

Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського
Факультет мистецтв і художньо-освітніх технологій
Кафедра образотворчого, декоративного мистецтва,
технологій та безпеки життєдіяльності

С. В. Подолянчук

ОПР МАТЕРІАЛІВ.
ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВИЗНАЧЕННЯ

Навчальний посібник

Вінниця-2024

УДК 620.17(075.8)

DOI: [https://doi.org/10.31652/620.17\(075.8\)-1-30](https://doi.org/10.31652/620.17(075.8)-1-30)

П44

Рецензенти:

Марущак О. В., кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри декоративного, образотворчого мистецтва, технологій та безпеки життєдіяльності Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

Іванчук А. В., кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри декоративного, образотворчого мистецтва, технологій та безпеки життєдіяльності Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

Рекомендовано вченою радою факультету мистецтв і художньо-освітніх технологій Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського (протокол №3 від 09 жовтня 2024 року)

Подолянчук С.В.

П44 Опір матеріалів. Основні поняття і визначення : навчальний посібник. Вінниця: ВДПУ, 2024. 30 с.

Навчальний посібник містить основні положення науки про опір матеріалів. Розглянуті поняття міцності, жорсткості, стійкості, деформації, переміщення, напруження, основних гіпотез і припущень, видів конструктивних елементів. Висвітлені питання використання методу перерізів та різних видів розрахунків, побудови епюр внутрішніх силових факторів.

Рекомендується для здобувачів вищої освіти спеціальності 014.10. Середня освіта (Технології).

ПЕРЕДМОВА

Сучасний етап розвитку освітньої галузі в Україні висуває нові вимоги до рівня фахової підготовки педагогічних працівників. Навчальні заклади бажають отримувати всебічно підготовлених фахівців, здатних до творчої реалізації власного науково–педагогічного потенціалу та забезпечення належного рівня підготовки учнівської та студентської молоді.

Розв'язання такого важливого завдання вимагає від спеціалістів опанувати широкі кола питань, що розглядаються професійно-орієнтованими дисциплінами. Для більшості таких дисциплін курс «Опір матеріалів» є важливою теоретичною основою, знання якої розкриває широкі перспективи для професійного вдосконалення. Разом з широким колом теоретичних питань «Опір матеріалів» розв'язує чимало складних завдань розрахункового характеру. При цьому використовуються теоретичні та емпіричні залежності та довідкові дані, що значно підвищує достовірність отриманих результатів.

Питання міцності, жорсткості й стійкості, що розглядаються в курсі «Опір матеріалів», є дуже важливими для майбутніх педагогічних працівників відповідної кваліфікації. Ознайомлення з основами розрахунків деталей механізмів, машин, елементів конструкції та споруд дає змогу розширити технічний світогляд учнів закладів середньої освіти та підвищити рівень професійної підготовки учнів професійно–технічних навчальних закладів.

1.1. Предмет, зміст і завдання курсу

Сучасні машини, механізми, конструкції, що широко використовуються людиною в процесі своєї практичної діяльності, повинні задовольняти цілому ряду вимог. Вони мають бути надійними, економічними, продуктивними, безпечними та мати естетичний вигляд. Проте вимога надійності в більшості випадків суперечить необхідності забезпечення економічності конструкції: надійність вимагає збільшення розмірів, а економічність – мінімальної металоємності, а отже і собівартості продукції. Розв'язання цього протиріччя здійснюється за допомогою науки про опір матеріалів.

Опір матеріалів – це наука про інженерні методи розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість деталей машин, механізмів, елементів конструкції та споруд.

Під **міцністю** розуміють здатність деталей машин, механізмів, елементів конструкцій та споруд чинити опір дії зовнішніх сил не руйнуючись. Виконання умови міцності є одним з основних завдань не лише опору матеріалів, але й широкого кола інших технічних дисциплін. Причина полягає в тому, що втрата міцності (фактично, це означає руйнування матеріалу), в більшості випадків призводить до створення різноманітних аварійних ситуацій. Це своєю чергою не лише виводить з ладу механізм, вузол, агрегат, машину чи конструкцію, а часто створює реальну загрозу життєдіяльності працівників.

Проте міцність окремих елементів машин чи конструкцій ще не гарантує їх надійність в цілому. Внаслідок дії зовнішніх сил окремі деталі можуть настільки деформуватись, що подальше функціонування механізму, машини чи експлуатація конструкції стає неможливою. Прикладом такої ситуації може бути виникнення перекосів, заклинювань тощо, які ускладнюють, а часто й унеможливають нормальну роботу машини. Тому в багатьох випадках, крім розрахунків на міцність, здійснюють ще й розрахунки на жорсткість.

Під **жорсткістю** розуміють здатність деталей машин, механізмів, елементів конструкцій та споруд чинити опір дії зовнішніх сил з погляду деформації, тобто допустимих змін розмірів та форми тіла. На практиці це означає, що при заданих навантаженнях деформації не повинні перевищувати певного значення, яке встановлюється в процесі конструювання механізмів чи машин.

Деякі деталі чи елементи конструкцій мають особливу форму. Внаслідок цього вони втрачають рівновагу під дією сил, що набагато менші від отриманих з традиційних розрахунків на міцність і жорсткість. При цьому процес руйнування відбувається дуже швидко, що також призводить до виникнення аварійних ситуацій. В таких

випадках здійснюється розрахунок на стійкість.

Під **стійкістю** розуміють здатність конструкції або її елементів зберігати певне початкове положення пружної рівноваги під дією зовнішніх сил.

Змістовною частиною курсу «Опір матеріалів» є:

- основні теоретичні питання, зокрема, основні положення дисципліни, геометричні характеристики плоских перерізів, основи теорії напруженого стану, теорії міцності тощо:

- теоретичні закономірності та особливості розрахунків деталей машин, механізмів, елементів конструкції та споруд у випадку простого опору, зокрема, розтягання (стискання), зсуву (зрїзу), зминання, кручення, згинання;

- широке коло спеціальних питань, пов'язаних, зокрема, зі складним опором, стійкістю стиснених стержнів, міцністю при динамічних і змінних навантаженнях, розрахунками на витривалість тощо.

Таким чином, **основне завдання опору матеріалів** зводиться до розрахунку (підбору) оптимальної форми й розмірів деталей машин, механізмів, елементів конструкції та споруд з урахуванням властивостей матеріалів та величини і характеру дії зовнішніх сил.

