blömeke, S. The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM*, 2012. 44(3), 325-340. DOI: 10.1007/s11858-012-0432-z
3. Hoth J. Die Studie TEDS-FU. Situationsbezogene Diagnosekompetenz Von Mathematiklehrkräften, 2016. 9-13. DOI: 10.1007/978-3-658-13156-2\_2
4. Ingvarson, L. An analysis of teacher education context, structure, and quality-assurance arrangements in TEDS-M countries. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). 2013.
5. Kunter, M., Baumert, J., Blum, W. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Münster: Waxmann. 2011.

6. Li, Y. Mathematics teacher preparation examined in an international context: learning from the Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M) and beyond. *ZDM*, 2012. 44(3), 367-370. DOI: 10.1007/s11858-012-0431-0
7. Measuring the mathematical quality of instruction. *J Math Teacher Educ* 14, 25–47. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9140-1>
8. Meinck, S., Rodriguez, M. Considerations for correlation analysis using clustered data: working with the teacher education and development study in mathematics (TEDS-M) and other international studies. *Large-Scale Assessments In Education*, 2013. 1(1). DOI: 10.1186/2196-0739-1-7
9. Strutchens M.E. Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Field Experiences. In: *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World*. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. 2017. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_5)
10. Tatto, M., Peck, R., Schwille, J., Bankov, K., Senk, S., & Rodriguez, M. et al. Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. [Place of publication not identified]: Distributed by ERIC Clearinghouse. 2012.
11. Tatto, M., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R., Rowley, G. *Teacher education and development study in mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam, The Netherlands: IEA. 2008.
12. Михайленко Л.Ф. Формування методичної компетентності вчителя математики в умовах партнерської взаємодії педагогічного університету та школи. – Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук за

спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика). – Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, Черкаси, 2021. 623 с.

#### **5.4. Цифрові технології у навчанні математики: закордонний досвід та перспективи для України**



#### *Ресурси для самостійної підготовки:*

1. Alison Clark-Wilson, Ornella Robutti, Melih Turgut, Iveta Kohanová. Introduction to the papers of TWG15: Teaching Mathematics with Technology and Other Resources. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. {hal-02417049}
2. Hans-Georg Weigand, Nathalie Sinclair, Ana Donevska-Todorova, Eleonora Faggiano, Eirini Geraniou, et al.. Introduction to the papers of TWG16: Learning Mathematics with Technology and Other Resources. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. {hal-02421270}
3. Hegedus, S. et al. (2017). Uses of Technology in Upper Secondary Mathematics Education. In: Uses of Technology in Upper Secondary Mathematics Education. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-42611-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42611-2_1)
4. Ingi Højsted. Guidelines for design of didactic sequences utilizing dynamic geometry affordances related to mathematical reasoning

- competency. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. {hal-02428249}
5. Miyazaki, M., Fujita, T., Jones, K. et al. Designing a Web-based Learning Support System for Flow-chart Proving in School Geometry. *Digit Exp Math Educ* 3, 233–256 (2017). <https://doi.org/10.1007/s40751-017-0034-z>
  6. Olsson, J. Relations Between Task Design and Students' Utilization of GeoGebra. *Digit Exp Math Educ* 5, 223–251 (2019). <https://doi.org/10.1007/s40751-019-00051-6>
  7. Paul Drijvers. Embodied instrumentation: combining different views on using digital technology in mathematics education. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. {hal-02436279}
  8. Trgalová, J., Tabach, M. Affordances of Virtual Learning Environments to Support Mathematics Teaching. *Digit Exp Math Educ* 9, 444–475 (2023). <https://doi.org/10.1007/s40751-023-00127-4>
  9. van Borkulo, S.P., Chytas, C., Drijvers, P. et al. Spreadsheets in Secondary School Statistics Education: Using Authentic Data for Computational Thinking. *Digit Exp Math Educ* 9, 420–443 (2023). <https://doi.org/10.1007/s40751-023-00126-5>
  10. Матяш О.І., Михайленко Л.Ф., Воєвода А. Л. Актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць*. 2021. Вип. 60., С. 81-89. DOI: 10.31652/2412-1142-2021-60-81-90



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Визначити роль вчителя під час використання цифрових технологій на уроках математики.
- ❖ Узагальнити теоретичні основи та методологічні підходи до ключових досліджень про знання учителів щодо використання технологій.
- ❖ Технології використання GeoGebra на уроках математики.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Оцінювання навчальних досягнень учнів за допомогою динамічних програмних систем, тестів; самооцінка, зворотній зв'язок з використанням ІКТ.
- ❖ Використання ІКТ у процесі моделювання: розуміння процесу моделювання, наведення конкретних прикладів, довгострокові ефекти моделювання.
- ❖ Використання цифрових інструментів для навчання математики: програми, динамічна геометрія, графічні калькулятори, віртуальна та доповнена реальність.
- ❖ Організація діяльності учнів: гейміфікація, онлайн-курси, перевернутий клас, спільна робота.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Виокремити популярні онлайн-ресурси, які використовуються у навчанні математики за кордоном. Описати переваги та недоліки кожного ресурсу. На основі

власного аналізу сформулювати рекомендації для українських учителів щодо використання цифрових технологій у навчанні математики.

