

Інна Танасійчук

ЗАДАЧІ НА ПРОСТОРОВІ ФІГУРИ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Анотація. У статті досліджено методичну цінність задач на просторові фігури як інструменту розвитку геометричної компетентності учнів. Особливу увагу приділено задачі про призму, вписану в циліндр, яка розвиває просторове мислення, моделювання та аналіз зв'язків між геометричними елементами.

Ключові слова: геометрична компетентність, просторові фігури, призма, циліндр, вписані тіла, просторове мислення, задачі з геометрії, стереометрії.

Вступ. У контексті реформування освітнього процесу сьогодення, мета якого – всебічний розвиток особистості, особливої ваги набуває поняття компетентності. Серед ключових компетентностей, визначених Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти, помітне місце відводиться математичній компетентності, складовою якої є геометрична. Розвиток просторового мислення є ключовим елементом геометричної компетентності, оскільки стимулює логічне, аналітичне та образне мислення, важливе як у навчанні, так і в повсякденному житті.

Геометрія має формувати не лише обчислювальні навички, а й здатність моделювати, аналізувати та застосовувати знання на практиці. Особливе значення мають задачі зі стереометрії, що допомагають учням перейти від двовимірного до тривимірного мислення. Зокрема, задачі про вписані тіла ефективно розвивають математичні здібності та просторове уявлення, що сприяє розумінню взаємозв'язків фігур та їхнього розташування.

Мета статті дослідити методичну цінність задачі про призму, вписану в циліндр, як ефективного засобу розвитку геометричної компетентності учнів.

Виклад основного матеріалу. Розуміння сутності та компонентів геометричної компетентності є ключовим для ефективної організації навчальної діяльності, спрямованої на якісну підготовку учнів до успішної життєдіяльності. Геометрична компетентність — це цілісна здатність учня

використовувати геометричні знання, навички та уявлення для вирішення навчальних та практичних завдань, а також обґрунтування своїх міркувань.

Геометрична компетентність – це значно більше, ніж просте заучування формул; вона потребує візуалізації, вміння мислити просторово та логічно, а також навички використання геометричних підходів для розв'язання проблем. Йдеться про активне вивчення геометричних об'єктів. [5,7]

Як відзначає І.В. Сафонова, для формування математичних компетентностей потрібні: здатність творчо мислити, послідовно міркувати та презентувати свої ідеї; вміти працювати в команді (визначати пріоритети, планувати результати і нести відповідальність за їх реалізацію); ефективно застосовувати знання в реальному житті [8].

Просторове та логічне мислення є її базою, надаючи можливість уявляти 3D-об'єкти та робити логічні висновки. Ці вміння взаємно розвиваються та збагачуються.

Задачі мають визначальне значення в цьому процесі. Вони слугують не лише інструментом оцінки знань, але й потужним засобом навчання, що поглиблює розуміння геометричних концепцій та розвиває дослідницькі навички. Різноманітність задач, особливо тих, що мають практичне значення, заохочує всіх учнів та демонструє зв'язок геометрії з реальним життям [6]. Тому, методично обґрунтований підхід до відбору та застосування геометричних задач є ключем до успішного формування геометричної компетентності. Розглянемо методичну важливість задачі про призму, вписану у циліндр, на основі такої умови: «У циліндр з радіусом 5 см та площею осевого перерізу 40 см^2 вписано трикутну призму. Основа призми — прямокутний трикутник, катети якого перебувають у співвідношенні 3:4. Обчисліть об'єм призми.»

Зазначена задача є чудовим зразком поєднання знань з планіметрії та стереометрії, а також стимулює розвиток ключових складових геометричної компетентності школярів, зокрема просторового уявлення, здатності знаходити

взаємозв'язки між різними геометричними фігурами та використовувати теоретичні відомості для вирішення практичних завдань.

У даній задачі дано радіус циліндра ($R = 5$ см) та площу його осьового перерізу (40 см²). Осьовий переріз циліндра є прямокутником, сторонами якого є діаметр основи ($2R$) та висота циліндра (H), як і зображено на рис. 1. Отже, площа осьового перерізу дорівнює $2R \cdot H$.

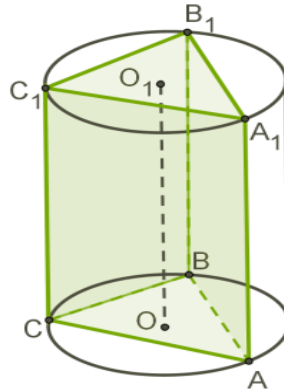


Рисунок 1 – Малюнок до задачі

Використовуючи надані дані, ми можемо знайти висоту циліндра:

$$40 = 2 \cdot 5 \cdot H; 40 = 10 \cdot H; H = 4 \text{ см.}$$

Таким чином, висота циліндра, а отже, і висота призми, становить 4 см.

Далі необхідно визначити розміри основи призми – прямокутного трикутника. Відомо, що його катети відносяться як 3:4. Позначимо довжини катетів як $3x$ і $4x$. Оскільки гіпотенуза прямокутного трикутника є діаметром основи циліндра, її довжина становить $2R = 2 \cdot 5 = 10$ см.