1.2. Короткі історичні відомості. Зв'язок з іншими дисциплінами

Як складова частина технічних дисциплін наука про опір матеріалів почала розвиватись досить давно. Її початки можна побачити вже у працях *Леонардо да Вінчі* (1452-1519). На епоху Відродження, крім розквіту мистецтва, припадає бурхливий розвиток мореплавства, техніки, торгівлі, промисловості, військової справи тощо. Зрозуміло, що такий розвиток супроводжувався необхідністю розв'язання цілого ряду технічних проблем. Зокрема, збільшення тоннажу суден. Виявилось, що просте збільшення розмірів елементів конструкцій не давало бажаних результатів. Перед інженерами та будівельниками того часу постало складне завдання – шляхом проведення розрахунків навчитися оцінювати міцність окремих елементів та конструкції в цілому з залежності від їх розмірів, величини й характеру зовнішніх навантажень.

Значною мірою подібне завдання вдалося розв'язати професору математики з італійського міста Падуї *Галілео Галілею* (1564-1642). Зокрема, йому вдалося встановити залежність між розмірами балок і тими зусиллями, які вони можуть витримати. Сам вчений відзначав, що отримані ним результати можуть принести велику користь при побудові великих суден, а особливо при укріпленні палуб і перекриттів, оскільки у спорудах цього типу легкість має велике значення.

Свої дослідження Галілей узагальнив у книзі «Бесіди й математичні доведення, що відносяться до двох нових галузей науки – механіки та місцевого руху», яка була опублікована в Голландії в 1638 р. Появу цього трактату більшість вчених вважає першою науковою працею, в якій розглядалися питання, пов'язані з наукою про опір матеріалів. Тому сам Галілео Галілей вважається її засновником.

В 1678 р. англійський вчений *Роберт Гук* (1635-1703) встановив закон деформації пружних тіл, який дозволяв за певних умов навантаження визначати деякі міцносні та деформаційні характеристики матеріалів. Цей закон і на сьогодні є одним з основних у теорії опору матеріалів.

Подальший розвиток науки про опір матеріалів йшов паралельно з бурхливим розвитком техніки та інтенсивними дослідженнями в галузі природничо-математичних наук. Тому проблемам міцності, жорсткості та стійкості було присвячено чимало робіт математиків, фізиків, інженерів. Великий внесок в розвиток науки про опір матеріалів зробили такі видатні вчені, як Д. Бернуллі, А. Кастільяно, О. Коші, Ш. Кулон, Д. Максвелл, К. Мор, С. Пуассон, Л. Ейлер, Б. Сен-Венан та інші.

В наш час наука про опір матеріалів продовжує інтенсивно розвиватись: проводяться експериментальні дослідження, з'являються нові теорії, що мають широке практичне застосування. Помітний внесок в розвиток науки про опір матеріалів зробили українські вчені – академік Писаренко Г. С., професори Квітка А. Л., Уманський Е. С., Огородніков В. А.

Курс «Опір матеріалів» відноситься до фундаментальних загальнотехнічних дисциплін, оскільки він базується як на теоретичних положеннях, так і на численних даних експериментальних досліджень. Його теоретичною основою є математика, фізика і частково, теоретична механіка, а експериментальною – фізика та матеріалознавство. Своєю чергою закономірності опору матеріалів використовується для проведення практичних розрахунків в будівництві та машинобудуванні. Без знання курсу «Опір матеріалів» неможливо обійтися при вивченні таких дисциплін, як «Деталі машин», «Металорізальні верстати та інструменти» та багатьох інших.

1.3. Основні гіпотези науки про опір матеріалів. Види конструктивних елементів

Як наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість «Опір матеріалів» використовує цілий рід гіпотез і припущень. Вони дозволяють до певної міри абстрагуватись від численних другорядних (з погляду проведення практичних розрахунків) факторів, дозволяючи в той же час отримувати достовірні результати.

В опорі матеріалів загальноприйнятими є такі гіпотези:

1. Гіпотеза неперервності матеріалу. Вважається, що матеріал повністю і рівномірно заповнює весь об'єм тіла без будь-яких тріщин, раковин тощо. Це припущення є цілком виправданим з практичного погляду, оскільки розміри реальних деталей значно перевищують міжатомні відстані та можливі дефекти кристалічної ґратки. Тому фізико-механічні властивості матеріалів практично не залежать від величини об'єму тіла.

2. Гіпотеза однорідності та ізотропності матеріалу. Вважається, що матеріал є однорідним, тобто має однакові фізико-механічні властивості у будь-якій частині тіла, та ізотропним, тобто таким, фізико-механічні властивості якого не залежать від вибраного напрямку. Безумовно, окремо взятий елемент таким вимогам не відповідає, проте їх велика кількість і хаотичне розташування в реальних матеріалах дозволяє використовувати гіпотезу у переважній більшості випадків. Водночас, припущення про ізотропію інколи є неприйнятним, наприклад, для дерева, яке вважається типовим анізотропним матеріалом і має різні властивості вздовж і впоперек волокон.

3. Гіпотеза малості та лінійності деформацій. Вважається, що зміщення частин, ліній чи перерізів тіла в елементах конструкцій малі в порівнянні з розмірами цих елементів і що ці зміщення прямо пропорційні значенню внутрішніх сил (справджується закон Гука). Слід зазначити, що інколи від такого припущення доводиться відступати, особливо у випадках роботи матеріалу в зонах деформацій, в яких закон Гука не справджується.

4. Гіпотеза ідеальної пружності матеріалу. Вважається, що всі тіла є абсолютно пружними, тобто мають властивість повністю відновлювати свою форму і розміри після припинення дії зовнішніх сил. Ті незначні відхилення від ідеальної пружності, які завжди мають місце при навантаженні реальних тіл до певних меж деформування при розрахунках, як правило, не враховуються.

5. Гіпотеза (принцип) суперпозиції. Вважається, що з відповідними величинами (внутрішніми силами, напруженнями,

деформаціями) від дії кількох однорідних факторів дозволяється здійснювати елементарні арифметичні операції (додавання чи віднімання). Це дає змогу розв'язувати задачі складного опору, тобто дії на тіло декількох різних за своїм характером силових факторів.

Використання зазначених гіпотез, що носять загальний для всієї дисципліни характер, суттєво спрощує проведення розрахунків і водночас дозволяє отримати результати, які добре узгоджуються з експериментальними чи практичними даними.

В процесі проведення практичних розрахунків доводиться мати справу з деталями машин, механізмів, елементами конструкцій чи споруд різних розмірів і форм. Проте таку різноманітність видів конструкцій певних елементів, що використовуються в машинах чи спорудах, можна звести до порівняно невеликої кількості типів. В загальному вигляді в опорі матеріалів розрізняють чотири основних типи тіл.

