2.2. Системи комп’ютерної математики як складові освітнього середовища у навчанні математичних дисциплін

Туржанська О. С.

Сучасна цифрова трансформація та цифровізація освіти України визначально впливає на характер наукових досліджень, культуру та освіту. Це зумовлює прямий вплив на зміст освіти і, як наслідок, на зміну форм і методів навчання [1]. У Національній доповіді «Про стан і перспективи розвитку освіти в Україні» [15] одним із напрямів цифровізації освіти України є насичення науково-освітнього простору комп’ютерно орієнтованими засобами, електронними освітніми ресурсами. Одним із напрямів впровадження комп’ютерно орієнтованих засобів в освіту є використання предметно-орієнтованих програмних середовищ у навчанні математики. І саме предметно-орієнтовані програмні середовища можуть бути покладені в основу саморегуляції математичних знань молоді – від побудови моделі задачі, розуміння її математичної суті до отримання відповіді шляхом експерименту.

Теоретичними основами дослідження є:

- концепція цифрової трансформації та цифровізації освіти в Україні (В. Ю. Биков [2; 3], О. Ю. Буров [3], О. О. Гриб’юк [5], Р. С. Гуревич [6; 27], М. І. Жалдак [8], М. М. Козяр [11], Н. В. Морзе [13; 14], С. А. Раков [16], О. М. Спірін [26], С. О. Семеріков [28]);

- теоретичні та практичні аспекти комп’ютерно орієнтованих засобів візуалізації навчального контенту у вищій школі (В. І. Клочко [9; 10], В М. Михалевич [7; 12], О. В. Семеніхіна [17; 18], К. І. Словак [19; 20], О. В. Співаковський [21]), Ю. В. Триус [22; 23], О. І. Тютюнник [25]).

Використання математичних середовищ у навчанні математики розглядалось нами у роботах [4; 24; 29; 30].

В освітньому середовищі програми для підтримки навчання математики розділяють на два класи [18]: програми математичного і загального призначення (рис. 1).

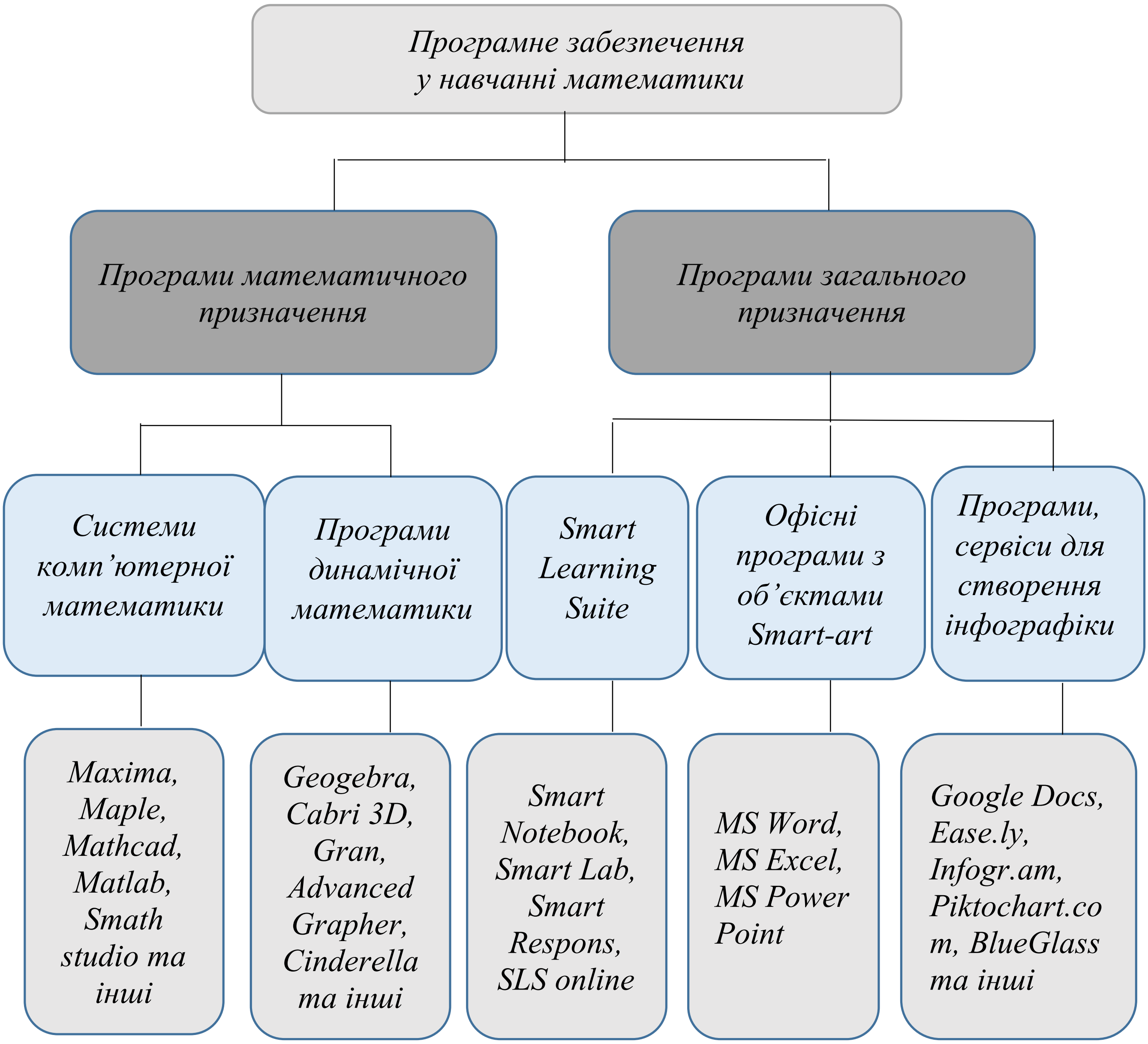


Рис. 1. Комп'ютерні засоби візуалізації математичних знань в освітньому середовищі

У вищій школі програмні математичні середовища використовують як для індивідуального навчання, так і для фронтальної демонстрації. Науковці пов'язують із використанням програмних засобів математичного призначення можливості істотного підвищення математичної культури, навчальнопізнавальної та дослідницької діяльності студентів. Важливу роль відіграють програми математичного призначення і у дистанційному навчанні.

Однак, при використанні предметно-орієнтованих програм у навчанні математичних дисциплін може виникати проблема підміни навчального матеріалу навчанням роботи з програмами.

Отже, виникає суперечність між необхідністю використання предметно-орієнтованих програмних середовищ у навчанні математичних дисциплін та недостатньою розробленістю методичних засад використання таких програм.