За теоремою Піфагора для прямокутного трикутника маємо:

$$(3x)^2 + (4x)^2 = 10^2; 9x^2 + 16x^2 = 100; 25x^2 = 100; x^2 = 4; x = 2 \text{ см.}$$

Отже, довжини катетів прямокутного трикутника становлять $3 \cdot 2 = 6$ см і $4 \cdot 2 = 8$ см. Об'єм призми визначається за формулою: $V = S_{\text{осн}} \cdot H$, (1)

де $S_{\text{осн}}$ – площа основи призми, а H – її висота. В основі призми лежить прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см. Площа прямокутного трикутника дорівнює половині добутку його катетів: $S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ см².

Висота призми, як ми вже визначили, становить $H=4$ см. Тому об'єм призми дорівнює: $V = 24 \cdot 4 = 96 \text{ см}^3$.

Розв'язання задачі про призму, вписану в циліндр, вимагає глибокого розуміння властивостей геометричних фігур, таких як циліндр, призма та прямокутний трикутник, а також застосування теореми Піфагора, формул для площ і об'ємів. Крім того, учні повинні вміти складати та розв'язувати рівняння, що інтегрує знання з геометрії та алгебри. Така задача не тільки розширює математичний світогляд, а й допомагає розвивати просторове мислення, навчаючи уявляти взаємне розташування об'ємних фігур та аналізувати їхні зв'язки.

Однією з її ключових переваг є можливість показати учням зв'язок між різними математичними розділами, що допомагає їм глибше зрозуміти принципи моделювання та властивості вписаних фігур. Вони отримують досвід аналізу геометричних залежностей, зокрема того, як параметри циліндра та призми взаємопов'язані. Водночас учні часто стикаються з труднощами, наприклад, хибним трактуванням поняття «вписана призма», складнощами у візуалізації просторових об'єктів або неправильним застосуванням теореми Піфагора.

Для подолання цих проблем важливо використовувати наочні матеріали, креслення, поетапне розв'язування задачі з поясненнями та групові обговорення. Крім того, навчальний процес стає ефективнішим, коли школярі активно залучаються до розумового пошуку, аналізують умови, досліджують варіанти розв'язку та обговорюють ключові взаємозв'язки між геометричними елементами. Це сприяє глибшому розумінню матеріалу та розвитку важливих математичних навичок, які можуть бути корисними не лише в навчанні, а й у реальних практичних сферах, таких як інженерія та архітектура.

Такий підхід дозволяє не просто розв'язати задачу, а й стимулює розвиток критичного мислення, аналізу та здатності аргументувати власні рішення, що є важливими складовими математичної компетентності.

Висновки. Формування геометричної компетентності й просторового мислення - ключові цілі нинішньої математичної освіти. Завдання з просторовими фігурами продуктивно розвивають уяву, візуалізацію та інтегрують знання з різних математичних галузей. Методично виважене використання задач на просторові фігури є значущим інструментом для розвитку геометричної компетентності, просторового та логічного мислення, а також готує учнів до використання математичних знань у реальності.

Список використаних джерел:

1. Боровльов А. П., Ленчук І. Г. Аналіз у розв'язуванні задач на побудову. Київ : Вища школа, 2002. 191 с.
2. Про затвердження Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти : Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листоп. 2011 р. № 1392. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-p> (дата звернення: 31.05.2025).
3. Жовнір Я. М. Позиційні задачі в стереометрії. Київ : Освіта, 1991. 95 с.
4. Зінченко І. М. Формування математичної компетентності учнів основної школи в процесі розв'язування задач економічного змісту : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Кіровоград, 2017. 245 с.
5. Наконечна Л. Й., Святецька Н. Компетентнісний підхід до діагностики навчальних досягнень учнів основної школи з математики. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців* : зб. наук. пр. Вінниця : ТОВ фірма «Планер», 2018. Вип. 52. С. 323–325.
6. Наконечна Л. Й. Система задач як засіб розвитку пізнавальної самостійності майбутніх учителів математики. *Науковий вісник Південноукраїнського державного педагогічного університету ім. К.Д. Ушинського*. 2008. № 6–7. С. 184–188.
7. Раков С. А. Математична компетентність як ключова компетентність сучасної людини. *Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти*. 2010. Вип. 6, ч. 2. С. 135–139.
8. Сафонова І. Я. Математична компетентність як предмет фахової підготовки майбутніх учителів математики. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2015. Вип. 137. С. 397–403.

PROBLEMS ON SPATIAL FIGURES AS A MEANS OF DEVELOPING STUDENTS' GEOMETRIC COMPETENCE

Abstract. *This article investigates the methodological value of problems involving spatial figures as a tool for developing students' geometric competence. Special attention is given to the problem of a prism inscribed in a cylinder, which fosters the development of spatial thinking, modeling, and the analysis of relationships between geometric elements.*

Keywords: *geometric competence, spatial figures, prism, cylinder, inscribed solids, spatial thinking, geometry problems, stereometry. article examines the problem of forming financial literacy of high school students.*

Науковий керівник: Людмила Наконечна, канд. пед. наук, доцент.