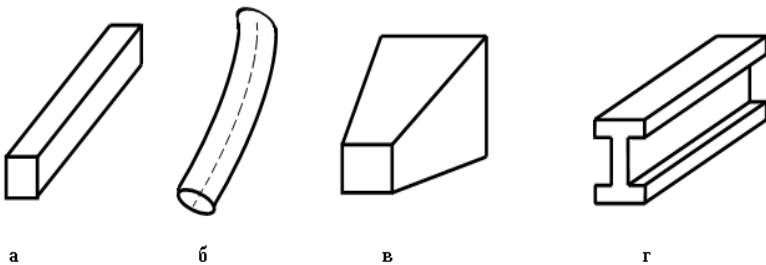


Рис. 1.1.

1. **Стержень** або **брус** являє собою тіло, у якого один з розмірів, а саме довжини, набагато перевищує два інших. Прикладами брусів є вали, осі, балки, більшість труб тощо. Їх конструктивне виконання може бути найрізноманітнішим: прямолінійним (рис. 1.1, а), криволінійним (рис. 1.1, б), постійного (рис. 1.1, а, б) або змінного перерізу (рис. 1.1, в). Стержні, у яких товщина стінки набагато менша, ніж два інші розміри поперечного перерізу, вважають тонкостінними (рис. 1.1, г).

2. **Пластиною** вважають тіло, обмежене двома паралельними площинами, що знаходиться на невеликій відстані один від одної (рис. 1.2, а, б). У пластини один розмір (товщина) набагато менший за два інші.

3. **Оболонкою** називають тіло, обмежене двома криволінійними поверхнями, відстань між якими набагато менша за два інші розміри. З погляду геометрії оболонки являють собою викривлені пластини. Вони можуть бути циліндричні (рис. 1.2, в), конічні (рис. 1.2, г), або мати

неправильну геометричну форму (рис. 1.2, д). Прикладом оболонок можуть бути цистерни, баки, куполи будівель тощо.

4. **Масивним тілом (масивом)** вважається елемент конструкції, у якого всі три розміри одного порядку (рис. 1.3, а-в). До масивних тіл можна віднести фундаменти будівель, корпуси механізмів та машин тощо.

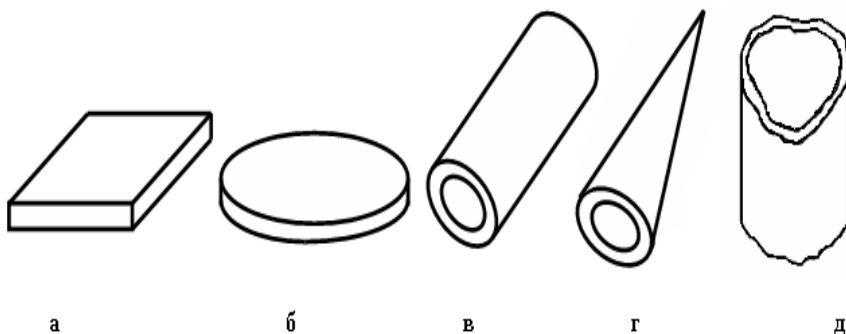


Рис. 1.2.

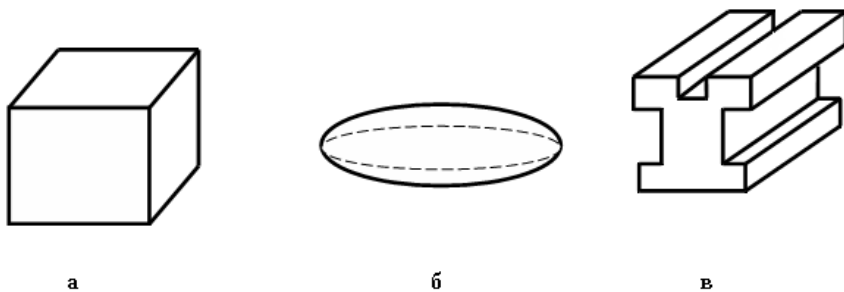


Рис. 1.3.

1.4. Поняття про деформований стан матеріалу та види деформацій

Під *деформацією* розуміють будь-яку зміну розмірів і початкової форми тіла, що виникає внаслідок дії на нього зовнішніх сил. Деформації можуть також виникати при зміні температури.

Якщо після припинення дії зовнішніх сил деформація повністю зникає, то вона вважається *пружною*. Деформація, що залишається після припинення дії зовнішніх сил, вважається *пластичною* або *залишковою*. Більшість встановлених в опори матеріалів залежностей стосуються, як правило, пружних деформацій.

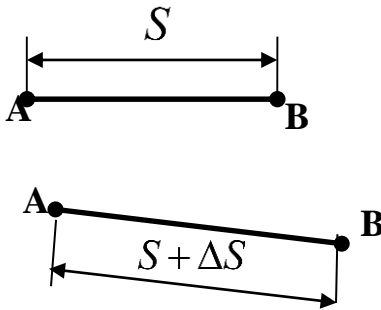


Рис. 1.4.

(рис. 1.4.), при цьому віддаль між точками A_1 і B_1 збільшилась на величину ΔS , то відношення

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta S}{S} \quad (1.1)$$

називається середньою відносно лінійною деформацією відрізка AB .

Якщо довжина відрізка AB збільшується, то величину ε_{cp} називають відносним подовженням, якщо довжина відрізка AB зменшується – то відносним укороченням. Зрозуміло, що відносні лінійні деформації в одній і тій же точці A будуть змінюватися з залежностей від вибраного напрямку.

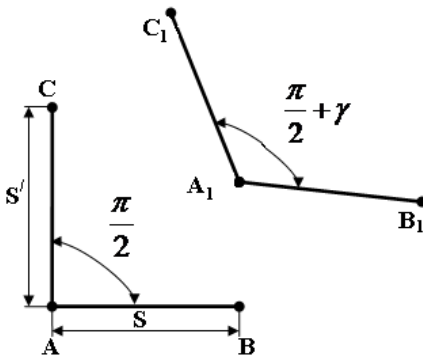


Рис. 1.5.

Про кутові деформації ведуть мову у випадку, якщо два перпендикулярні відрізки AB і AC після переміщення займуть положення A_1B_1 та A_1C_1 , а кут між ними зміниться на величину γ ($\angle BAC - \angle B_1A_1C_1$) (рис. 1.5). Зміну початкового прямого кута на величину γ у випадку його вимірювання в радіанах називають відносною кутовою деформацією в точці A . Очевидно, що значення відносних кутових деформацій в точці A , визначених в різних площинах, будуть відрізнятись один від одного.

В опорі матеріалів залежно від кількості та виду силових факторів, розрізняють такі основні **види деформацій**.