- ❖ Описати стратегії впровадження цифрових технологій у навчанні математики в українських школах. Розглянути можливі виклики та можливості для успішної імплементації.
- ❖ Написати есе на тему: «Вчитель математики в цифрову еру: міжнародний погляд на професійний розвиток, орієнтований на технології».

### **5.5. Дистанційне та змішане навчання в математичній освіті: передовий закордонний досвід**



#### ***Ресурси для самостійної підготовки:***

1. Bizami, N.A., Tasir, Z. & Kew, S.N. Innovative pedagogical principles and technological tools capabilities for immersive blended learning: a systematic literature review. *Educ Inf Technol* 28, 1373–1425 (2023). <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11243-w>
2. Castro, R. Blended learning in higher education: Trends and capabilities. *Educ Inf Technol* 24, 2523–2546 (2019). <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09886-3>
3. Drijvers, P., Thurm, D., Vandervieren, E. et al. Distance mathematics teaching in Flanders, Germany, and the

- Netherlands during COVID-19 lockdown. *Educ Stud Math* 108, 35–64 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10094-5>
4. Introduction - Training. Microsoft Learn: Build skills that open doors in your career. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/training/modules/teach-forward-best-strategies-hybrid-remote-blended-learning/introduction>
  5. Lavonen, J., Salmela-Aro, K. (2022). Experiences of Moving Quickly to Distance Teaching and Learning at All Levels of Education in Finland. In: Reimers, F.M. (eds) *Primary and Secondary Education During Covid-19*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-81500-4\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81500-4_4)
  6. Liu, M., Zhao, G., Zhong, Z., Ma, J., Wang, W. (2024). Theoretical Foundations for Blended Learning. In: Li, M., Han, X., Cheng, J. (eds) *Handbook of Educational Reform Through Blended Learning*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3_1)
  7. Thorn, W., Vincent-Lancrin, S. (2022). Education in the Time of COVID-19 in France, Ireland, the United Kingdom and the United States: the Nature and Impact of Remote Learning. In: Reimers, F.M. (eds) *Primary and Secondary Education During Covid-19*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-81500-4\\_15](https://doi.org/10.1007/978-3-030-81500-4_15)
  8. Trgalová, J., Tabach, M. Affordances of Virtual Learning Environments to Support Mathematics Teaching. *Digit Exp Math Educ* 9, 444–475 (2023). <https://doi.org/10.1007/s40751-023-00127-4>
  9. Zhou, Q. et al. (2024). Implementation of Blended Learning at the Institutional Level. In: Li, M., Han, X., Cheng, J. (eds) *Handbook of Educational Reform Through Blended Learning*. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3\\_4](https://doi.org/10.1007/978-981-99-6269-3_4)

10. Михайленко Л. Стрельчук А. Актуальні проблеми дистанційного навчання математики. Materialele Conferinței Științifice cu participare Internațională „Educația de Calitate în contextul provocărilor societale”. 21 octombrie 2022. P. 273-278 URL: [https://conferinte.stiu.md/event\\_page/220](https://conferinte.stiu.md/event_page/220)



### *Завдання для самостійної роботи:*

- ❖ Описати моделі змішаного навчання та моделі практики змішаного навчання.
- ❖ Виокремити основні компоненти ефективного змішаного навчання математики.
- ❖ Проаналізувати результати наукових досліджень, які оцінюють ефективність онлайн-викладання математики.



### *Питання для обговорення:*

- ❖ Інструменти, платформи та навчальна техніка для онлайн навчання математики.
- ❖ Змішане навчання у вищій освіті: тенденції та можливості.
- ❖ Професійний розвиток вчителя математики в умовах дистанційного навчання.



### *Творчі завдання:*

- ❖ Порівняти платформи та системи для дистанційного навчання математики (наприклад, Moodle, EdX, Coursera,

Google Classroom, WIMS, DESMOS, STEP), щодо їхніх можливостей, функціоналу та ефективності.