До сучасних програмних математичних середовищ відносять системи комп'ютерної математики. Системи комп'ютерної математики попри деякі відмінності в функціях та архітектурі, мають схожу структуру [18]:

1) центральне місце займає обчислювальне ядро системи – коди великої кількості скомпільованих функцій та процедур;

2) зручний інтерфейс, завдяки якому користувач може з легкістю звертатись до обчислювального ядра;

3) потужний графічний інструментарій;

4) пакети розширень;

5) бібліотеки процедур та функцій;

6) довідкова система.

Сьогодні, все більшої популярності набувають мобільні математичні середовища, серед яких програми Maxima та Mathcad. Ці системи комп'ютерної математики мають зручний для користувача інтерфейс, реалізують стандартні і спеціальні математичні операції та функції, мають графічні засоби, власні мови програмування, можливість створення текстових звітів, дозволяють імпортувати дані в інші програми та експортувати з них інформацію для обробки. Основне призначення систем комп'ютерної математики (СКМ) – це чисельне та символьне розв'язування типових задач вищої математики, чисельних методів, проектування навчальних задач, проведення інженерних обчислень.

Система Maxima ідеально підходить для використання в старшій профільній та вищій школі, її можуть використовувати професійні математики для проведення складних розрахунків і досліджень. Основними перевагами програми є:

1. Можливість вільного використання.

2. Можливість функціонування під керівництвом різних операційних систем (зокрема, Linux, Windows).

4. Широкий клас вирішуваних завдань.

5. Можливість роботи як в консольної версії програми, так і з використанням одного з графічних інтерфейсів (xMaxima, wxMaxima).

6. Розширення wxMaxima (входить в комплект поставки) надає користувачеві зручний і зрозумілий інтерфейс, позбавляє від необхідності вивчати особливості введення команд для вирішення типових завдань.

8. Наявність довідки та інструкцій по роботі з програмою.

Програма Mathcad відрізняється легкістю використання і застосування у навчанні математичних дисциплін, оскільки відкрита архітектура її застосунків у поєднанні з підтримкою технологій NET і XML дозволяють інтегрувати програму в будь-які IT-структури. В Mathcad обчислення відображаються графічно, на противагу текстовому запису за допомогою програмного кода, що використовується в інших СКМ, зокрема Maxima. Mathcad має простий і інтуїтивний для використання інтерфейс користувача. Mathcad орієнтований на підготовку інтерактивних обчислювальних документів. Але Mathcad, на відміну від Maxima, є комерційною системою комп’ютерної математики.

Mathcad є математичним редактором, що дозволяє проводити різноманітні наукові та інженерні обчислення, починаючи з елементарної арифметики і закінчуючи складними реалізаціями чисельних методів. Mathcad простий у використанні, має наочність математичних дій, велику бібліотеку вбудованих функцій та чисельних методів, можливість символьних обчислень, а також чудовий апарат представлення результатів.

До складу Mathcad входять кілька інтегрованих між собою компонентів:
• потужний текстовий редактор для введення та редагування тексту і формул;
• обчислювальний процесор для проведення розрахунків згідно введених формул;
• символьний процесор, який фактично є системою штучного інтелекту.

Сполучення цих компонентів реалізує зручне обчислювальне середовище для різноманітних математичних розрахунків та, одночасно, оформлення результатів.

При виконанні чисельних обчислень в Mathcad необхідно пам'ятати про можливі обмеження та неточності обчислень, що обумовлені:
• обмеженнями використовуваних чисельних методів;
• наявністю початкових умов, необхідних для збіжності певних чисельних методів;
• обмеженістю обчислювальних можливостей комп'ютера, що залежить від параметрів комп'ютера, операційної системи, тощо.

Розглянемо методичний аспект використання СКМ Maxima та Mathcad для розв'язування деяких класів математичних задач вищої математики.

СКМ Maxima та Mathcad мають стандартизовані засоби для побудови двовимірних і тривимірних функцій, заданих в явному, параметричному вигляді, у вигляді таблиці та в полярній системі координат. Для цього використовуються команди plot2d та plot3d з різноманітними опціями. Доцільним є використання СКМ для побудови та дослідження методом перерізів поверхонь другого порядку. Відмітимо, що в прикладних задачах часто зустрічаються ситуації, коли рівняння поверхні задано в каконічному виді, але з нестандартним розташуванням осей. Значна частина студентів робить помилки в розпізнаванні поверхні і її схематичному зображенні. На рис.2 наведено приклад побудови гіперболічного параболоїда, який видозмінюється в інтерактивному режимі.

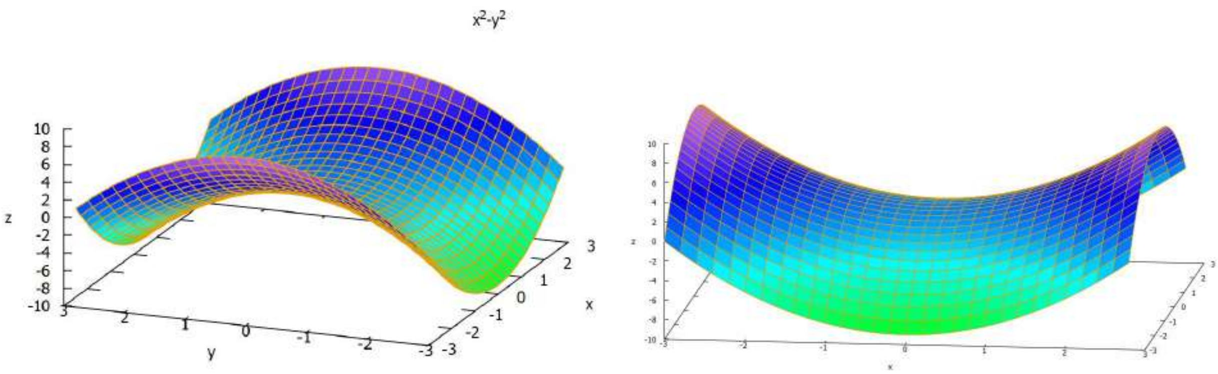


Рис. 2. Гіперболічний параболоїд, отриманий за допомогою стандартних засобів СКМ Maxima

Ефективним є використання СКМ при розв’язуванні задач, пов’язаних із застосуванням визначеного інтеграла, а саме коли виникає проблема побудови плоских областей, обмежених кривими, які задано в параметричній або полярній системі координат (рис. 3).