1. Розтягання або стискання (рис. 1.6, а): виникає тоді, коли зовнішні сили діють вздовж осі стержня. Такий вид деформацій спостерігається при експлуатації багатьох будівельних конструкцій, корпусних деталей, штоків, тросів тощо.

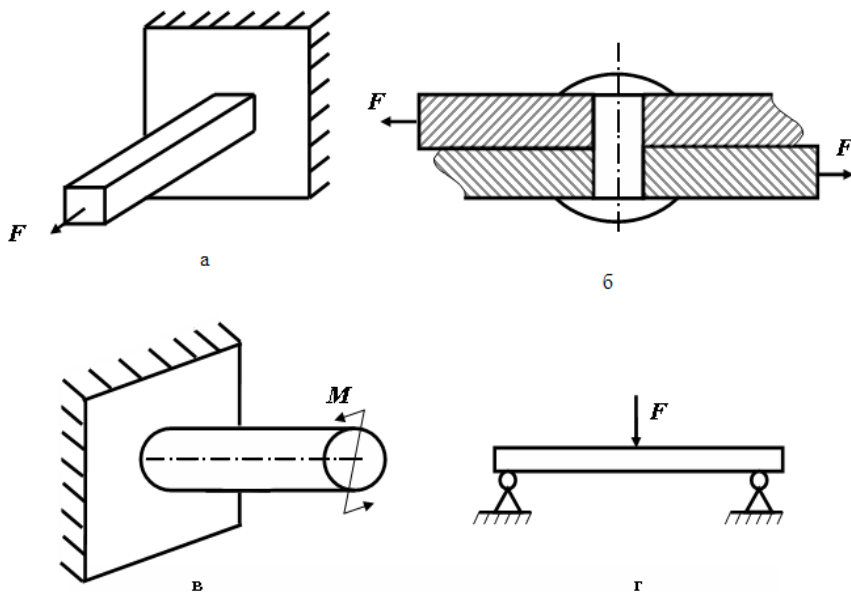


Рис. 1.6.

2. Зсув або зріз (рис. 1.6, б) виникає у випадку зміщення зовнішніми силами один відносно одного двох паралельних перерізів стержня при незмінній відстані між ними. На зсув або зріз працюють значна кількість заклепкових, зварних, болтових, більшість шпоночних і шліцевих з'єднань.

3. Кручення (рис. 1.6, в) виникає у випадку дії пари сил (моменту) у площині, що перпендикулярна до осі стержня. Цей вид

деформації супроводжується поворотом поперечних перерізів стержня один відносно одного навколо його осі. На кручення, в основному, працюють вали, шпинделі більшості верстатів (токарних, свердлильних, шліфувальних тощо) та багато інших деталей.

4. Згинання (рис. 1.6, г) виникає тоді, коли зовнішні сили (або пари сил) направлені перпендикулярно до осі бруса, що супроводжується зміною кривизни стержня. На згинання працюють чимало деталей, зокрема, осі залізничних вагонів, балки, важелі, зубці шестерень тощо.

Описані види деформацій часто вважають простими, оскільки вони обумовлені дією одного за своєю природою силового фактора. У випадку одночасного існування декількох таких видів мають місце складні деформації.

Знаючи характер навантаження, умови закріплення стержня та величину деформації в кожній точці тіла можна визначити переміщення довільної точки. Під **переміщенням** в опорі матеріалів розуміють відстань між початковим і кінцевим положенням вибраної точки чи поперечного перерізу, яке вони зайняли в результаті деформації. Подібні характеристики, як правило, визначають у випадку розрахунку складних конструкцій, при якому виникає потреба в узгодженості зміни геометричних розмірів кількох елементів конструкцій чи деталей машин.

1.5. Зовнішні та внутрішні сили

Силою називають взаємодію тіл або їх частин, в результаті якої виникає прискорення цих тіл або змінюється їх форма чи розміри (виникає деформація). В переважній більшості випадків в опорі матеріалів розглядаються саме ті сили, які викликають деформацію тіла. При цьому розрізняють **зовнішні та внутрішні сили**.

Зовнішніми називають сили взаємодії між елементами конструкції та пов'язаними з ними тіла.

Зовнішні сили класифікують за такими ознаками:

- величиною;
- напрямом дії;
- елементами поверхні тіла, на які передається дія;
- характером прикладання сил залежно від часу.

Основною одиницею вимірювання сили в міжнародній системі є ньютон (H), проте на практиці частіше використовують інші, пов'язані з ньютонном одиниці вимірювання, наприклад – кілоньютон (kH), меганьютон (MH). Іноді в розрахунках ще застосовують технічну систему, в якій силу можна виражати в кілограмах сили (kgc) або тонах сили (tc).

Напрямок дії сили в загальному випадку визначається залежно від прийнятої системи координат. Проте в опорі матеріалів більш важливим є те, яким чином діє зовнішня сила стосовно конкретного тіла: паралельно осі стержня, перпендикулярно осі стержня, під кутом до осі стержня тощо.

Залежно від елементів поверхні тіла, на які передається дія, сили можуть бути **зосередженими та розподіленими**.

Зосередженою називається сила, яка діє на елемент конструкції, площа якого незрівнянно мала в порівнянні з розмірами всього тіла і величиною якої можна знехтувати. В практичних розрахунках більшість зовнішніх сил вважають зосередженими: дія коліс автомобіля на елементи конструкції мосту, оброблюваної деталі – на різець, людини власною вагою – на підлогу тощо. Звичайно зосереджена сила позначається літерами F або P і в міжнародній системі виражається в ньютонках (H).

Розподіленими називають сили (навантаження), які прикладені до частини тіла, розміри якої порівнянні з площею всієї поверхні тіла. Такі сили можуть розподілятися по всій поверхні тіла або по одній з його частин, наприклад, тиск газу в балоні, тиск шару снігу на поверхню покрівлі, вітрове навантаження на скло автомобіля тощо.

Навантаження, що розподілене по деякій площі поверхні тіла (рис. 1.7, а), характеризується **інтенсивністю**. Інтенсивність

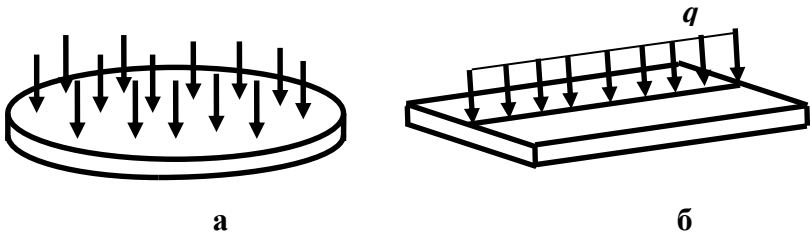


Рис. 1.7.