- ❖ Розробити стратегії для підтримки взаємодії між вчителем та учнями в умовах дистанційного навчання.
- ❖ Порівняти педагогічні підходи, які використовуються для дистанційного та традиційного навчання математики. Оцінити переваги та недоліки кожного підходу.

## ДОДАТОК А ПРОГРАМНИЙ ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ

### «Закордонний досвід математичної освіти»

#### Мета, завдання, компетентності та програмні результати навчання

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» є формування у здобувачів наукового ступеня «доктора філософії» фахових та загальних компетентностей використання досвіду викладання математики в провідних країнах світу для вирішення професійних завдань та здійснення наукових досліджень.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» є:

- ознайомлення зі світовими тенденціями в галузі математичної освіти;
- вивчення зарубіжних підходів до викладання математики;
- аналіз ефективності міжнародного досвіду навчання математики;
- вивчення можливостей впровадження кращого міжнародного досвіду в українську систему математичної освіти

Компетентності (за освітньою програмою)

*Загальні компетентності*

Здатність працювати в міжнародному контексті

Здатність аналізувати, оцінювати, прогнозувати та забезпечувати якість дослідницької діяльності

Розуміння значення дотримання етичних норм та авторського права при проведенні наукових досліджень, презентації їх результатів та у науково-педагогічній діяльності.

*Фахові компетентності*

Здатність до оволодіння та розвитку методології наукової, педагогічної та методичної діяльності.

Здатність цінувати різноманіття та мультикультурність, керуватися в діяльності сучасними етичними нормами, принципами толерантності, діалогу і співробітництва.

*Програмні результати навчання (за освітньою програмою)*

Застосовує міжнародні та національні стандарти і практики в професійній та науковій діяльності.

Здатний опановувати нові методики навчання математики в школі та ЗВО.

Здатний бачити тенденції розвитку методики навчання математики й інформатизації навчання й враховувати їх у навчальному процесі.

Знає та дотримується основних засад академічної доброчесності в науковій і освітній діяльності.

Здатний використовувати міжнародні інформаційні ресурси і системи управління знаннями в інформаційному забезпеченні процесу навчання.

## **Програма навчальної дисципліни**

### **РОЗДІЛ 1. Закордонний досвід математичної освіти**

#### **ТЕМА 1. Теоретичні аспекти дослідження математичної освіти**

*Провідні науково-дослідницькі журнали з математичної освіти як засіб якісної наукової комунікації. Вивчення досвіду всесвітньо відомих науковців у галузі методики навчання математики. Роль міжнародних професійних асоціацій у розвитку математичної освіти. Інструменти порівняльного аналізу навчання та викладання математики. Наукова етика та доброчесність: вивчення міжнародного досвіду та його застосування в українському науковому середовищі. Міжнародний досвід інклюзивного навчання математики: впровадження та вдосконалення.*

## **ТЕМА 2. Розвиток математичної освіти в країнах Європи, Азії та США**

*Європейські освітні традиції у дидактиці математики. Традиції математичної освіти в Східній Азії. Математична освіта в США. Розвиток соціальних та емоційних навичок учнів на уроках математики. Досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику.*

## **ТЕМА 3. Реформи шкільної математичної освіти**

*Аналіз компонентів та типів навчальних програм. Визначні реформи шкільної математичної освіти. Розробка та реформування навчальних програм у шкільній математиці. Використання STEM-технологій у навчанні математики. PISA і TIMSS: міжнародні порівняльні дослідження в навчанні математики*

## **ТЕМА 4. Зарубіжний досвід підготовки майбутніх учителів математики**

*Теоретичні засади якісної підготовки майбутнього вчителя математики. Встановлення взаємозв'язків між математичною та методичною підготовкою вчителів математики. Методична підготовка майбутніх вчителів математики. Сучасні підходи до впровадження формульованого оцінювання на уроках математики. Метод проєктів у навчанні математики: аналіз та адаптація закордонного досвіду для удосконалення вітчизняної методичної освіти.*

## **ТЕМА 5. Зарубіжний досвід професійного розвитку учителів математики**

*Ресурси для професійного розвитку вчителів. Оцінювання професійної компетентності вчителя математики. Міжнародні погляди на знання вчителів математики, переконання та можливості їх навчання. Цифрові технології у навчанні математики: закордонний досвід та перспективи для України. Дистанційне та змішане навчання в математичній освіті: передовий закордонний досвід.*