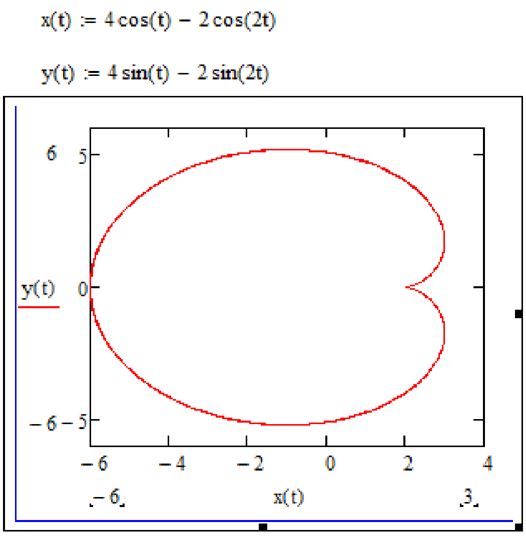


Рис. 3. Кардіоїда, отримана за допомогою стандартних засобів програми Mathcad

СКМ надають можливість, уникаючи рутинних обчислень, засвоїти та зрозуміти сутність математичних методів і алгоритмів, створити звіти з текстовими регіонами. Так, при розв’язуванні систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера, за допомогою оберненої матриці, у задачах оптимізації, дослідження функцій, застосування визначеного інтеграла, математичної статистики студентам доводиться прописувати весь алгоритм розв’язання, виконуючи в СКМ лише проміжні обчислення.

Розглянемо програмну реалізацію розв’язання завдань такого типу в СКМ.

Приклад. 1. Розв’язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 10z = -15, \\ 2x + 4y - z = 12, \\ x + y - 3z = 9. \end{cases}$$

Розглянемо програмну реалізацію розв’язання в Maxima:

Обчислимо основний визначник системи:

(%i1)D:matrix([1,2,10],[2,4,-1],[1,1,-3])) ('ввести матрицю');

D:determinant(D) (‘обчислити визначник’);

(%o1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$;

(%o2)-21;

Обчислимо додаткові визначники

(%i3)D:matrix([-15,12,9],[2,4,-1],[1,1,-3]);

Dx:determinant(Dx);

$x = Dx / D$; (‘знайти розв’язок’)

(%o3) $\begin{bmatrix} -15 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & -1 \\ 9 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

(%o4)-21

(%o5)x=1

Аналогічно визначаються розв'язки y,z системи.

Приклад. 2. Знайти екстремуми функції $y = f(x)$.

Програмна реалізація в Maxima:

(%i1) $diff\ (f(x), x, 1)$ (‘знайти похідну першого порядку функції $f(x)$’);

(%i2) $solve\ (diff = 0)$ (‘знайти стаціонарні точки’)

(%i3)) $diff\ (f(x), x, 2)$ (‘знайти похідну другого порядку функції $f(x)$’);

(%i4) $at\ (diff(f(x), x, 2, x_0)$ (‘знайти значення похідної другого порядку функції $f(x)$ в стаціонарних точках’);

(%i5) $f(x_0)$ (‘знайти значення функції в точках екстремуму’).

Розглянемо приклад використання програмного алгоритму в Maxima: знайти екстремуми функції $f(x) = x(x-1)^3$.

```
(%i4)   f(x):=x*(x-1)^3;
(%o4)   f(x):=x (x-1)^3

(%i5)   solve(diff(f(x),x,1)=0);
(%o5)   [x= 1/4 , x=1 ]

(%i6)   diff(f(x),x,2);
(%o6)   6 (x-1) x+6 (x-1)^2

(%i7)   at(%o6,x=1/4);
(%o7)   9/4

(%i9)   at(%o6,x=1);
(%o9)   0
```

В точці $x = \frac{1}{4}$ друга похідна більше нуля, отже, це точка мінімума, в точці $x = 1$ друга похідна дорівнює нулю, отже, це точка перегину.

```
(%i10)  f(1/4);
(%o10)  - 27/256

(%i11)  f(1);
(%o11)  0
```

Точка $\left(\frac{1}{4}; -\frac{27}{256}\right)$ є точкою мінімуму.

Студенти мають можливість перевірити одержаний результат, побудувавши графік функції $f(x)=x(x-1)^3$ в Maxima.

Розглянемо типові задачі аналітичної геометрії.

Приклад 3. Знайти координати вектора $\vec{a}\,(-1,2,5)$ в базисі $V=\{\vec{e}'_1,\vec{e}'_2,\vec{e}'_3\}$, якщо вектор $\vec{a}$ задано в базисі $V_1 == \{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$. Старий і новий базиси пов'язані співвідношенням $\begin{cases}\vec{e}'_1 = 2\vec{e}_1+3\vec{e}_2-\vec{e}_3,\\ \vec{e}'_2 = 6\vec{e}_1+4\vec{e}_2-4\vec{e}_3.\\ \vec{e}'_3 = 2\vec{e}_2+\vec{e}_3\end{cases}$

Одним з етапів розв'язування задачі є розв'язання системи рівнянь відносно $\{\vec{e}'_1,\vec{e}'_2,\vec{e}'_3\}$. У таких випадках, для того, щоб зекономити час та зосередитись на розумінні математичної суті задачі, можна автоматизувати розв'язання системи рівнянь засобами СКМ.

Для повного розв'язання задачі у програмі Mathcad необхідне розуміння його математичної суті та правильної побудови алгоритму за допомогою вбудованих функцій:

1. Ввести матрицю A коефіцієнтів зі співвідношень зв'язку старого і нового базисів.

2. Ввести вектор $\vec{a}$.

3. Знайти координати вектора $\vec{a}$ у новому базисі.

Приклад 4. Знайти точку перетину прямої $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z+1}{2}$ та площини $2x+3y-5z+11=0$.

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Ввести рівняння прямої у параметричному вигляді та рівняння площини:

$X:-2*t+3;$

$Y:-t+5;$

$Z:2*t-1;$

$F:2*x+3*y-5*z+11;$

2. Підставити параметричні рівняння прямої у рівняння площини:

$f:ev(F,x=X,y=Y,z=Z);$

3. Прирівняти до нуля та розв'язати одержане рівняння відносно параметра t.

$solve(f = 0, t)$;

4. Знайти координати точки перетину прямої та площини, підставивши одержане значення параметра t у рівняння прямої:

$ev(X, t = 2)$;
$ev(Y, t = 2)$;
$ev(Z, t = 2)$;

Приклад 5. Знайти кут (в градусах) між площинами: $Nx + 2y - (N + 2)z = 0$, $(N - 1)x + Ny + 2Nz = 0$.

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Ввести вектори нормалей до площин $\vec{a}$ і $\vec{b}$.
2. Знайти косинус кута між цими векторами: c: a.b/(sqrt(a.a)*sqrt(b.b));
3. Знайти величину кута в градусах: acos(c)*180/%pi;
4. Якщо необхідно спростити одержане значення за допомогою команди: float(%), numer.

Отже, розв'язання задач такого типу в СКМ не тільки ілюструє можливості програми, а і вимагає від студентів знань сутності математичних методів і алгоритмів, умінь аналізувати одержані результати. У завданнях такого типу СКМ надають можливість студентам досліджувати математичні об'єкти, приймати рішення без рутинних проміжних обчислень.

СКМ використовують і у випадку, коли розв'язання задачі демонструє суто конструктивний підхід і має на меті перевірку отриманого результату розв'язання задачі.

До завдань такого типу можна віднести задачі елементарної математики, зокрема обчислення і перетворення арифметичних виразів, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь. Розглянемо основні вбудовані функції програми Maxima щодо розв'язування задач елементарної математики.

rat – ця функція перетворює раціональний вираз до канонічної форми.

(%i1)(x-1)^2/(x^2+x)+1/(x+1);

(%o1) $\dfrac{(x-1)^2}{x^2+x}+\dfrac{1}{x+1}$

(%i2)rat(%o1);

(%o2) $\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x}$

Якщо необхідно обчислити числове значення отриманого виразу, то можна застосувати функцію *at*, вказавши в дужках вираз або його адрес і значення змінної.

(%i3) at(%o2,x=-2);

(%o3) $\dfrac{7}{2}$.

Divide – знаходження частки і остачі від ділення одного многочлена на інший.

(%i1)divide(x^3-2,x-1);

(%o1)($x^2+x+1,-1$).

Перший елемент отриманого масива – частка, інший остача від ділення.

Factor – розкладання на множники.

(%i1)factor(4*x^2+4*x+1);

(%o1) $(2x+1)^2$.

Expand – розкриття дужок.

(%i1)expand(2+3*x)*(3*y+5*x);

(%o1)9xy+6y+15x^2+10x.

gcd – найбільший спільний дільник многочленів.

(%i1) gcd(x^3-1,x^2-1,x-1);

(%o1)x-1.

ratsimp – спрощення виразів.

fullratsimp – використовується для більш складних спрощень виразів.

partfrac – розкладає дріб на прості дроби.

(%i1) partfrac(-x/(x^3+4*x^2+5*x+2,x);

(%o1) $\dfrac{2}{x+2}-\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

radcan – перетворює вирази, які містять логарифмічні, показникові і степеневі функції.

trigsimp – тригонометричне спрощення.

Trigexpand – розкриття дужок в тригонометричних виразах.

Приклад 6. Знайти об'єм, площу основи ABC та висоту піраміди з вершинами в точках $A(2,-1,3), B(-1,3,4), C(0,2,1), D(-3,1,5)$, опущеної з вершини D на грань ABC.

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Для виконання завдань необхідно завантажити пакет «vect»:

Load ("vect")

2. Ввести координати вершин піраміди.

Наприклад, $A:[2,-1,3]$;

3. Знайти координати векторів.

Наприклад, вектора $\overrightarrow{AB}$, $AB: B-A$;

4. Знайти площу основи за формулою: $S=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|}{2}$:

$AB\times AC: \exp ress(AB \sim AC)$;

$S: sqrt(AB\times AC.AB\times AC)/2$;

5. Знайти об'єм піраміди за відомою формулою: $V=\dfrac{\left|\left(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}\right|}{6}$:

$V : abc(AB \times AC.AD)/6;$

6. Знайти висоту піраміди за формулою: $h = \frac{3V}{S}$.

До задач такого типу можна і віднести розв'язання звичайних диференціальних рівнянь I-го і II-го порядків. Для розв’язання диференціальних рівнянь в Maxima використовується такий синтаксис: ode2 (eqn, dvar,ivar), де eqn – вираз диференціального рівняння, dvar – залежна змінна, ivar – незалежна змінна.

Приклад 7. Розв'язати рівняння $x^2 y''+xy'=1$.

```
(%i10) ode2(x^2*'diff(y,x,2)+x*'diff(y,x)=1,y,x);
```

(%o10) $y=\frac{\log(x)^2}{2}+\%k2\log(x)+\%k1$

де %k1,%k2 – сталі інтегрування для рівняння другого порядку.

Якщо необхідно розв'язати задачу Коші $y(1)=1$, $y'(1)=2$, то

```
(%i13) ic2(%o10,x=1,y=1,diff(y,x)=2);
```

(%o13) $y=\frac{\log(x)^2}{2}+2\log(x)+1$

Отже, СКМ доцільно використовувати на практичних заняттях з математичних дисциплін з метою перевірки отриманих розв’язків та виконання громіздких проміжних обчислень.

Більшість СКМ створювались для того, щоб позбавити користувача від програмування при розв’язуванні математичних задач. Вбудовані функції у таких системах різноманітні, так що значну кількість математичних задач можна розв’язати без їх програмування. Але існують математичні задачі, де відмова від звичайного процедурного програмування призводить до ускладнення їх розв’язання. Тому практично всі СКМ підтримують функцію програмування.

Розглянемо програмну реалізацію задачі з використанням процедурного програмування в Maxima: Протабулювати функцію $y = f(x)$, $x \in [a; b]$ з кроком h і по точках побудувати графік функції.

Покроковий алгоритм розв'язання задачі в Maxima:

1. Описати масиви x та y за допомогою функції 'array'.
2. Значення цих масивів обчислити у циклі 'for'.
3. Вивести значення масивів за допомогою функції 'listarray'.
4. За допомогою функції 'wxplot2d' побудувати по точках графік функції.

Приклад 8. Протабулювати функцію $f(x) = x \cdot \sin(2x)$, $x \in [0; \pi]$ з кроком $h = 0{,}1\pi$.

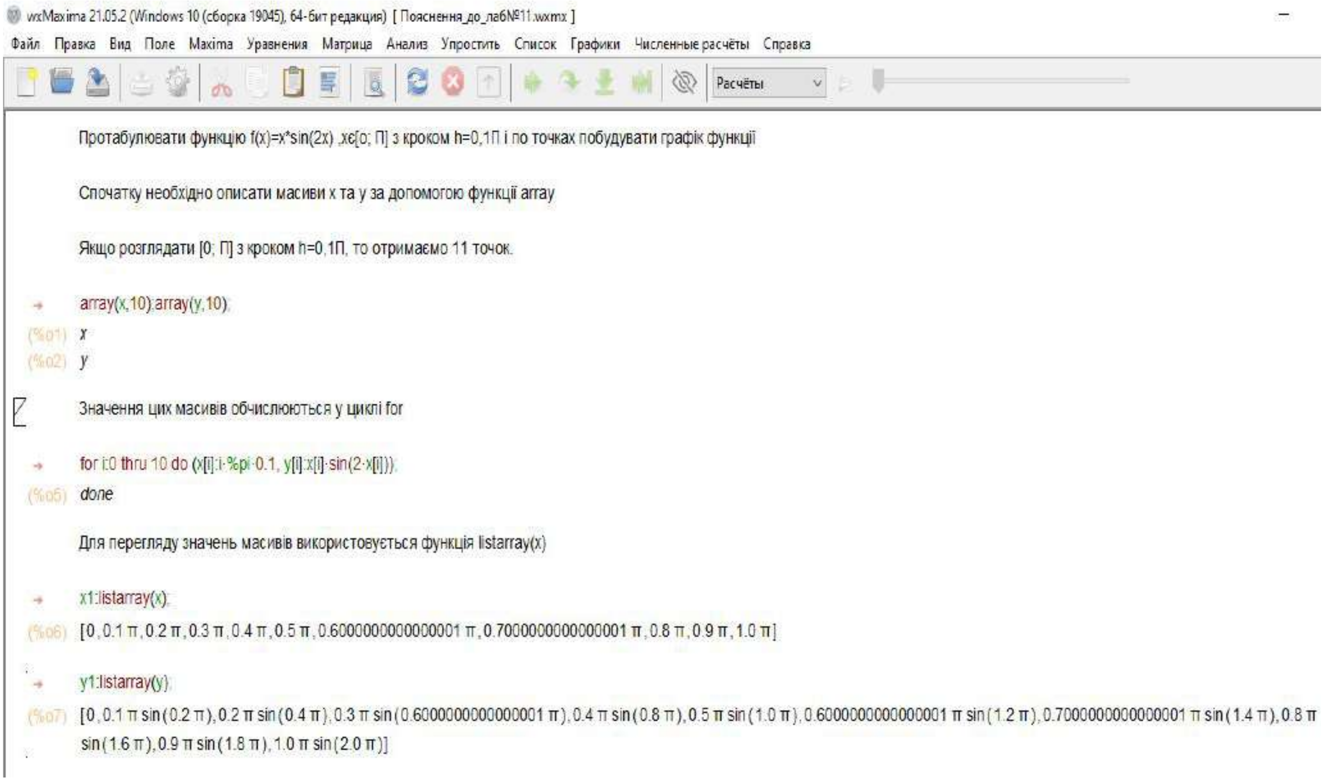


Рис. 4. Копія екрана програми Maxima щодо розв'язання задачі

Якщо розглядати програмну реалізацію розв'язання цієї задачі в Mathcad, то можна обмежитись лише вбудованими функціями. Наприклад, затабулювати функцію $f(x) := x^2 \cdot \cos(2 \cdot x)$; $x \in [0; \pi]$ з кроком $h = 0{,}1\pi$.

Програмна реалізація розв'язання в Mathcad: визначити масив абсцис точок табуляції x_i і масив F_i значень функції в точках x_i. Визначити діапазон зміни індексу і вузлів сітки: *i=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10*. Це виконується за допомогою трьох команд: $i \coloneqq 0..10$ $x_i \coloneqq i \cdot \frac{\pi}{10}$ $F_i \coloneqq f(x_i)$. Перша команда задає діапазон зміни індексу *i*. Друга команда обчислює вектор абсцис вузлів табуляції. Для виведення вектору x, необхідно ввести з клавіатури: **x=**. Аналогічно, для виведення значень функції використовуємо команду: **F=**.

Побудова графіків функцій в СКМ, які складаються з кількох аналітичних виразів неможливе без використання елементів програмування.

Приклад 9. Побудувати графік функції:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ 2 + x^2, & x > 0 \end{cases}$$

Програмна реалізація в Maxima:

(%i1) g(x):=if x>0 then x else x (ввести перший аналітичний вираз функції);

(%i2) g(x):=if x<0 then x else x^2+2 (ввести другий аналітичний вираз функції);

(%i3) wxplot2d ([g], [x,a,b]) (побудувати графік функції).

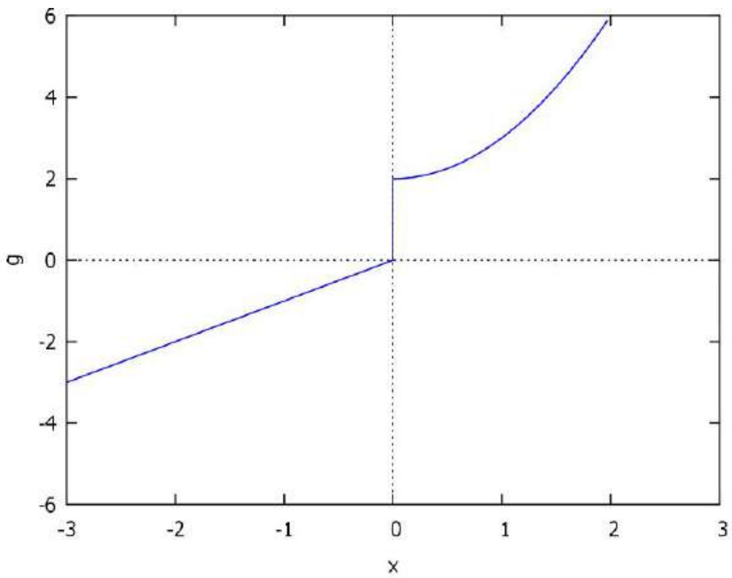


Рис. 5. Графік функції $f(x)$, побудований в Maxima

Одним із методичних напрямів використання СКМ у навчанні математичних дисциплін є створення навчальних тренажерів.

Під навчальним тренажером розв’язування математичних задач розуміємо програми-тренажери з покроковою деталізацією етапів розв’язування математичної задачі, що надає можливість студентам здійснити детальну перевірку кожного кроку виконання завдання. Навчальні програми-тренажери призначені для засвоєння студентами знань щодо алгоритмів розв'язування математичних задач. У процесі створення навчального тренажеру особливу увагу слід приділити вибору математичного середовища.

Постановка задачі: зобразити на комплексній площині число $z = a + i \cdot b$.

Пропонується навчальний тренажер в системі комп'ютерної математики Maxima, який призначений для покрокового відтворення розв'язування вказаної задачі. Основними напрямами методичної складової навчального комп'ютерного тренажера в Maxima є:

1) текстове представлення алгоритму;
2) автоматизація обчислень;
3) підтримка самостійної роботи;
4) генерація практичних завдань;
5) графічна інтерпретація розв'язку.

Тренажер для геометричного зображення комплексних чисел представлений таким алгоритмом в Maxima:

z:a+b*(%i) (задати комплексне число);

realpart (z) (виділити дійсну частину комплексного числа);

imagpart(z) (виділити уявну частину комплексного числа);

arg(z) (обчислити головне значення аргументу комплексного числа);

arg(z)·180/(%pi), numer (знайти у градусах кут між віссю абсцис та вектором);

load("draw") (завантажити пакет "draw" для зображення комплексних чисел);

wxdraw2d(xrange, yrange, head_lengh, head_angle) (зобразити вектор),

де xrange, yrange – відрізки на осях абсцис та ординат, в межах яких відображається вектор;

head_lengh – модуль комплексного числа;

head_angle – кут між віссю абсцис та вектором.

Навчальний тренажер для геометричного зображення комплексних чисел протестований на конкретних прикладах. Розглянемо один із них.

Приклад 10. Зобразити на комплексній площині число z=5+2·i.

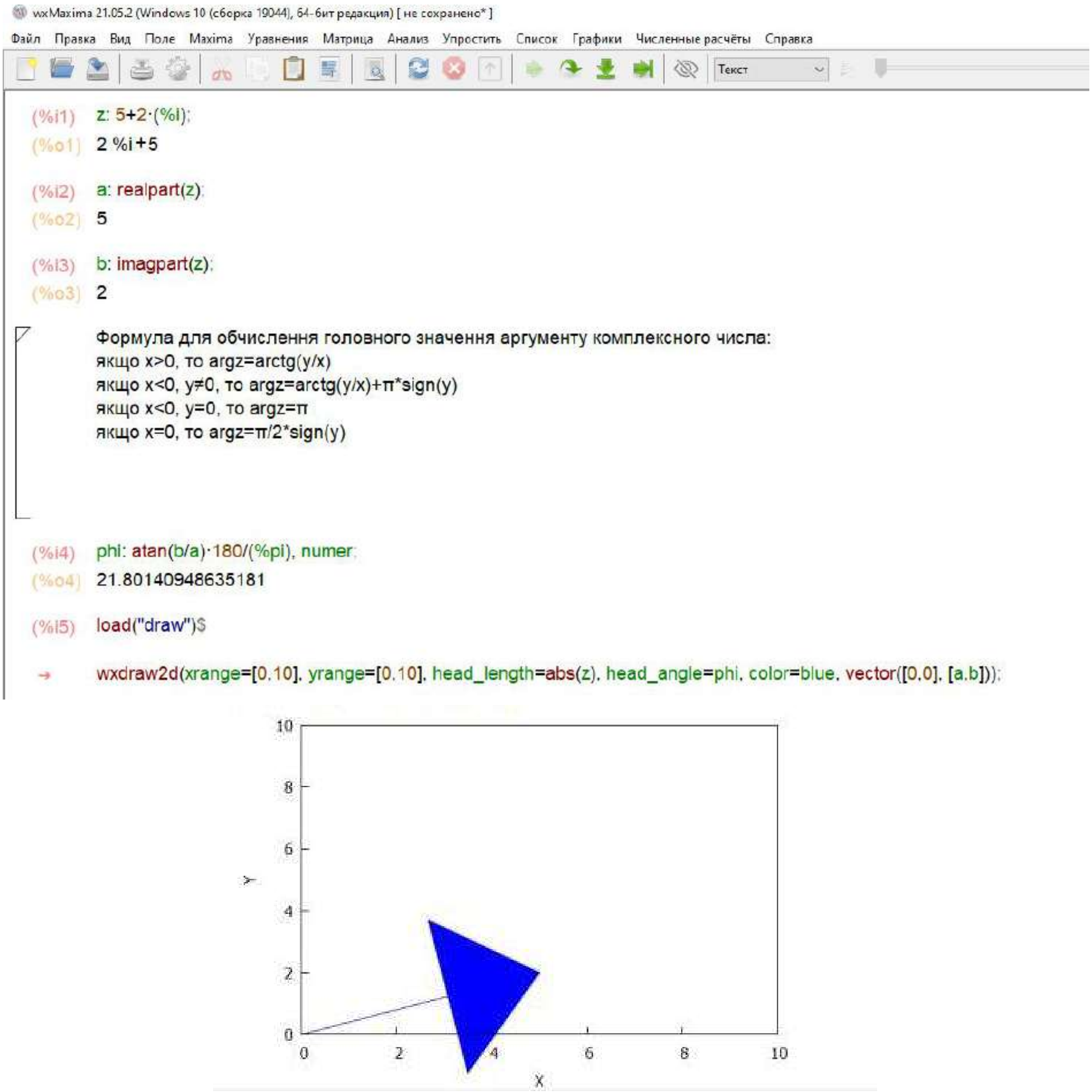


Рис. 6. Копія екрана навчального тренажера в Maxima щодо геометричного зображення числа z=5+2·i

Розглянемо навчальний тренажер щодо знаходження екстремуму функції двох змінних у математичному середовищі Mathcad.

Копія екрана навчального тренажера для знаходження екстремуму функції двох змінних у середовищі Mathcad представлена на рис. 7. Основними напрямами методичної складової навчального комп'ютерного тренажера у Mathcad є:

1) текстове представлення;

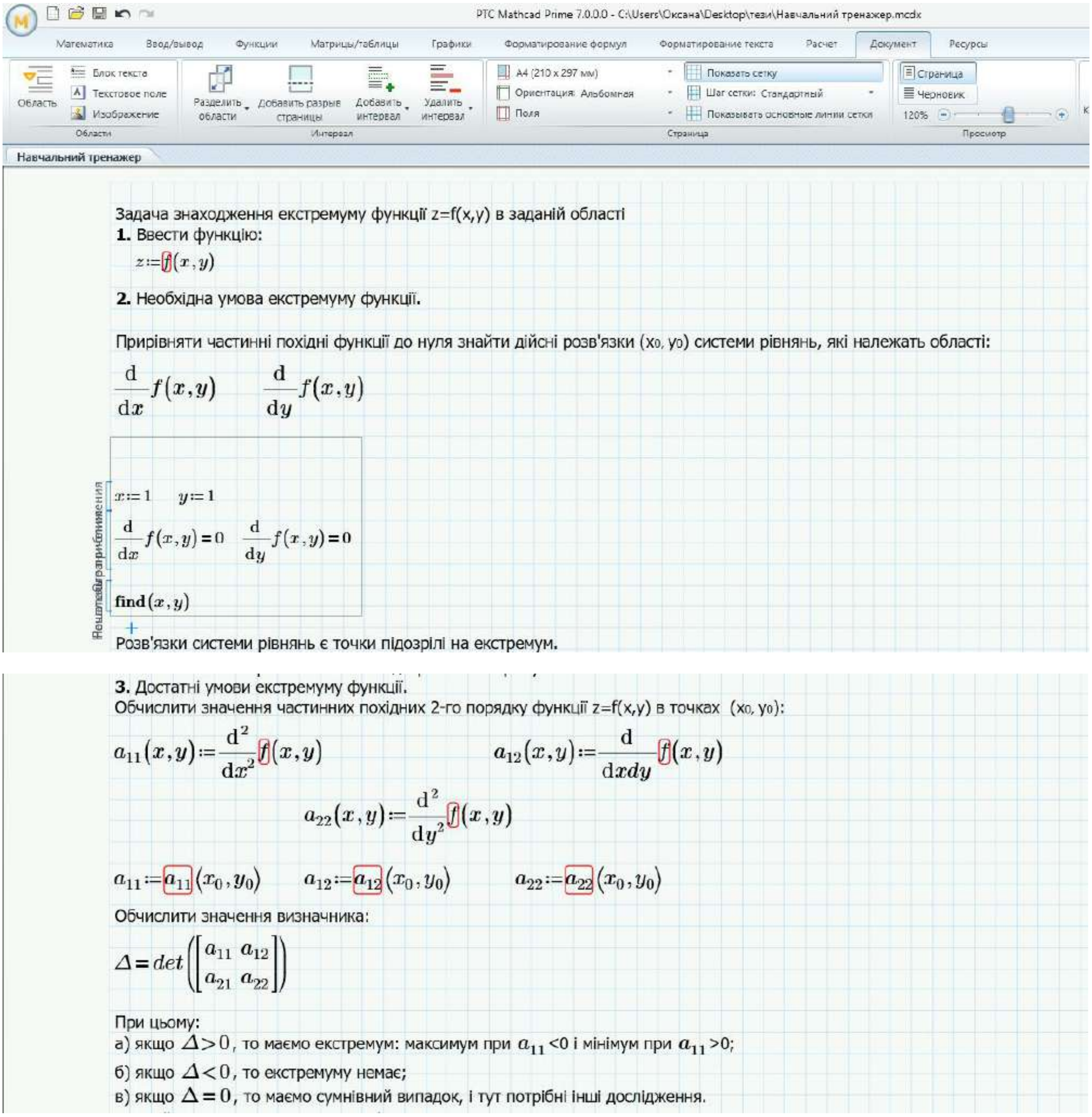
2) автоматизація та графічне відображення проміжних обчислень;

3) книжковий вигляд формул;

4) підтримка самостійної роботи;

5) генерація практичних завдань;

6) графічна інтерпретація розв’язку.



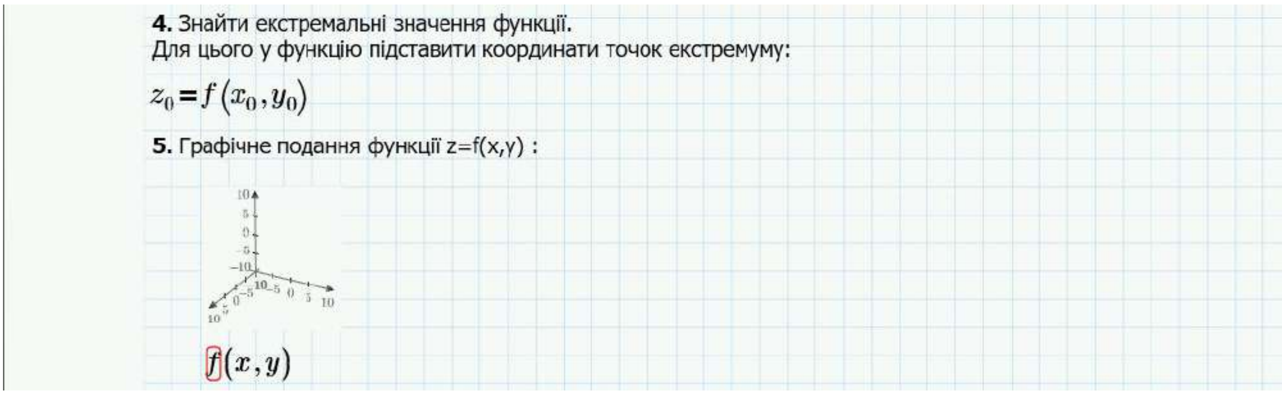


Рис. 7. Копія екрана навчального тренажера для знаходження екстремуму функції двох змінних у середовищі Mathcad

Навчальні тренажери у математичних середовищах використовують у навчанні математики у двох основних напрямках: як засіб подання, ілюстрації навчального матеріалу та як засіб розв’язування задач, дослідження математичних моделей.

Проведено анкетування студентів щодо використання СКМ у навчанні математичних дисциплін на базі Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. В анкетуванні взяли участь 65 студентів першого курсу.

Анкета містила такі питання:

1. Чи використовуєте Ви системи комп’ютерної математики при вивченні математичних дисциплін?
2. Для яких цілей Ви використовуєте системи комп’ютерної математики при вивченні математичних дисциплін?
3. Які переваги та недоліки використання систем комп’ютерної математики при вивченні математичних дисциплін Ви бачите?

Відповідно до результатів анкетування, 70% студентів першого курсу використовують системи компютерної математики при вивченні математичних дисциплін.

Найчастіше системи комп’ютерної математики використовуються студентами для розв’язування задач, перевірки правильності розв’язків, візуалізації математичних об’єктів.

До переваг використання систем комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін студенти відносять: автоматизація рутинних обчислень, графічне відображення математичних об'єктів, краще засвоєння математичних методів та алгоритмів, доступність програм та інформації.

Серед недоліків студенти відзначають: залежність від комп'ютера, необхідність оволодіння навичками роботи з системами комп'ютерної математики, більшість програм є комерційними.

Загалом, результати анкетування свідчать про те, що студенти позитивно ставляться до використання систем комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін. На думку студентів, роль програм математичного призначення у навчанні має бути допоміжною.

Отже, поєднання навчального матеріалу з математичними середовищами має базуватися на виваженій математичній ідеї. Головним критерієм ефективності використання програм математичного призначення у навчанні математики є наявність методичної системи їх використання.

Використання СКМ у навчанні математичних дисциплін сприяє інтеграції інформатики та математики, активізації самостійної роботи, саморегуляції математичних знань молоді, підвищенню їхньої математичної та інформатичної культури. У таких випадках, збільшується роль використання СКМ у дистанційному навчанні та самостійної роботи студентів.

Список використаних джерел

1. Биков В. Ю., Спірін О. М., Пінчук О. П. Проблеми та завдання сучасного стану інформатизації освіти. Наукове забезпечення розвитку освіти в Україні: актуальні проблеми теорії і практики. Київ : Вид. дім «Сам», 2017. С. 191- 198.

2. Биков В. Ю. Технології хмарних обчислень – провідні інформаційні технології подальшого розвитку інформатизації системи освіти України. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2011. № 6. – С. 3–11.

3. Биков В. Ю., Буров О. Ю. ЦИФРОВЕ НАВЧАЛЬНЕ СЕРЕДОВИЩЕ: НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ВИМОГИ ДО ЗДОБУВАЧІВ ЗНАНЬ. Проблеми використання інформаційних технологій у сучасних закладах освіти. 2020. Вип. 55. С. 11–22.

4. Галецький С. М., Туржанська О. С., Галецька Т. І. НАВЧАЛЬНИЙ ТРЕНАЖЕР ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО ЗОБРАЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ У СИСТЕМІ MAXIMA ЯК ЕЛЕМЕНТ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ. Актуальні проблеми фізики, математики, інформатики та методики їх навчання: матеріали Всеукраїнської науково-практичної

конференції, 18-20 січня 2023 року. К. : Вид-во УДУ імені Михайла Драгоманова, 2023. С. 177-180.

5. Гриб'юк О. О. Рівнева модель дослідницького навчання учнів математики з використанням комп'ютерно орієнтованої методичної системи. Інформаційні технології і засоби навчання. 2020. Том 77. № 3. С. 39-62.

6. Гуревич Р. С., Коношевський Л. Л., Опушко Н. Р. Цифровізація освіти сучасного суспільства: проблеми, досвід, перспективи». 2022. Вип. 3-4. С. 22–46.

7. Добранюк Ю. В., Михалевич В. М., Коломієць А. А. ЗАСТОСУВАННЯ СКМ MAPLE ДЛЯ ПОБУДОВИ 3D ГРАФІКІВ В ЗАДАЧАХ ОБЧИСЛЕННЯ ОБ'ЄМУ ФІГУР. Інформаційні технології та комп'ютена інженерія. Вип. 2, с. 115–123.

8. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером : посіб. для вчителів. К. : НПУ ім. Драгоманова, 2009. 282 с.

9. Клочко В. І., Бондаренко З. В. Деякі аспекти методики застосування нових інформаційних технологій під час вивчення теми «Диференціальні рівняння» у вищому технічному навчальному закладі. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. № 1(8). С. 92–98.

10. Клочко В. І., Бондаренко З. В. Вища математика. Звичайні диференціальні рівняння (з комп'ютерною підтримкою) : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2013. 248 с.

11. Козяр М. М. МОДЕРНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНО-ВИХОВНОГО ПРОЦЕСУ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ЄДИНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА. Теорія і практика управління соціальними системами. Харків: НТУ „ХПІ", 2011. № 1. С. 3-9.

12. Михалевич В. М., Тютюнник О. І. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2016. 208 с.

13. Морзе Н.В., Вембер В.П., Гладун М.А. 3Д картування цифрової компетентності в системі освіти в Україні. Інформаційні технології і засоби навчання: Теорія, методика і практика використання ІКТ в освіті. 2019. Том 70, № 2. С.28-42.

14. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики : монографія / Н. В. Морзе. К. : Курс, 2003. 372 с.

15. Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні: монографія / Нац. акад. пед. наук України ; за заг.ред. В.Г.Кременя. Київ : КОНВІ ПРІНТ, 2021. 384 с.

16. Раков С. А. Математична освіта: компетентісний підхід з використанням ІКТ : Монографія. Х. : Факт, 2005. 360 с.

17. Семеніхіна О. В., Білошапка Н. М. Про використання вчителями математики засобів комп'ютерної візуалізації. Гуманізація навчально-виховного процесу. 2018. №1. С. 289-301.

18. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Комп'ютерно орієнтовані системи навчання математики : Навчальний посібник. Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2017. 144 с.

19. Словак К. І. Застосування ММС Sage у процесі навчання вищої математики. Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. Вип. 191, частина 1. С. 106–111.

20. Словак К. І. Методика побудови окремих компонентів мобільного математичного середовища «вища математика».Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. № 4 (30). С. 59-67.

21. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей. Херсон : Айлант, 2003. 229 с.

22. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у ВНЗ: проблеми, стан і перспективи. Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. № 9(16). С. 16–29.

23. Триус Ю. В. Розв'язування екстремальних задач за допомогою пакету Matlab 6.5. Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. 2005. № 2(9). С. 61–79.

24. Туржанська О. С. Використання комп'ютерних програм математичного призначення при викладанні курсу вищої математики у педагогічному університеті. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців : методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. пр. Київ-Вінниця: ТОВ «Планер», 2018. С. 396-400.

25. Тютюнник О. І. Використання систем комп'ютерної математики для створення програмних засобів навчального призначення. Міжнародна науково-методична інтернетконференція «Інноваційні педагогічні технології у підготовці майбутніх фахівців з вищою освітою : досвід, проблеми, перспективи» (8–10 жовтня 2013 р.). Вінниця : ВНТУ, 2013. Режим доступу до журналу : http://conf.vm.vntu.edu.ua/inpedtex2013/materialy.html.

26. Vakaliuk T. A., Spirin O. M., N M Lobanchykova, L A Martseva, I V Novitska, V V Kontsedailo Features of distance learning of cloud technologies for the organization educational process in quarantine. Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1840. C. 1-11.

27. Gurevych R., Silveistr A., Mokliuk M, Shaposhnikova I., Gordiichuk G., Saiapina S. Using Augmented Reality Technology in Higher Education Institutions. *Postmodern Openings*. 2021. № *12*(2). С. 109-132.

29. Tkachuk V., Semerikov S., Kislova M., Khotskina V. Exploring Student Uses of Mobile Technologies in University Classrooms: Audience Response Systems and Development of Multimedia [Electronic resource]. ICTERI 2020: ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer 2020 : Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume II: Workshops. Kharkiv, Ukraine, October 06-10, 2020. Vol. 2732. Pp. 1217-1232. – Access mode : http://ceur-ws.org/Vol-2732/20201217.pdf.

30. Turzhanska O., Galetskyi S., Biloshytska T., Topishko N, Galetska T. Computer-oriented technologies in teaching mathematics as a means of self-regulation of young people`s mathematical knowledge. Youth Voice Journal. INEQUALITY, INFORMATIONAL WARFARE, FAKES AND SELF-REGULATION IN EDUCATION AND UPBRINGING OF YOUTH. March, 2023. Vol. I, Pages 90-102. DOI: 10.13140/RG.2.2.29637.73441