навантаження позначають, як правило, літерою p і виражають у паскалях ($1\text{Па} = 1\text{Н/м}^2$) або кратних йому одиницях (кПа , МПа , ГПа). На практиці часто зустрічаються випадки, коли навантаження розподілене по лінії (рис. 1.7, б). Інтенсивність такого лінійного навантаження позначається літерою q і виражається в Н/м , кН/м , МН/м .

В загальному випадку характер розподілу навантаження по довжині може бути довільним. Проведення розрахунків в таких випадках є достатньо складними. Значно їх спрощує ситуацію наявність рівномірно розподіленого навантаження, інтенсивність якого не залежить від довжини. Проте в будь-якому випадку розподілене навантаження при проведенні практичних розрахунків намагаються замінювати рівнодійною (зосередженою) силою.

Залежно від характеру прикладання сил у часі розрізняють *статичні та динамічні навантаження*. Навантаження вважається *статичним*, якщо сила порівняно повільно і плавно зростає від нуля до свого граничного значення, а далі залишається незмінною. При цьому прискоренням деформованих мас, а отже і силами інерції, як правило, нехтують.

Динамічні навантаження супроводжуються значними прискореннями, що робить обов'язковим врахування сил інерції. Їх поділяють на:

- миттєво прикладені: сила зростає від нуля до свого граничного значення за дуже малий проміжок часу, що відбувається, наприклад, при різкому початку руху автомобіля;
- ударні: тіло, через яке передається дія, має значну кінетичну енергію (обробка деталей ковкою);
- повторно-змінні: сили безперервно і періодично змінюються в часі (виникають у випадках циклічного руху деталей: різання механічною пилою, зворотно-поступальний рух штока поршня, коливання елементів конструкції тощо).

На практиці часто зустрічаються навантаження, які можуть бути

представлені у вигляді пари сил тобто *зосередженого моменту*. Він, як правило, позначається літерою M і виражається в $H \cdot m$ або кратних йому одиницях ($kH \cdot m$, $MH \cdot m$).

В загальному випадку дія зовнішніх сил спрямована на зміну розмірів і форми тіла. Цьому, перешкоджають сили взаємодії між атомами, молекулами, кристалами, які являють собою *внутрішні сили*. Вони намагаються зберегти тіло як єдине ціле, протидіючи будь-якій спробі зміни взаємного розташування його частин. Збільшення зовнішніх сил природно призводить до зростання сил внутрішніх.

Безумовно, внутрішні сили існують і у не навантаженому стані. Саме вони дозволяють тілу зберігати свою початкову форму і розміри. Знаходження величини цих сил є достатньо складним завданням, розв'язування якого виходить за межі курсу „Опору матеріалів”. Крім того, знаходження подібних чисельних знань практично не впливає ні на методику проведення розрахунків, ні на достовірність отриманих значень.

В опорі матеріалів внутрішні сили, що діють у тілі, яке перебуває в своєму природному (не навантаженому) стані, до уваги не беруть, тобто вважають, що внутрішні сили в не навантаженому стані відсутні (дорівнюють нулю). Під власне *внутрішніми силовими факторами* розуміють додаткові внутрішні зусилля, які виникають внаслідок навантаження тіла. Тому при проведенні практичних розрахунків використовують значення, яке дорівнює різниці відповідних величин в навантаженому і не навантаженому станах тіла.

1.6. Розрахункова схема. Види розрахунків

В реальних умовах навантаження на тіло діє звичайно декілька однотипних або різних за своїм характером зовнішніх силових факторів. Часто їх повне врахування призводить до суттєвого ускладнення розрахунків. В такому випадку використовують *розрахункові схеми*, які є певною мірою ідеалізацією реальних конструкцій, що враховують лише найголовніші елементи.

На рис. 1.8, а зображені реальні умови навантаження перекриття мосту вагою легкового автомобіля. Повне врахування всіх факторів вимагає знання не лише загальної ваги автомобіля, а й багатьох додат-

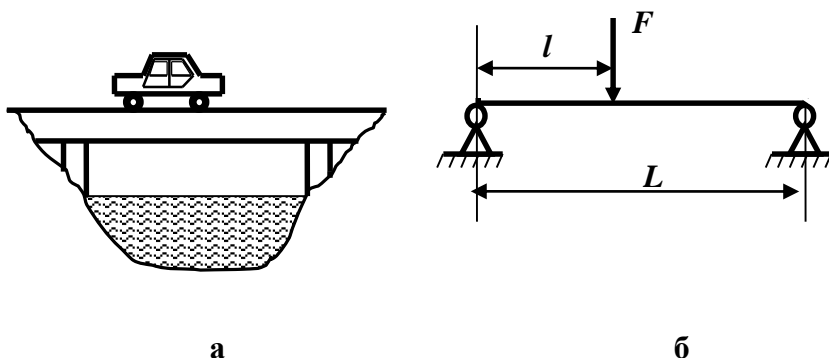


Рис. 1.8.

кових характеристик, зокрема, відстані та характеру розподілу ваги між колесами, розміщення автомобіля відносно центральної осі дорожнього покриття мосту, особливостей монтажу опор тощо. Проведення спрощень, які практично не впливають на точність отримання кінцевих результатів, дозволяє перейти до розрахункової схеми, зображеної на рис. 1.8, б. При цьому враховується лише загальна вага автомобіля F , довжина прольоту мосту L і відстань від однієї з опор до автомобіля l . Правильно вибрана розрахункова схема дозволяє значно підвищити ефективність розв'язування задач при збереженні достовірності отриманих результатів.

В опорі матеріалів використовуються такі *основні види розрахунків*:

1. проєктний;
2. перевірний;
3. визначення максимального навантаження.

Проєктний розрахунок використовується у випадку, коли відомі

схеми та величини навантаження і міцносні показники матеріалу деталі (елементу конструкції). Його метою є визначення основних геометричних характеристик цих деталей (елементів конструкцій), що в багатьох випадках є достатньою умовою їх подальшого надійного використання. Безумовно, що при створенні складних машин і механізмів проєктний розрахунок є лише початковим етапом процесу конструювання.

При використанні виготовленої деталі (з відомими розмірами та міцносними характеристиками матеріалу) в реальних умовах навантаження використовується перевірений розрахунок. Його завдання фактично зводиться до перевірки умов міцності та жорсткості тобто здатності конкретної деталі (елементу конструкції) виконувати своє функціональне призначення за відомих умов навантаження.

Визначення максимального навантаження проводиться для виготовлених механізмів (конструкцій) з відомими розмірами та міцносними характеристиками основних деталей (елементів), умови експлуатації яких можуть змінюватись. В цьому випадку визначають максимальне навантаження, яке може витримати механізм і вказують його як основну технічну характеристику (наприклад, вантажопідйомність для домкрата).