### Теми лекцій

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		<i>Денна форма навчання</i>	<i>Заочна форма навчання</i>
1.	Теоретичні аспекти дослідження математичної освіти	2	
2.	Розвиток математичної освіти в країнах Європи, Азії та США	2	
3.	Реформи шкільної математичної освіти	2	
4.	Зарубіжний досвід підготовки майбутніх учителів математики	2	
5.	Зарубіжний досвід професійного розвитку учителів математики	2	
<b>УСЬОГО ГОДИН</b>		10	

### Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		<i>Денна форма навчання</i>	<i>Заочна форма навчання</i>
1.	Наукова етика та доброчесність: вивчення міжнародного досвіду та його застосування в українському науковому середовищі.	2	
2.	Міжнародний досвід інклюзивного навчання математики: впровадження та вдосконалення.	2	
3.	Розвиток соціальних та емоційних навичок учнів на уроках математики.	2	
4.	Досвід впровадження математичного моделювання в шкільну практику.	2	

5.	Використання STEM-технологій у навчанні математики.	2	
6.	PISA і TIMSS: міжнародні порівняльні дослідження в навчанні математики	2	
7.	Сучасні підходи до впровадження формульовального оцінювання на уроках математики.	2	
8.	Метод проєктів у навчанні математики: аналіз та адаптація закордонного досвіду для удосконалення вітчизняної методичної освіти.	2	
9.	Цифрові технології у навчанні математики: закордонний досвід та перспективи для України..	2	
10.	Дистанційне та змішане навчання в математичній освіті: передовий закордонний досвід	2	
<b>УСЬОГО ГОДИН</b>		<b>20</b>	

### Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		<i>Денна форма навчання</i>	<i>Заочна форма навчання</i>
1.	Тема 1. Теоретичні аспекти дослідження математичної освіти	12	
2.	Тема 2. Розвиток математичної освіти в країнах Європи, Азії та США	12	
3.	Тема 3. Реформи шкільної математичної освіти	12	
4.	Тема 4. Зарубіжний досвід підготовки майбутніх учителів математики	12	

5.	Тема 5. Зарубіжний досвід професійного розвитку учителів математики	12	
<b>УСЬОГО ГОДИН:</b>		<b>60</b>	

### **Методи та технології навчання**

Вивчення навчальної дисципліни передбачає використання різноманітних методів та технологій викладання і навчання, зокрема: пояснювально-ілюстративний метод, проблемна лекція, активні методи навчання, частково-пошуковий (евристичний) метод, дослідницький метод; групова, парна робота; дискусія, обговорення; само та взаємооцінка; самостійна робота здобувачів вищої освіти ступеня доктор філософії з використанням освітньої платформи Google Classroom та месенджеру Telegram.

*Пояснювально-ілюстративний метод:* повідомлення інформації з використанням різних засобів з подальшим усвідомленням такої інформації та її фіксацією у пам'яті здобувачів. Найчастіше метод реалізується на лекціях у формі розповіді чи пояснення великого за обсягом навчального матеріалу тощо.

*Активні методи навчання:* послідовна й цілеспрямована постановка перед здобувачами завдань, розв'язуючи які вони активно засвоюють нові знання.

*Частково-пошуковий (евристичний) метод* спрямований на залучення здобувачів до самостійного розв'язання пізнавального завдання. При цьому здобувачі опановують різні способи пошуку інформації, формують переконаність в істинності нових знань, аналізують достовірність отриманих результатів та можливі помилки та труднощі.

*Дослідницький метод* спрямований на залучення здобувачів до самостійного розв'язання завдання наукового характеру з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки та інформаційно-комунікаційних технологій.

При викладанні навчальної дисципліни використовуються різноманітні технології навчання - як традиційні, так і сучасні (особистісно-орієнтовані, інформаційно-комунікаційні тощо). При цьому навчання є студентсько-центрованим та здійснюється через активну практичну діяльність. Зокрема, для активізації освітнього процесу передбачено застосування ділових ігор, занять-дискусій тощо.

Лекції органічно поєднуються не лише з практичними заняттями, а й із самостійною роботою, яка полягає в самостійному опрацюванні теоретичного матеріалу, підготовці до практичних занять, пошуку необхідної інформації, підборі та огляді літературних джерел за заданою тематикою тощо. При цьому в освітньому процесі передбачено використання спеціальних методів, більш характерних для науково-дослідної роботи – експертного оцінювання, ранжирування, систематизації, екстраполяції, «мозкового штурму» тощо. В багатьох випадках такі методи є найбільш оптимальними для розв'язання конкретних навчальних завдань.