В опорі матеріалів використовують інші види розрахунків, наприклад, визначення довговічності (строку служби) деталі, елемента конструкції, механізму, машини, розрахунки при ударних навантаженнях, розрахунок пружних систем та інші.

Загалом подібні розрахунки в багатьох випадках використовують дані експериментальних досліджень (коефіцієнти, модулі, міцносні та геометричні характеристики тощо). Це означає, що дослідне визначення механічних характеристик матеріалу є важливим компонентом проведення більшості розрахунків.

1.7. Метод перерізів. Епюри внутрішніх силових факторів

В опорі матеріалів використовується чимало методів розрахунку деталей машин та елементів конструкцій на міцність, жорсткість і стійкість. Найбільш розповсюдженим і водночас найуніверсальнішим з них є *метод перерізів*. Розглянемо тіло, що

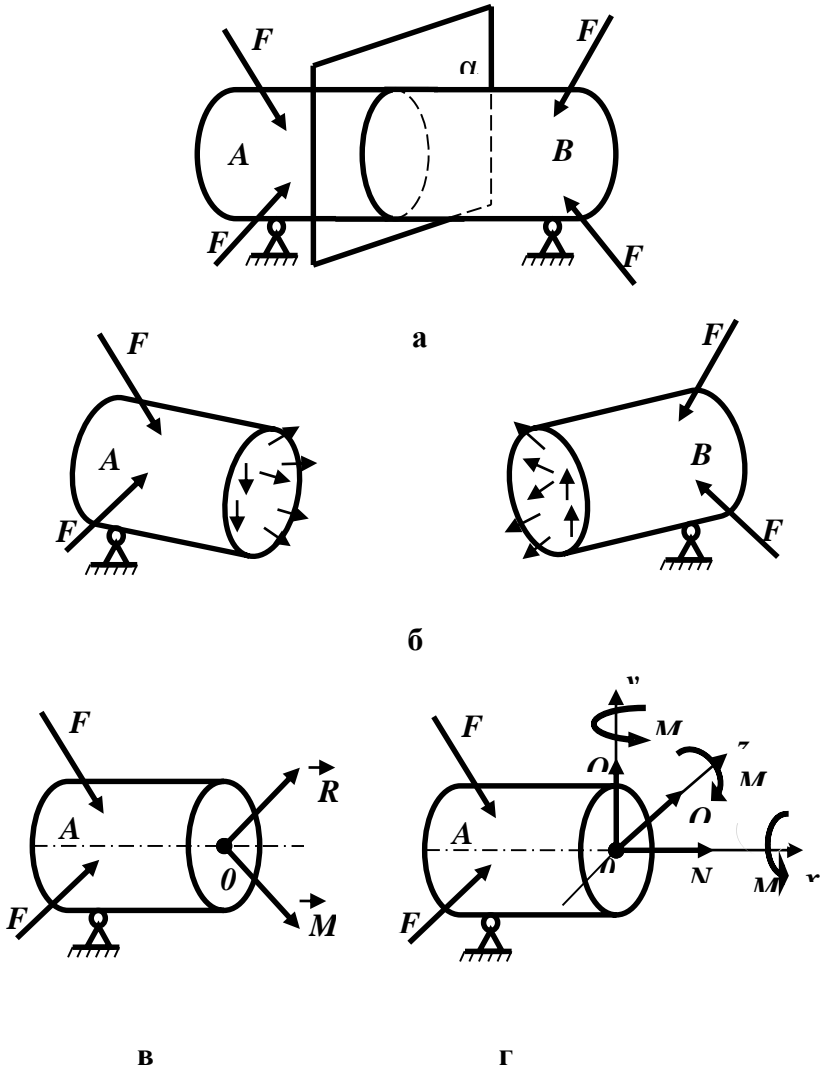


Рис. 1.9.

навантажене довільною системою врівноважених зовнішніх сил (рис. 1.9., а). У довільному місці перетнемо його поперечною площиною α і розглянемо взаємодію отриманих частин А і В.

Оскільки перетин тіла поперечною площиною не повинен порушувати основної умови рівноваги, необхідно дію однієї частини на іншу замінити врівноваженими внутрішніми силами. В цьому випадку кожна з відрізаних частин буде продовжувати знаходитись в стані рівноваги, а внутрішні сили згідно з гіпотезою неперервності матеріалу, будуть діяти в кожній точці перерізу, маючи при цьому певну величину і напрямок (рис. 1.9., б).

Використовуючи принцип суперпозиції дії сили, зведемо систему внутрішніх сил до рівнодійної в центрі ваги поперечного перерізу O . В результаті отримаємо головний вектор внутрішніх сил \vec{R} і головний момент внутрішніх сил \vec{M} (рис. 1.9., в).

Виберемо прямокутну систему координат $OXYZ$ таким чином, щоб її початок збігався із центром ваги поперечного перерізу, а вісь X була перпендикулярна до площини поперечного перерізу.

Спроекувавши головний вектор внутрішніх сил \vec{R} та головний момент внутрішніх сил \vec{M} на осі X, Y і Z отримаємо по 3 проєкції \vec{R} і \vec{M} (рис. 1.9., г). Ці проєкції (загалом шість) називаються **внутрішніми силовими факторами**. При цьому кожен з цих факторів спричинює появу певного виду деформацій та має свою назву та умовне позначення:

1. Проєкція головного вектора внутрішніх сил \vec{R} на вісь X називається *повздовжньою (нормальною, осьовою) силою* і позначається літерою N . Зусилля N викликає повздовжню деформацію бруса, що відбувається при розтяганні (стисканні).

2. Проєкції головного вектора внутрішніх сил \vec{R} на осі Y і Z називаються *поперечними силами* та позначаються відповідно Q_y і Q_z . Поперечні сили спричиняють зсув частин тіла в напрямках відповідних координатних осей.

3. Проєкція головного моменту внутрішніх сил \vec{M} на вісь X називається *крутним моментом* і позначається $M_{кр}$ або M_x . Природно, що дія крутного моменту викликає кручення бруса.

4. Проєкції головного моменту внутрішніх сил \vec{M} на осі Y і Z називаються *згинальними моментами* та позначаються відповідно M_y і M_z . Дія моментів M_y і M_z призводить до згинання бруса в площинах ZOX та YOX відповідно.

Оскільки кожна з відрізаних частин тіла перебуває в стані рівноваги, то стає можливим використання основних положень статyki.

В такому випадку їх суть зводиться до можливості прирівняти до нуля суму проєкцій всіх сил на будь-яку вісь та суму моментів відносно довільно вибраної точки. Використовуючи такий підхід, можна скласти необхідну кількість рівнянь статички, розв'язання яких дасть змогу визначити невідомі величини.

Таким чином, для практичної реалізації методу перерізів необхідно:

1. Розсікти тіло поперечною площиною, яка проходить через наперед визначену точку.
2. Умовно відкинути одну із частин тіла.
3. Дію відкинутої частини замінити внутрішніми силовими факторами.
4. Звести систему внутрішніх силових факторів до головного вектора внутрішніх сил та головного моменту внутрішніх сил.
5. Спроєктувати головний вектор внутрішніх сил та головний момент внутрішніх сил на координатні осі.
6. Скласти необхідні рівняння рівноваги та обчислити значення внутрішніх силових факторів.

При правильному використанні методу перерізів, значення внутрішніх силових факторів можна визначити практично в будь-якому перерізі. Отримані в різних точках значення можуть відрізнятися один від одного. Тому будують спеціальні графіки (епюри).

Епюрою називають спеціальний графік (діаграму), який характеризує зміну величини внутрішнього силового чи геометричного фактора, при переході від одного поперечного перерізу до іншого. Вигляд епюри залежить від багатьох чинників: виду і величини навантаження, розмірів і форми тіла, розрахункової схеми тощо, проте при її побудові з метою уніфікації слід дотримуватись ряду правил.

1. Вісь (базу) епюри проводять паралельно осі бруса (в окремих випадках ці дві осі можуть збігатись).
2. Величини внутрішніх силових (геометричних) факторів (ординати епюри) відкладають перпендикулярно до осі епюри.
3. Лінії штрихування повинні бути перпендикулярні до осі епюри.
4. Всі силові (геометричні) фактори відкладають в масштабі. При побудові декількох епюр єдиний масштаб не вводиться.
5. Значення величин внутрішніх силових (геометричних) факторів епюр (ординат) проставляють в околі відповідних точок.
6. Безпосередньо у полі епюри в кружку вказують знак силового (геометричного) фактору.
7. Поза межами епюри в кружку позначається символ силового (геометричного) фактору та одиницю вимірювання (за її

наявності).

В більшості випадків метою побудови епюр є визначення тих точок (поперечних перерізів, ділянок), де значення того чи іншого фактору досягає максимального (небезпечного) значення з подальшим проведенням відповідних розрахунків.

1.8. Напруження

Розглянемо поперечний переріз бруса, що утворився внаслідок його перетину у визначеній точці поперечною площиною (рис. 1.10.). Виділимо на поперечному перерізі нескінченно малий елемент площі dA . Будемо вважати, що внаслідок малості такого елемента внутрішні

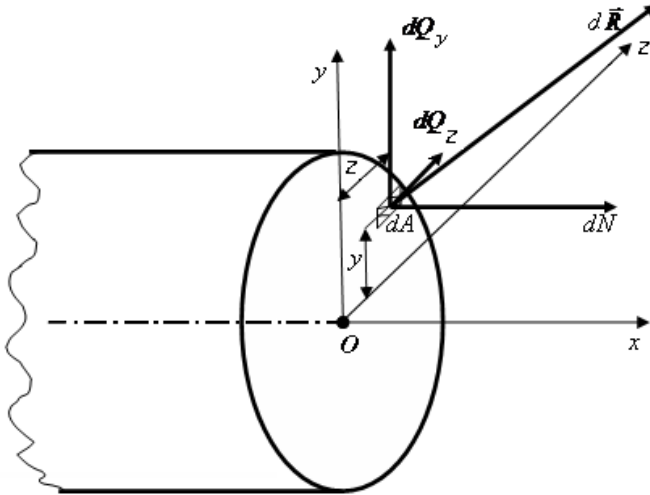


Рис. 1. 10.

зусилля в різних його точках будуть однакові як за величиною, так і за напрямом.

Зведемо систему внутрішніх силових факторів до головного вектора внутрішніх сил $d\vec{R}$. При цьому внаслідок малості елемента площі dA головний момент внутрішніх сил буде дорівнювати нулю. Спроектувавши головний вектор внутрішніх сил на координатні осі, отримаємо елементарні зусилля позаддовжньої сили dN , dQ_y і dQ_z .

Напруженням будемо вважати величину внутрішньої сили, віднесеної до одиниці площі у вибраній точці поперечного перерізу. Базовою одиницею вимірювання напруження є Па ($\text{Н}/\text{м}^2$). Проте 1Па для технічних розрахунків є занадто малою величиною, тому в опорі матеріалів для визначення напруження найчастіше використовують МПа ($1\text{МПа} = 10^6 \text{Па}$).

Слід також пам'ятати, що напруження відрізняється від тиску (який вимірюється в тих же одиницях) тим, що воно певною мірою

характеризує дію внутрішніх силових факторів, а тиск – зовнішніх сил. Враховуючи характер і напрямок дії внутрішніх силових факторів, в опорі матеріалів розрізняють:

– повне напруження \vec{p} , яке визначається за формулою

$$\vec{p} = \frac{d\vec{R}}{dA} \quad (1.2)$$

– нормальне напруження

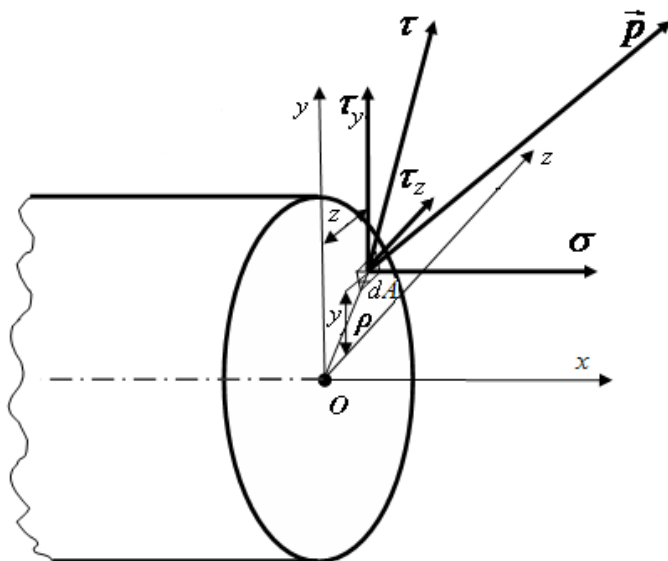


Рис. 1. 11.

$$\sigma = \frac{dN}{dA} \quad (1.3)$$

– дотичні напруження відносно осі Y (τ_y) і відносно осі Z (τ_z), які визначаються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \tau_y &= \frac{dQ_y}{dA} \\ \tau_z &= \frac{dQ_z}{dA} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

При цьому напрямок того чи іншого напруження збігається з напрямом відповідного силового фактора. Наприклад, нормальне напруження, як і повздовжня сила, діє перпендикулярно до площини поперечного перерізу, а дотичні напруження, як і поперечні сили, – в площині поперечного перерізу (рис. 1.11).