### **Критерії та методи оцінювання**

Методи оцінювання: Поточний контроль: усне опитування; виступи на практичних заняттях з обговоренням теоретичних положень у супроводі презентацій; виконання аспірантами самостійної роботи. Підсумковий контроль здійснюється у формі заліку.

Поточний контроль проводиться на усіх видах аудиторних занять (лекції, практичні заняття), а також оцінюється самостійна робота з кожної теми.

Поточний контроль на усіх видах аудиторних занять реалізується такими методами: усного опитування, виступів на практичних заняттях, підготовка та демонстрація презентацій.

Поточний контроль виконання самостійної роботи здійснюється за усіма темами.

Методи підсумкового оцінювання: залік.

На підсумковий (семестровий) контроль – залік – рішенням кафедри відводиться 20 балів.

Результат освітньої діяльності здобувача вищої освіти оцінюється згідно з Критеріями оцінювання знань і вмінь студентів Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського за такими рівнями і критеріями:

Оцінка за шкалами ECTS, стобаловою, розширеною	Критерії оцінювання	Рівень досягнень здобувача
<p>А 90-100 балів ВІДМІННО</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на поглибленому рівні; комплексом знань та вмінь, який характеризується системністю. Застосування знань здійснюється на основі самостійного цілеутворення, побудови власних програм діяльності.</p> <p>Здобувач проявляє нешаблонність мислення у виборі і використанні елементів комплексу знань, здатний самостійно і творчо використовувати набуті уміння відповідно до варіативних ситуацій навчання.</p> <p>Здобувач спроможний самостійно формулювати узагальнення та висновки, нові задачі, розв'язувати нестандартні задачі, ситуації. Навчально-пізнавальна активність обумовлена пізнавальними інтересами, мотивами саморозвитку і професійного становлення.</p>	<p>ВИСОКИЙ</p>

<p>В 80-89 балів ДУЖЕ ДОБРЕ</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на поглибленому рівні. Здобувач володіє комплексом знань та вмінь, який є частково-впорядкованим. У процесі застосування знань студент спроможний вибрати необхідній елемент комплексу знань та вмінь. Застосування знань та вмінь здійснюється як у стандартних ситуаціях, так і при незначних варіаціях умов на основі використання загальних рекомендацій. Відбувається перенесення сформованих умінь або їх комплексів на розв'язування незнайомих задач, ситуацій.</p>	<p>ВИСОКИЙ</p>
<p>С 75-79 балів ДОБРЕ</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на підвищеному рівні, може усвідомлено застосовувати знання та вміння для висвітлення суті питання. Комплекс знань частково-структурований. Знання застосовуються переважно у знайомих ситуаціях. Здобувач усвідомлює особливості навчальних задач, ситуацій тощо. Пошук способів їх розв'язання здійснюється за зразком. Здобувач спроможний аргументувати застосування певної методичної дії у ході розв'язування задач, ситуацій тощо.</p>	<p>ДОСТАТНИЙ</p>
<p>D 60-79 балів ДОБРЕ</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на середньому рівні, може проілюструвати власними прикладами відповідь на питання, частково усвідомлює специфіку навчальних та прикладних задач, ситуацій тощо, має знання про способи розв'язування типових задач, ситуацій тощо. Однак процес самостійного розв'язування задач, ситуацій тощо потребує опори на зразок.</p>	<p>ЗАДОВІЛЬНИЙ</p>

<p>Е 50-59 балів ДОСТАТНЬО</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компоненту навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на середньому рівні. Має уявлення про специфіку навчальних та прикладних задач, ситуацій тощо. Виконання дій при роз'ясненні ситуацій частково усвідомлюється, здійснюється частково правильно.</p>	<p>НИЗЬКИЙ</p>
<p>Fx 35-49 балів НЕЗАДОВІЛЬНО</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента навчальної дисципліни «Закордонний досвід математичної освіти» на елементарному рівні, має уявлення про зміст основних розділів. Виконання окремих дій відбувається не усвідомлено, однак переважно правильно.</p>	<p>НЕЗАДОВІЛЬНО</p>
<p>F 0-34 балів НЕПРИЙНЯТО</p>	<p>Здобувач володіє понятійним і фактичним апаратом освітнього компонента на елементарному рівні, має уявлення про зміст окремих розділів. Виконання окремих методичних дій відбувається несвідомо, у більшості неправильно.</p>	

### Розподіл балів, які отримують здобувачі

ДЛЯ ЗАЛІКУ

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ ТА САМОСТІЙНА РОБОТА										Підсумковий балів	Загальна кількість балів
РОЗДІЛ 1 - 80 балів											
T1		T2		T3		T4		T5			
Ауд.	СР.	Ауд.	СР.	Ауд.	СР.	Ауд.	СР.	Ауд.	СР.		
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	20	100

## Методичне забезпечення

1. Опорні конспекти лекцій, розробки практичних занять.

### Рекомендована література

#### Основна

1. Тенденції розвитку шкільної освіти в країнах ЄС, США та Китаї: монографія / О.І. Локшина, О.З.Глушко, А.П. Джурило, С.М. Кравченко, Н.В. Нікольська, М.М. Тименко, О.М. Шпарик ; за заг. ред. О.І. Локшиної. [Електронне видання]. – Київ : КОНВІ ПРІНТ, 2021. – 350 с.
2. *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* / ed. by G. Kaiser, N. Presmeg. Cham : Springer International Publishing, 2019. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7>.
3. *Doing Research: A New Researcher's Guide* / J. Hiebert et al. Cham : Springer International Publishing, 2023. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-031-19078-0>.

#### Додаткова

1. Андрієвська М.Ю., Михайленко Л.Ф. Роль математики як навчальної дисципліни у розвитку STEM-освіти. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 3(25). Частина 1. С. 25-31. DOI 10.31110/2413-1571-2020-025-3-004.
2. Воевода А. Л., Матяш О. І., Михайленко Л. Ф. Трансформаційні процеси у нормативно-правових засадах розбудови системи педагогічної освіти Ізраїлю. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць*. 2022. Вип. 64., С. 233-242. DOI: 10.31652/2412-1142-2022-64-233-242
3. Громов Є. В., Коломієць А. М., Коломієць Д. І. Кореляція потреб школи та пропозиції системи педагогічної освіти (на прикладі Польщі). Університет – Школа: співпраця в умовах євроінтеграції: монографія / за заг. ред. Акімова О.В., Фрицюк В.А., Троян Г.В. [та ін]. 2019. С.49-68.

4. Матяш О.І., Михайленко Л.Ф., Воевода А. Л. Актуальні аспекти міжнародних досліджень використання інформаційних технологій навчання в галузі математичної освіти. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць*. 2021. Вип. 60., С. 81-89. DOI: 10.31652/2412-1142-2021-60-81-90
5. Михайленко Л. Сучасні підходи до впровадження формувального оцінювання на уроках математики. *Фізико-математична освіта*, 2022. Том 37. № 5. С.43-49. DOI: 10.31110/2413-1571-2022-037-5-006
6. Михайленко Л.Ф. Зарубіжний досвід встановлення взаємозв'язків між математичною та методичною підготовкою вчителів математики. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики»*. Вінниця, 2021. С.57-60.
7. Михайленко Л.Ф. Зарубіжний досвід методичної підготовки вчителів математики. *Фізико-математична освіта*. 2020. Випуск 1(23). С. 83-90. DOI 10.31110/2413-1571-2020-023-1-014.
8. Михайленко Л.Ф. Зарубіжний досвід практичної підготовки майбутніх вчителів математики. *Матеріали ІХ міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти ПМО-2021»*. Черкаси, 2021. С.117-119.
9. Artigue M. et al. *The French Didactic Tradition in Mathematics*. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_2)
10. Baumert, J., Kunter, M. The COACTIV Model of Teachers' Professional Competence. *Cognitive Activation In The Mathematics Classroom And Professional Competence Of Teachers*, 2013. 25-48. DOI: 10.1007/978-1-4614-5149-5\_2
11. Blum W., Artigue M., Mariotti M.A., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. *European Didactic Traditions in Mathematics: Introduction and Overview*. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_1)
12. Buchholtz, N.F., Krosanke, N., Orschulik, A.B. et al. Combining and integrating formative and summative assessment in mathematics teacher

- education. *ZDM Mathematics Education*, 2018. 50, 715–728. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0948-y>
13. Canrinus, E., Helms-Lorenz, M., Beijaard, D., Buitink, J., & Hofman, A. Self-efficacy, job satisfaction, motivation and commitment: exploring the relationships between indicators of teachers' professional identity. *European Journal Of Psychology Of Education*, 2011. 27(1), 115-132. DOI: 10.1007/s10212-011-0069-2
  14. Cyrino M.C..T. Prospective Mathematics Teachers' Professional Identity. In: Strutchens M., Huang R., Potari D., Losano L. (eds) *Educating Prospective Secondary Mathematics Teachers*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2018.
  15. Daemen J., Konings T., van den Bogaart T. Secondary School Mathematics Teacher Education in the Netherlands. In: *Van den Heuvel-Panhuizen M.* (eds) National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2020. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-33824-4_9)
  16. Döhrmann, M., Kaiser, G., Blömeke, S. The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M. *ZDM*, 2012. 44(3), 325-340. DOI: 10.1007/s11858-012-0432-z
  17. Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. et al. What Kind of Content Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need?. *J Math Didakt.* 2018, 39, 319–341. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>
  18. Erens, R., & Eichler, A. Belief Changes in the Transition from University Studies to School Practice. ICME-13 Monographs, 2019. 345-373. DOI: 10.1007/978-3-030-13761-8\_16
  19. Gleason J., Livers, S.D., Zelkowski, J. Mathematics Classroom Observation Protocol for Practices (MCOP2): Validity and reliability. *Investigations in Mathematical Learning*, 2017. 9(3), 111-129.
  20. Goldsmith, L.T., Doerr, H.M. & Lewis, C.C. *J Math Teacher Educ.* 2014. 17: 5. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9245-4>
  21. Hilligus A. Blömeke, Sigrid, Kaiser, Gabriele and Lehmann, Rainer (eds) (2008): Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung. *ZDM*, 2009.41(5),703-707. DOI: 10.1007/s11858-009-0204-6
  22. Hoth J. Die Studie TEDS-FU. Situationsbezogene Diagnosekompetenz Von Mathematiklehrkräften, 2016. 9-13. DOI: 10.1007/978-3-658-13156-2\_2

23. Hoth J. Situation-specific diagnostic competence of mathematics teachers-a qualitative supplementary study of the TEDS-follow-up project. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. fffhal-01949041ff
24. Huang R., Zbiek, R. Prospective Secondary Mathematics Teacher Preparation and Technology. ICME-13 Topical Surveys, 2016. 17-23. DOI: 10.1007/978-3-319-38965-3\_3
25. Hubeňáková V., Semanišinová I., Šveda D. Pre-service mathematics teachers: How to make them ready to be ready. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. fffhal-01949040ff
26. Hußmann, S., Rezat, S. & Sträßer, R. *J Math Didakt.* 2016, 37(Suppl 1): 1. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0105-5>
27. Hußmann, S., Rezat, S. & Sträßer, R. Subject Matter Didactics in Mathematics Education. *J Math Didakt.* 2016. 37, 1–9. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0105-5>
28. Ingvarson, L. An analysis of teacher education context, structure, and quality-assurance arrangements in TEDS-M countries. Amsterdam: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). 2013.
29. Jackson, C., Mohr-Schroeder, M., Cavalcanti, M. et al. Prospective mathematics teacher preparation: exploring the use of service learning as a field experience. *Fields Math Educ J* 3, 5; 2018. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40928-018-0010-5>
30. Jentsch A., Schlesinger L. Measuring instructional quality in mathematics education. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. fffhal-01949106f
31. Kunter, M., Baumert, J., Blum, W. Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Münster: Waxmann. 2011.
32. Leatham, K. R., & Peterson, B. E. Purposefully designing student teaching to focus on students' mathematical thinking. In J. W. Lott & J. Luebeck (Eds.), *AMTE Monograph, Vol. 7, Mathematics teaching: Putting research into practice at all levels*, 2010. pp. 225–239. Raleigh, NC: Association of Mathematics Teacher Educators.
33. Li, Y. Mathematics teacher preparation examined in an international context: learning from the Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M) and beyond. *ZDM*, 2012. 44(3), 367-370. DOI: 10.1007/s11858-012-0431-0
34. Losano L., de Costa Trindade Cyrino M.C. Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Professional Identity. In: *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World*. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham. 2017.

35. Mariotti M.A., Bartolini Bussi M.G., Boero P., Douek N., Pedemonte B., Sun X.H. The Italian Didactic Tradition. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_4)
36. Martin, W. G., Gobstein, H. Generating a networked improvement community to improve secondary mathematics teacher preparation: Network leadership, organization, and operation. *Journal of Teacher Education*, 2015. 66(5), 482–493. DOI: 10.1177/0022487115602312
37. Matos J.F., Powell A., Sztajn P., Ejersbø L., Hovermill J., Matos J. Mathematics Teachers' Professional Development: Processes of Learning in and from Practice. In: Even R., Ball D.L. (eds) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*. New ICMI Study Series, 2009. vol 11. Springer, Boston, MA
38. Mau, S. Letter from the editor: Better together? Considering paired-placements for student teaching. *School Science and Mathematics*, 2013. 113(2), 53–55.
39. Measuring the mathematical quality of instruction. *J Math Teacher Educ* 14, 25–47. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9140-1>
40. Meinck, S., Rodriguez, M. Considerations for correlation analysis using clustered data: working with the teacher education and development study in mathematics (TEDS-M) and other international studies. *Large-Scale Assessments In Education*, 2013. 1(1). DOI: 10.1186/2196-0739-1-7
41. Mykhailenko Liubov. Partnership of the pedagogical university and the school as a prerequisite for methodical development of mathematical teachers. *Modern technologies in the education system : monografie [ Text ]* / edited by Michał Ekkert and Iryna Ostopolets.- Wydawnictwo Wyższej Szkoły Technicznej Katowice. -2019. – pp. 166-77
42. Novotná J. et al. Professional Development Models for Whole Number Arithmetic in Primary Mathematics Teacher Education: A Cross-Cultural Overview. In: Bartolini Bussi M., Sun X. (eds) *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades*. New ICMI Study Series. Springer, Cham. 2018. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2_17)
43. Potari, D. Theoretical and methodological tools in designing and analysing mathematics teacher education practices. *Journal Of Mathematics Teacher Education*, 2019. 22(4), 327-330. DOI: 10.1007/s10857-019-09441-4
44. Potari, D., & da Ponte, J. Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge. ICME-13 Topical Surveys, 2016. 3-15. DOI: 10.1007/978-3-319-38965-3\_2

45. Prediger, S., Roesken-Winter, B. & Leuders, T. *J Math Teacher Educ.* 2019. 22: 407. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3>
46. Rønning F. Didactics of Mathematics as a Research Field in Scandinavia. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_6)
47. Schwarz, B., Kaiser, G. The Professional Development of Mathematics Teachers. *ICME-13 Monographs*, 2019. 325-343. DOI: 10.1007/978-3-030-15636-7\_15
48. Shulman, L. Those who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Journal Of Education*, 2013.193(3), 1-11. DOI: 10.1177/002205741319300302
49. Sträßer R. The German Speaking Didactic Tradition. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham, 2019. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-05514-1_5)
50. Strutchens M.E. Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Field Experiences. In: *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World. ICME-13 Topical Surveys.* Springer, Cham. 2017. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_5)
51. Tatto, M., Peck, R., Schwille, J., Bankov, K., Senk, S., & Rodriguez, M. et al. Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. [Place of publication not identified]: Distributed by ERIC Clearinghouse. 2012.
52. Tatto, M., Schwille, J., Senk, S., Ingvarson, L., Peck, R., Rowley, G. *Teacher education and development study in mathematics (TEDS-M).* Amsterdam, The Netherlands: IEA. 2008.
53. Thurm, D., Barzel, B. Effects of a professional development program for teaching mathematics with technology on teachers' beliefs, self-efficacy and practices. *ZDM Mathematics Education.* 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01158-6>
54. Trouche L. Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In: *Tools and Mathematics. Mathematics Education Library*, vol 110. Springer, Cham, 2016. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-319-02396-0_10)
55. Van den Heuvel-Panhuizen M. Didactics of Mathematics in the Netherlands. In: Blum W., Artigue M., Mariotti M., Sträßer R., Van den Heuvel-Panhuizen M. (eds) *European Traditions in Didactics of Mathematics. ICME-13*

### **1. Інформаційні ресурси**

1. Association of Teachers of Mathematics - ATM. Association of Teachers of Mathematics - ATM. URL: <https://www.atm.org.uk/>
2. DZLM. URL: <https://www.dzlm.de/>
3. European Society for Research in Mathematics Education. URL: <http://erme.site/>
4. ICMI | International Mathematical Union (IMU). Home | International Mathematical Union (IMU). URL: <https://www.mathunion.org/icmi>



Підписано до друку 14.03.2024.  
Формат 60x84/16. Папір офсетний. Друк цифровий.  
Друк. арк. 13,5. Умов. друк. арк. 12,55. Обл.-вид. арк. 10,2.  
Наклад 300 прим. Зам. № 1869/1.

Віддруковано ФОП Корзун Д.Ю. з оригіналів замовника.  
Свідоцтво про державну реєстрацію фізичної особи-підприємця  
серія В02 № 818191 від 31.07.2002 р.

Видавець ТОВ «ТВОРИ».  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів  
видавничої продукції серія ДК № 6188 від 18.05.2018 р.  
21034, м. Вінниця, вул. Немирівське шосе, 62а.  
Тел.: 0 (800) 33-00-90, (096) 97-30-934, (093) 89-13-852, (098) 46-98-043.  
e-mail: [info@tvoru.com.ua](mailto:info@tvoru.com.ua)  
<http://www.tvoru.com.ua>