Використовуючи закономірності векторного аналізу, можна знайти взаємозв'язок як між дотичними напруженнями, визначивши величину повного дотичного напруження за формулою

$$\tau = \sqrt{\tau_y^2 + \tau_z^2} \quad (1.5),$$

так і між усіма видами напружень (повним, нормальним, дотичним) за формулою:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2} \quad (1.6)$$

У практичних розрахунках часто ставиться завдання знаходження внутрішніх силових факторів при відомих значеннях напружень і площ поперечних перерізів. Тому, переписавши формули (1.3) і (1.4) в дещо іншому викладі, отримаємо

$$dN = \sigma dA \quad (1.7)$$

$$dQ_y = \tau_y dA \quad (1.8)$$

$$dQ_z = \tau_z dA \quad (1.9)$$

Проінтегрувавши (1.7), (1.8), (1.9) отримаємо

$$N = \int_A \sigma dA \quad (1.10)$$

$$Q_y = \int_A \tau_y dA \quad (1.11)$$

$$Q_z = \int_A \tau_z dA \quad (1.12)$$

Відомо, що момент сили являє собою добуток величини сили на довжину плеча. Тому по аналогії для знаходження величини моменту зовнішніх сил необхідно величину внутрішньої сили помножити на довжину відповідного плеча.

Для вибраної схеми це означає, що величина моменту відносно осі Z (M_z) визначається виразом

$$dM_z = y dN \quad (1.13)$$

де y – відстань від осі Z до центру елементарної площі dA .

З урахуванням формули (1.7) отримаємо

$$dM_z = y\sigma dA \quad (1.14)$$

або в інтегральному вигляді

$$M_z = \int_A \sigma y dA \quad (1.15)$$

Подібним чином знаходиться величина моменту відносно осі Y (M_y). Використовуючи вираз

$$dM_y = z dN, \quad (1.16)$$

де z – відстань від осі Y до центру елементарної площі dA .

З урахуванням формули (1.7.)

$$dM_y = z\sigma dA \quad (1.17)$$

або в інтегральному вигляді

$$M_y = \int_A \sigma z dA \quad (1.18)$$

При цьому внутрішні силові фактори (поперечні сили) Q_y і Q_z моменту відносно осей y і z не створюють, оскільки діють в площині поперечного перерізу (довжина плеча дорівнює нулю).

Величина моменту відносно осі X (M_x) визначається виразом

$$dM_x = y dQ_z - z dQ_y \quad (1.19)$$

Або з урахуванням формул (1.8), (1.9)

$$dM_x = (y\tau_z - z\tau_y) dA \quad (1.20)$$

Використовуючи відомі залежності векторного аналізу та геометричних характеристик плоских перерізів, частина з яких буде розглянута в третьому розділі, вираз (1.20) можна записати в дещо іншому вигляді

$$dM_x = \tau \rho dA \quad (1.21),$$

де ρ – відстань від початку координат до центру елементарної площі dA .

Проінтегрувавши (1.21) отримаємо

$$M_x = \int_A \tau \rho dA \quad (1.22)$$

Отримані рівняння слугують основою для встановлення математичних залежностей при різних видах опору, що використовується для проведення практичних розрахунків.

Контрольні запитання

1. Що вивчає наука про опір матеріалів? 2. Розкрийте зміст понять «міцність», «жорсткість», «стійкість». 3. В чому полягає основне завдання курсу «Опір матеріалів»? 4. Хто вважається засновником науки про опір матеріалів? Який внесок в науку зробили вітчизняні вчені? 5. Перерахуйте гіпотези, які є загальноприйнятими в курсі «Опір матеріалів», розкрийте їх зміст. 6. Які основні типи тіл розрізняють в опорі матеріалів? 7. Що розуміють під деформацією? Назвіть основні види деформацій. 8. В чому полягає різниця між пружною і пластичною деформацією? 9. Розкрийте зміст поняття «сила». За якими ознаками класифікують зовнішні сили? 10. Які навантаження називають розподіленими? 11. Які сили в опорі матеріалів вважають внутрішніми? Чому дорівнює величина внутрішніх сил тіла, яке перебуває в не навантаженому стані? 12. Які основні види розрахунків використовують в курсі „Опір матеріалів”? 13. Розкрийте суть методу перерізів. Назвіть всі внутрішні силові фактори. 14. Опишіть основні правила побудови епюр. 15. Що таке напруження? В яких одиницях воно вимірюється? 16. Які види напружень розрізняють в курсі „Опір матеріалів”? 17. Який взаємозв'язок існує між напруженнями і внутрішніми силовими факторами?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Андрушков В. І., Гуртовий О. Г., Тинчук С. О. Опір матеріалів. Лабораторні роботи : навч. посіб. [Електронне видання]. Рівне : НУВГП, 2022. 130 с.
2. Гурняк Л. І., Гуцуляк Ю. В., Юзьків Т. Б. Опір матеріалів: посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. Львів: «Новий світ – 2000», 2019. 363 с.
3. Опір матеріалів : навчальний посібник : у 2 ч. / Жигілій Д. О., Верещака С. М., Некрасов С. С., Довгополов Ю. А. Суми : Сумський державний університет, 2022. Ч. І. 159 с.
4. Опір матеріалів : навчально-методичний посібник для здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної, заочної та дистанційної форм навчання / Сліпченко М. В, Алфьоров О. І., Савченко В. Б., Свіргун О. А. Харків, 2023. 153 с.
5. Опір матеріалів : підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський; За ред. Г. С. Писаренка. 2-ге вид., допов. і переробл. – Київ: Вища школа, 2004. – 655 с.

ЗМІСТ

Передмова.....	3
1. Предмет, зміст і завдання курсу	4
2. Короткі історичні відомості. Зв'язок з іншими дисциплінами.....	6
3. Основні гіпотези науки про опір матеріалів. Види конструктивних елементів	8
4. Поняття про деформований стан матеріалу та види деформацій	11
5. Зовнішні та внутрішні сили	14
6. Розрахункова схема. Види розрахунків	17
7. Метод перерізів. Епюри внутрішніх силових факторів..	19
8. Напруження	24
Список літератури.....	28

Навчальне видання

Подолянчук Станіслав Вікторович

Опір матеріалів.

Основні поняття і визначення

Навчальний посібник

Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського