

## РОЗДІЛ 2

# ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ТА ІНФОРМАТИЧНОГО ОСВІТНЬОГО ПРОСТОРУ ЗАКЛАДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

### 2.1. Концептуальні засади форсайт моделювання синергетичного освітнього простору бакалавра математики

*Ковтонюк М. М., Соя О.М., Косовець О. П., Леонова І. М.*

Тенденції розвитку суспільства (як позитивні, так і негативні) вимагають від особистості здатностей адаптуватися і водночас змінюватися, привчатися жити і працювати в умовах невизначеності. Звичайно, ця проблема безпосередньо стосується і освітнього простору суспільства, зокрема підготовки бакалавра математики у закладах вищої освіти. Варто усвідомити, що в деякий момент часу під впливом мінливого зовнішнього середовища відпрацьовані алгоритми навчання студента можуть не працювати, а, отже актуальним є питання прогнозування моделі, методів навчання та мобільності студентів і викладачів.

Професійна підготовка бакалавра математики здійснюється у педагогічній системі «університет», яка включає підсистеми нижчого рангу: «факультет», «спеціальність», «кафедра», «навчальна дисципліна». Розвиток педагогічної системи може йти адаптивним і біфуркаційним шляхами. У випадку *адаптивного* типу розвитку відбувається адаптація (приспосовування) педагогічної системи до змін зовнішнього і внутрішнього середовища зі збереженням характеру функціональної системи (відносно стійкий стан) (рис. 1) [12].

Зміна зовнішнього і внутрішнього середовища педагогічної системи (змінюються студенти, викладачі, підручники, форми, методи і засоби навчання,

організаційні компоненти тощо) призводить до появи її нових властивостей: система переходить у новий якісний стан, який називають *біфуркаційним* (біфуркація – роздвоєння).

*Біфуркаційний розвиток* освітньої системи здійснюється за максимально ефективного використання (або невикористання) можливостей внутрішнього середовища і ресурсів. Для нього характерна нестійкість і значна множина можливих траєкторій розвитку освітньої системи (атракторів). З точки біфуркації розвиток педагогічної системи може йти вздовж одного з можливих аттракторів (або система лишається на тому самому рівні розвитку, або прогресує, або регресує), і вибраний шлях еволюції системи, можливо, й не кращий, ніж ті, що були відкинуті випадковим чином. З погляду синергетичної методології біфуркаційні режими більш прийнятні для розвитку освітніх систем.

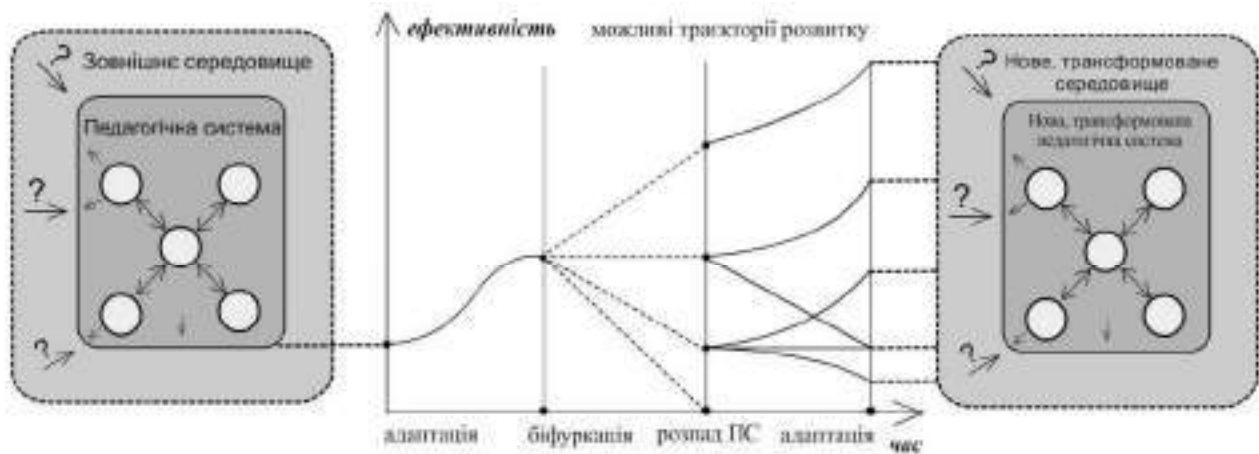


Рис.1. Синергетична модель професійної підготовки майбутнього вчителя математики

(за матеріалами М. Ковтонюк [12])

С. Гончаренко, В. Кушнір, Г. Кушнір нестійкість у педагогічному процесі з позицій синергетики розглядали як його можливі й природні ситуації. Саме в нестійкому стані порівняно зі стійким педагогічний процес набуває зовсім нових властивостей. Синергетика розглядає нестійкий стан педагогічного процесу як передумову порушення старих його структур і виникнення нових дисипативних структур (дисипація тлумачиться у фізичних системах як перехід частини енергії впорядкованого процесу в енергію невпорядкованого процесу; або

як розсіювання [28, с. 6]).

Отже, можна констатувати, що з появою серйозних викликів у підготовці бакалавра математика постають принципово суперечливі проектні завдання, які неможливо розв'язати з позицій лише еволюційного підходу. Тут уже має бути спроба заглянути у майбутнє, тобто використати наукове передбачення, педагогічний прогноз та форсайт-технології для можливості моделювання освітнього середовища бакалавра математики вже сьогодні.

Наукове передбачення у плануванні підготовки бакалаврів математики у закладах вищої освіти забезпечує у майбутньому наявність кваліфікованих фахівців у сфері математики й статистики. Це особливо важливо в контексті розвитку технологій, де аналітика даних, машинне навчання, нейронні мережі, штучний інтелект та пов'язані з цим математичні дисципліни стають все більш потрібними для багатьох галузей економіки, таких як фінанси, страхування, технології, логістика тощо.

Якщо в країні є достатня кількість висококваліфікованих математиків, це сприяє розвитку інноваційних технологій та досліджень, що своєю чергою позитивно впливатиме на економіку держави в цілому.

Ці аспекти демонструють, що прогнозування та попереднє планування підготовки бакалаврів з математики сприяють розвитку інновацій, фінансового сектору, оптимізації стратегій та прийняттю рішень, а також забезпечують безпеку інформації. Такий розвиток математичної освіти матиме позитивний вплив на економічний добробут країни [23].

Зазначимо, що поняття «передбачення майбутнього», «прогноз» не є новим у науковій літературі, їм присвячені дослідження відомих учених Дж. Томсона (1958) [46], Г. Рейхенбаха (1959) [21], В. Ешбі (1962) [1], К. Руденка (1972) [44], С. Гончаренка (1997) [28], Л. Онишук (2016) [35], S. P. Sun, J. H. Fan, Q Wang [24], K. A. Piirainen, A. D. Andersen, P. D. Andersen [18], N. Yüksel, H. Çifci [17].

Учений К. Руденко тлумачить поняття «передбачення майбутнього» як

результат пізнавальної діяльності людини, як «рису розумової діяльності, яка свідомо досліджує у формі ідеальної моделі предмети, явища чи умови їх існування, що ще не існують або чомусь недосяжні для досліду й перевірки. Основою наукового передбачення є пізнання об'єктивних внутрішніх зв'язків предметів і явищ, законів, що розкривають цей внутрішній, необхідний, істотний і сталий зв'язок явищ і конкретних умов їх існування. Все це дає можливість у процесі пізнання переходити від відомого до невідомого, від минулого і сучасного до майбутнього» [43].

Підсумком є прогноз як можлива модель майбутнього результату людської діяльності.

Довгострокове прогнозування розвитку науки та технологій у розвинених країнах (Японії, США, Великобританії, Німеччині, Франції та багатьох інших) на національному рівні здійснюється на основі методології форсайт, яка зарекомендувала себе як ефективний інструмент для визначення пріоритетів у цій галузі [5, 13, 22, 47]. Одержання найбільш об'єктивної картини майбутнього, яка відповідає інтересам всіх груп суспільства, забезпечується залученням у процес форсайту широких мас громадськості, представників науки та бізнесу, що дозволяє врахувати історичні, політичні, соціально-економічні і культурні особливості розвитку країни [40].

Термін «форсайт» (англ. foresight – передбачення) застосував Гастон Бергер (Gaston Berger) наприкінці 50-х років у відомому журналі «Два світи», але формування підходу до передбачення як окремої, самостійної проблеми відбулося лише на початку 90-х років ХХ ст. [29].

Єдиного консолідованого визначення вказаного поняття наразі у науковій літературі немає. У статтях [13, с. 8; 19; 24; 26] та інших, проаналізовано найбільш характерні погляди різних вчених та наукових інституцій на цю проектно-прогностичну технологію, а також подана хронологія виникнення форсайту як терміну та його еволюція у часі.

Форсайт – це інструмент, який добре себе зарекомендував в сучасних реаліях, і зокрема використовується для розробки спільного довгострокового бачення, визначення пріоритетів досліджень, сканування майбутніх загроз і можливостей, а також для формулювання довгострокових стратегій, орієнтованих на майбутнє [2].

Форсайт – добре відома та широко використовувана методологія для створення середньо- та довгострокових бачень технологічного, економічного та соціального розвитку [19].

Форсайт є одним із важливих наукових міркувань про майбутнє, що враховує умови невизначеності та розглядає об'єкти дослідження (країну, регіон, компанію, суспільство тощо) систематично [14].

У нашому дослідженні під форсайтом будемо розуміти «систематичний спільний процес побудови бачення майбутнього, націлений на підвищення якості прийнятих у цей момент рішень і прискорення спільних дій», що дозволяє застосовувати «спеціальну технологію формування пріоритетів розвитку різних сфер життя суспільства з метою мобілізації максимально великої кількості учасників для досягнення якісно нових результатів у розвитку країни, регіону, громади» [13, с. 9].

Науковцями N. Yüksel & H. Çifci запропоновано новий підхід до технологічного прогнозування під назвою Foresight Periscope Model (FPM). Представлено загальну функціональну модель форсайту з дев'ятьма послідовними фазами під назвою «Foresight». Авторами розроблено новий підхід до технологічного прогнозування, який складається з трьох взаємозалежних модулів: ресурси, методологія та стратегії майбутнього. «Модель використовує подібність перископа, тобто ресурси та методологія є основними частинами, які дозволяють організації бачити альтернативне майбутнє та надавати майбутні стратегії, яких слід дотримуватися, щоб вижити та конкурувати в навколишньому середовищі» [17].

Важливою є ефективність використання форсайту для розроблення стратегії розвитку університетів як трансфер інновацій в економічний простір держави.

S. P. Sun, J. H. Fan, Q. Wang (Китай) аналізують проблеми створення загального плану китайських університетів як у теорії, так і в практичній діяльності. Ними висувається основна концепція стратегічного плану foresight-development, вказуються необхідні умови та можливі шляхи з огляду на науковий розвиток вищої освіти та створення гармонійного середовища розвитку з метою досягнення характерного для університету розвитку [24].

Автори статті [19] (Данія – Фінляндія – Норвегія) вважають, що форсайт інноваційної системи (innovation system foresight – ISF) здійснює значний внесок у виконання третьої місії університетів шляхом створення активного діалогу між університетами, промисловістю та суспільством, сприяє реалізації дослідницько-конструкторських та інноваційних аспектів шляхом розвитку спільного розуміння порядку денного та майбутніх потреб зацікавлених сторін. Крім того, форсайт дає можливість спроектувати освіту відповідно до визначених потреб. Університети мають розуміти свою роль у ширшій інноваційній системі, щоб реалізувати потенціал економічного розвитку та, відповідно, свою третю місію.

Дослідження [3] має на меті представити основу для прогнозування в освіті, надає політикам, стратегам планування і стейкхолдерам можливість допомогти їм визначити можливе та бажане майбутнє освіти. Процес включає: а) етап попереднього прогнозування, на якому виконуються підготовчі дії для виконання початкового прогнозу; б) основний етап форсайту – здійснюються методи операціоналізації процесу форсайту; с) етап після прогнозування, на якому дії, пов'язані з поширенням результатів, відбуватимуться в різні часові рамки. При цьому три важливі здібності людей для Форсайту включають: концептуальне розуміння, здатність до розрахунків, дух прогнозування та методологію. Крім того, основними компонентами для вивчення майбутнього в

галузі освіти є: філософія, цілі, теоретичні основи, виконавчі процеси з урахуванням розвитку освіти на національному та міжнародному рівнях.

Стаття [20] спрямована на обговорення правомірності застосування підходів форсайту для потреб розвитку компетенцій, орієнтованих на майбутнє. Автори акцентували увагу на ключових компетентностях майбутнього, відібраних у результаті аналізу проведених досліджень провідними науковцями й практиками. Обґрунтували правомірність застосування підходів форсайту для розвитку компетенцій, орієнтованих на майбутнє: потреба підготувати наступне покоління співробітників до роботи у світі мінливості, невизначеності, складності й неоднозначності; широкий спектр необхідних навичок із зростаючою роллю м'яких компетенцій; система освіти та навчання не реагують належним чином на формування компетенцій, орієнтованих на майбутнє; необхідно запропонувати підходи до формування компетентностей, необхідних у майбутньому; прогнозування та грамотність майбутнього розглядаються як відповідні підходи, однак їм потрібно більше зосередитися на індивідуальному рівні та нових методах й інструментах.

Основні дослідницькі проблеми, які розглядають автори [10], стосуються: 1) визначення компетенцій, які допоможуть науковцям, підприємцям і студентам справлятися з невизначеністю та 2) передачі компетенцій цільовим групам через навчальні теми, вибрані з досліджень майбутнього та репертуару підприємництва.

Форсайт, як один із технологічних аналізів, орієнтованих на майбутнє, розвивається протягом усього свого шляху в межах поколінь на основі різних концепцій у різних вимірах. Станом на сьогодні сучасники виділяють структуру генерації форсайтів нових технологій як шосте покоління. Форсайт 6.0 оцінюється за основними вимірами, учасниками, економічними основами та принципами. Зростання концепцій Індустрії 4.0, нетократії, кіберпростору, біотехнологій, етичних цінностей і розмитості ролей в економіці є основними чинниками цього нового покоління передбачення [8].

У статті [26] розкривається перспектива інституційної зрілості для розвитку спроможності форсайту в наукомістких організаціях. Пропонується сітка зрілості форсайту, структурована за п'ятьма вимірами: люди; складність методів, платформ та інфраструктур; складність областей застосування; організаційна структура і вплив на навколишнє середовище. Описані п'ять рівнів зрілості, які поступово розвиваються в організаційних можливостях і становлять еволюційну логіку, оперативно сформульовану в процесах, проектах і циклах передбачення. Наведено приклад застосування форсайту в *Colombian public knowledge-intensive organizations*, що надає докази його корисності та застосовності для створення можливостей передбачення.

Обґрунтовано, що розробка інноваційних технологій у сфері підготовки майбутніх фахівців як трансфер інновацій в економічний простір держави здійснюється на основі постмодерністського підходу до аналізу професійної освіти, який інтегрувався засобами особистісно-орієнтованого, діяльнісного, професійно-творчого та психолого-педагогічного підходів на системному універсальному рівні. Розглянуто професійні вимоги до педагогів-новаторів [7].

Грунтовний аналіз науково-дослідницьких праць та ресурсів, що містять матеріали про сучасні реалії та перспективні напрямки форсайт моделювання синергетичного освітнього простору підготовки майбутніх фахівців, дозволив у дослідженні використати різноманітні методи. Розгляд публікацій, присвячених питанню, що вивчається, у періодичних виданнях філософського, психолого-педагогічного та методичного спрямування є підґрунтям для визначення понятійно-категоріального апарату та аналізу, систематизації й узагальнення наявного досвіду, обґрунтування теоретичних засад дослідження.

Для практичної реалізації розробленої авторами моделі конкурентної системи підготовки бакалавра математики пропонуються методи наукового передбачення: метод спроб і помилок (*trial and error*), індукція, дедукція, абстрагування, аналіз незнайомих предметів, синтез і як поєднання обох – експеримент [43, с. 167-174], сценарний метод тощо. Проаналізуємо деякі з них.

В основу методу «спроб і помилок» покладається експеримент або знання, які одержані на його основі. Такими знаннями, за переконаннями Г. Рейхенбаха, є висновки, одержані за інструкцією як «інструментом передбачаючого пізнання». Евристичність індуктивного методу полягає в тому, що він допомагає знайти серію подій, частота яких прямує до границі, якщо вона існує. Пошуки цього каскаду подій йдуть шляхом спроб і помилок. Встановивши певну частоту появи подій, робиться висновок, що ця ж сама повторюваність подій матиме місце і в майбутньому в аналогічній ситуації. За переконанням Г. Рейхенбаха «передбачення майбутніх дослідів може бути зроблене лише в розумінні спроби; ми враховуємо його (передбачення) можливу хибність і якщо передбачення виявляється помилковим, ми готові повторити нову спробу. Метод спроб і помилок – є ефективним інструментом передбачення. Очікуване ствердження є ставка (posit): замість того, щоб знати його істинність, ми знаємо його ступінь (rating), що вимірюється у термінах його ймовірності» [21].

Теоретичною основою цього виду передбачення є сукупність положень, виведених індуктивним шляхом. Тому кожний одержаний результат є лише ймовірним, бо «все знання ймовірне і може бути стверджене тільки у розумінні ставок (posits); індукція ж є інструментом для знаходження кращих ставок (posits)» [21, с. 246].

Метод спроб і помилок підтримував В. Ешбі, зокрема учений сформулював закон необхідної різноманітності (відомий як «закон Ешбі»), згідно з яким для досягнення стійкого наміченого результату різноманітність системи, яка управляє, повинна бути такою ж, як і різноманітність діяльності, якою управляють [1].

Метод спроб і помилок відомий також в науковій літературі як «метод перебирання варіантів».

Причинне передбачення – це спосіб виведення наслідків через екстраполяцію основних тенденцій системи причинних законів на нові явища дійсності, які до цього часу невідомі або ще не існують [44, с. 181]. Але не все

можна передбачити на основі причинних зв'язків, зокрема між одиничними і випадковими явищами. Передбачення на основі причинних зв'язків можливе тоді і тільки тоді, коли ці зв'язки є не тільки необхідні, а й одночасно всезагальні й істотні, тобто мають характер закону.

Метод екстраполяції полягає у створенні нового абстрактного образу предмета на основі існуючих знань.

Ejdys J. та інші (Польща) стверджують, що застосування сценарного методу сприяє усвідомленню того, що, хоча майбутнє тільки одне, прийти до нього можна різними шляхами, вибір яких залежить від учасників Форсайт-процесу. Проект їх сценарного планування вбачав три завдання: формування образів майбутнього факультету з участю його співробітників; виявлення основних чинників, що визначають розвиток екосистеми факультету; складання сценаріїв, розроблених на основі оригінальної Форсайт-методології: S1 – «Успішний і заможний» (Outstanding and Wealth) – високий інтелектуальний капітал забезпечує ефективне залучення фінансування досліджень і розробок і за рахунок цих коштів отримує потенціал до подальшого нарощування; S2 – «Розумний, але бідний» (Skilled and Impoverished) – досягнутий рівень інтелектуального капіталу недостатній для припливу адекватного фінансування досліджень і розробок, проте факультет і університет в цілому продовжують інвестувати в розвиток цього активу. Завдяки чому при послідовних та рішучих діях з'являються шанси підвищити ефективність залучення коштів, тим самим нарощування інтелектуального капіталу дозволяє в перспективі перейти до сценарію 1, однак недостатньо послідовні кроки зроблять зворотний ефект, і в результаті реалізується сценарій 3; S3 – «Відчужений і покинутий» (Alienated and Abandoned) – низький рівень інтелектуального капіталу не дозволяє ефективно конкурувати за фінансування досліджень і розробок і тому не має коштів для свого підживлення, тільки зовнішні інтервенції або цілеспрямовані зусилля персоналу зможуть запобігти катастрофі та перейти до сценарію 2; S4 – «Обладнаний, але заблукалий» (Equipped and Lost) – наявний рівень

інтелектуального капіталу поки що дозволяє ефективно конкурувати за фінансування досліджень і розробок, однак без постійної підтримки він може бути швидко втрачений, а працівники факультету перетворяться на ремісників від науки, у результаті чого знизиться конкурентоспроможність у залученні коштів на дослідження і розробки, потім настане деградація і поступове сповзання в сценарій 3 [4].

Зазвичай методи породжують технології (форсайт, аналіз взаємних впливів, експертні панелі, огляд наукової літератури, технологічні дорожні карти, математичне моделювання тощо).

Прогностичні ідеї вчених, висловлені ними у статтях, а також власні авторські наукові дослідження дають можливість запропонувати для обговорення конкурентну систему підготовки бакалавра математики у вигляді структурно-функціональної моделі (рис. 2).

Модель складається з трьох блоків: передпрогнозна ситуація, прогностичне моделювання і прогностичне анкетування.

Перший блок моделі фактично є цільовим, він вказує на дисипативний стан зовнішнього і внутрішнього середовища педагогічної системи підготовки бакалавра математики через збір даних прогностичного фону і необхідність реформування системи. Тому мета формулює завдання на прогноз і теоретичну концепцію дослідження.

Другий блок виражає прогностичне моделювання педагогічної системи. Тут ми враховуємо підходи (компетентнісний, системний, діяльнісний, особистісно орієнтований, синергетичний) і принципи прогнозування: загальні методологічні (об'єктивності, пізнання, детермінізму, розвитку, історичності, єдності теорії з практикою) і спеціального призначення (принципи дослідницької доказовості, понятійно-термінологічної однозначності та точності, цілісності та системності, неперервності, варіативності, дослідно-експериментальної верифікації, практичної спрямованості) [35, с. 17].



Рис. 2. Модель створення конкурентної системи підготовки бакалавра математики (авторська розробка)

Теоретична концепція дослідження реалізується в побудованій базисній моделі освітнього середовища університету через систему «зміст освіти – викладачі – блок особистісних якостей – студенти».

Третій блок моделі забезпечує постійний моніторинг якості базової моделі через діагностику і коригування компетентностей бакалавра математики і

пропонує вибір одного з біфуркаційних шляхів формування його професійних компетентностей.

Розглянемо форсайт-технології щодо можливостей моделювання процесу навчання бакалавра математики як прогнозування освітнього процесу в умовах дистанційного, змішаного та стаціонарного навчання для розвитку студента як майбутнього конкурентоспроможного фахівця (рис. 3).



Рис. 3. Форсайт-технології моделювання педагогічних систем: навчальна дисципліна, спеціальність (авторська розробка)

Технологія форсайтингу через методи аналізу взаємних впливів, експертних панелей, огляд джерел, технологічні дорожні карти [5], реалізується кафедрою математики та інформатики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. У статті ми виділимо декілька коротко- і середньострокових дорожних карт, які можна залучати до прогностичного моделювання підготовки бакалавра математики:

- 1) популяризація математики як необхідної умови розвиненого суспільства;
- 2) розвиток змішаного навчання, зокрема можливість співпраці з іншими університетами України та зарубіжжя; активне використання дистанційного навчання: створення відкритих освітніх ресурсів: сайтів, YouTube-каналів тощо;

- 3) забезпечення інформатизації навчального процесу та доступ до міжнародних інформаційних систем у ЗВО;
- 4) творча співпраця викладача і студента, реалізація суб'єкт-суб'єктних взаємин викладача і студента за активної ролі студента;
- 5) регулярна модернізація освітніх програм, навчальних планів;
- 6) фундаменталізація професійної підготовки бакалавра математики, яка передбачає ретельний добір фундаментального ядра змістового, процесуального, управлінського блоків, блоку практичної підготовки;
- 7) в умовах синергетичного освітнього простору надзвичайно важливим є постійний моніторинг математичної освіти у різних країнах, дослідження інтеграційних процесів й моделювання на їх основі підготовки бакалавра.

Стосовно першої дорожньої карти зауважимо, що популяризація математики та інформатики має надзвичайно велике значення для розвитку сучасного суспільства. Щороку з 2018 року кафедрою математики та інформатики факультету математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського проводиться засідання круглого столу «Форсайт розвитку математичної та інформатичної освіти Вінниччини та України». На зустрічі запрошуються спікери-експерти сучасних напрямків з цифрових технологій, віртуальної реальності, тривимірного моделювання для обговорення, планування і прогнозування як спроба передбачити необхідні фахові компетентності студента, які будуть відповідати потребам сучасного і майбутнього ринку праці.

У 2018 році учасники Круглого столу обговорювали за тематичними напрямами питання щодо основних напрямів освітньої реформи Нової української школи в контексті розвитку математичної освіти на Вінниччині та в Україні (Мар'яна Ковтонюк), сучасні вимоги до підготовки вчителя математики, інформатики та фізики (Петро Пасіхов, Юрій Пасіхов), моніторинг якості підготовки старшокласників з математики, інформатики та фізики (Андрій Півторак).

У 2019 році експерти Круглого столу обговорювали особливості виконання проєктів з розробки мобільних застосунків (Тарас Коломієць), засоби навчання інформатики учнів з порушеннями зору в інклюзивних класах (Олена Косовець), використання сервісів Microsoft в освітній діяльності (Сергій Пойда).

2020 року запрошені експерти запропонували розглянути математику як мистецтво життя (Ігор Ключко) і спілкувалися з випускниками намагаючись відповісти на питання «Чи є життя після фізмату?» (Олександр Музика).

У 2021-2023 роках експерти акцентували увагу на питанні «Навіщо вивчати математику та комп'ютерну математику?», роль математики та інформатики у професійній діяльності та в особистому житті (експерти Дмитро Мира, Яна Мельник, Олена Пугач). Експерти окреслили напрями своєї професійної діяльності, поділилися досвідом заснування освітнього простору для дітей, перспективами та планами на майбутнє, пролунали й запрошення для випускників факультету на вакантні посади до освітніх структур. Важливим напрямком у роботі випускників виділяється волонтерство.

Спікерами-експертами заходів є випускники факультету математики, фізики і комп'ютерних наук.

Запрошені експерти та стейкхолдери 2018-2022 років звертають увагу на потреби ринку праці у фахівцях з тривимірної графіки та доповненої реальності, потребу суспільства на освітні гуртки, школи та онлайн-курси з математики для підготовки учнів до зовнішнього незалежного оцінювання.

Прогнозуючи тенденції ринку праці на основі доповідей та пропозицій експертів-стейкхолдерів, викладачами кафедри математики та інформатики у 2019 році були розроблені навчальні програми «Комп'ютерна графіка», «Основи вебдизайну» і «Вебпрограмування».

Викладачі кафедри математики та інформатики є засновниками та членами редакційної колегії науково-популярного альманаху «Математика та інформатика навколо нас». В альманасі друкуються науково-популярні статті, які стосуються математики та інформатики, їх становлення, розвитку, вивчення,

застосування, нових досліджень тощо. З 2018 року видано сім збірників, у яких опубліковано більше двохсот праць науково-популярного змісту.

З 2017 року колективом кафедри математики та інформатики започатковано проведення Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Математика та інформатика в науці й освіті: виклики сучасності».

Надзвичайно важливою дорожньою картою виступають **друга і четверта**, які пропонують розвивати змішане навчання, враховуючи суб'єкт-суб'єктні стосунки викладача і студента. У рамках дослідження форсайту розвитку математичної та інформатичної освіти на кафедрі математики та інформатики також функціонує STEM-центр «Навчально-науковий тренінг-центр з інформатики та комп'ютерної математики» для студентів молодших курсів та учнів, вчителів закладів загальної середньої освіти. Метою STEM-центру є розвиток мотивації до вивчення технічних, природничо-математичних наук; популяризація технічних та природничо-математичних спеціальностей; підготовка фахівців нової генерації, здатного приймати виклики майбутнього, перетворювати і виробляти нові знання як для свого професійного майбутнього, так і для особистого зростання в будь-якій самостійній та груповій діяльності.

У 2019-2022 р.р. тренінг-центр працював за такими сучасними напрямками інформатики і математики: Python: бібліотека tkinter, віконні додатки, construct 2, створення ігор, платформер, одновимірні (багатовимірні) масиви, сучасні методи розмітки Web-сторінки, способи використання графічних зображень у застосунках з графічним інтерфейсом (на прикладі Lazarus), задачі Без'є та Ерміта, практичне застосування знань і навичок з математики та інформатики до розв'язування реальних задач на прикладі задач компанії Google, криптографія: шифр Цезаря, Віженер та шифр RSA, створення циклічної анімації, імпорт зображень та аудіо.

Основними завданнями «Навчально-наукового тренінг-центру з інформатики та комп'ютерної математики» є залучення молоді до навчально-практичної та науково-дослідницької діяльності; поглиблення знань учнів,

студентів із технічних та природничих дисциплін; створення умов для розвитку творчої діяльності молодого дослідника; сприяння професійному самовизначенню учнів; залучення студентів до викладацької діяльності, створення творчих наукових колективів, підготовка резерву студентів педуніверситету, виховання у студентів потреби постійно вдосконалювати знання з обраної професії.

У 2020-2021 роках під керівництвом завідувача кафедри математики та інформатики, доктора педагогічних наук, професора Мар'яни Ковтонюк викладачі кафедри розробили проєкт «3D-моделювання і його використання для протезування кінцівок» та стали переможцями Конкурсу проєктів в рамках «Бюджету громадських ініціатив Вінницької міської об'єднаної територіальної громади». Заступник керівника проєкту Андрій Чикішев наголосив, що основною його метою є проведення для жителів територіальної громади циклу популярних лекцій з 3D-моделювання, що дозволить наблизити освіту та наукові дослідження до соціальних потреб жителів громади й втілювати в життя на місцевому рівні засади Конвенції ООН «Про права інвалідів». Інклюзивна політика міста має сприяти повноцінній і рівноправній участі в житті всіх громадян, максимально враховувати потреби (інтереси) кожного, створюючи комфортне місто для всіх жителів без виокремлення певної категорії [15].

У межах реалізації цього Проєкту на базі освітнього хабу «NotBox» у Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського авторами проведено цикл популярних лекцій з математичного і комп'ютерного тривимірного моделювання для створення прототипів зовнішньої форми протезу, ідентичного за формою до втраченої кінцівки. Спікер Олена Косоцька, кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри математики та інформатики виступила з лекцією «Сканування. Робота в програмі (Artec studio). Принципи практичного сканування об'єктів в автоматичному режимі», яка наголосила, що створення 3D-моделей сьогодні незамінний процес не тільки в промисловості, але і в багатьох областях діяльності людини, таких як

медицина, архітектура, будівництво, дизайн, освіта тощо. Виготовлення 3D-моделей дозволяє оцінити технічні та фізичні особливості об'єкта моделювання ще до створення його реального зразка. Спікер Ярослав Крупський, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики та інформатики виступив з лекцією «Моделювання (Rhinoseros)» у якій зазначив, що завдяки 3D-моделі виробу можна проаналізувати його розмір, комплектацію та матеріал, з якого він має бути виготовлений. Створення моделі – невід'ємна частина у виготовленні реального виробу. Тривимірне моделювання є окремим видом комп'ютерної графіки, яке включає всі необхідні інструменти та прийоми, що застосовуються для побудови об'ємної моделі об'єкта.

У рамках реалізації цього Проекту проведено творчий конкурс з 3D-моделювання серед учнів та студентів Вінницької міської об'єднаної територіальної громади. Понад 30 учнів та студентів надіслали тривимірні моделі для участі у конкурсі. Оцінювання відбувалося за розробленими критеріями з урахуванням вимоги до конкурсних робіт, які були зазначені у Положенні Конкурсу. Переможців конкурсу нагороджено цінними призами, а саме: 3D-принтерами, графічними планшетами.

Що стосується **третьої дорожньої карти**, то у сучасному дисипативному стані освітнього простору метою науково-педагогічного форсайту є створення ефективної конкурентної методичної системи підготовки бакалавра математики, яку не можна пояснювати як звичайне продовження минулого, тому що нова педагогічна система можливо набуватиме принципово інших форм, засобів та методів. Реалізація оголошеної мети забезпечується методично виваженим застосуванням передових цифрових технологій.

Сучасний викладач вищої школи в умовах дистанційної та змішаної освіти навчається створювати та використовувати мультимедійний та інтерактивний освітній контент для підвищення його дидактичного потенціалу та зацікавлення цифрового покоління студентів. Цифрові технології дозволяють зробити процес навчання мобільним, диференційованим та індивідуальним. Таким заняттям

властиві адаптивність, керованість, інтерактивність, поєднання індивідуальної та групової роботи, часова необмеженість навчання [27].

У 2020-2021 роках університети України у зв'язку із пандемією Covid-19 змушені були перейти на дистанційну форму навчання та повністю змінити методичну систему навчання та взаємодії учасників освітнього процесу.

Перехід на дистанційне навчання спричинив справжній «вибух» створення нових освітніх цифрових інструментів різного призначення. Щоб віртуальне заняття було максимально інтерактивним, педагогічно успішним, яке досягнуло поставленої мети, викладач має орієнтуватися та обирати відповідні цифрові засоби, які будуть вирішувати виконання певних етапів заняття в залежності від його типу.

Перехід на дистанційне навчання має ще один достатньо важливий аспект як для кожної особистості, так і для суспільства в цілому - економічний і безпековий. Глобальний світ непередбачуваний, але навчальний процес має та повинен відбуватися у таких складних екстремальних ситуаціях та подіях і в цих умовах потрібно готувати майбутніх фахівців у різних галузях економіки.

Прогнозування та успішне планування викладачем навчальної діяльності в умовах дистанційної освіти складається з двох етапів:

– перший етап: відповідно до виду запланованого заняття обрати цифровий інструмент, який забезпечує досягнення поставлених програмних результатів навчання;

– другий етап: вибір віртуального навчального середовища для забезпечення організаційних процесів, що супроводжують навчання.

Викладач має не просто знати цифровий інструментарій для проведення дистанційного навчання, а методично виважено застосовувати цифрові засоби для вирішення певних етапів заняття у залежності від його виду: застосовувати відповідний цифровий інструмент в залежності від обраних методів навчання на конкретному етапі заняття. Наприклад, для реалізації методів «Робота у парах» та «Мозковий штурм» у віртуальних відеоконференціях Zoom, Google Meet чи

Microsoft Teams радимо скористатися командою для створення окремих віртуальних кімнат із вказаною кількістю студентів; метод «Мікрофон» реалізувати за допомогою команди «Підняти руку».

Для успішної взаємодії усіх учасників освітнього процесу варто врахувати чи вміють викладач і студент користуватися обраним застосунком, володіють навичками роботи з його відповідними функцій та командами, які будуть використані на занятті.

Серед розмаїття цифрових інструментів викладач має обрати, який саме застосунок буде використовувати на занятті. Наприклад, для проведення віртуальних відеоконференцій працюють такі додатки як Zoom, Google Meet, Microsoft Teams, WebEx, TrueConf, Webinar Meetings, GoToMeeting, Skype та ін. Під час такого непростого рішення важливо врахувати:

- простоту у встановленні та налаштуванні додатка;
- вимоги до швидкості роботи мережі Інтернет;
- чи підтримує кирилицю;
- наявність реєстрації та її етапи (можливо додаток є платним);
- скільки часу потрібно, щоб студенти навчилися користуватися цим додатком;
- чи містить додаток необхідні функції для організації навчання, наприклад, розподіл студентів на окремі кімнати, чат для спілкування та ін.;
- пройти «шлях студента» і врахувати необхідний час для налаштування технічних моментів;
- чи можна зберігати напрацювання для подальшої роботи і у якому форматі;
- чи можуть використовувати обраний інструмент люди з особливими освітніми потребами.

Успішне розв'язання завдань підготовки фахівців із вищою освітою значною мірою залежить від сформованості освітнього простору викладачів закладів вищої освіти. На викладача, згідно із Законом України «Про вищу

освіту» (стаття 58), покладаються складні й відповідальні обов'язки: постійно підвищувати професійний рівень, педагогічну майстерність і наукову кваліфікацію; забезпечувати високий науково–теоретичний і методичний рівень викладання дисциплін у всьому обсязі освітньої програми відповідної спеціальності; дотримуватися норм педагогічної етики, моралі, поважати гідність осіб, які навчаються у закладах вищої освіти, дотримуватися в освітньому процесі та науковій (творчій) діяльності академічної доброчесності та забезпечувати її дотримання здобувачами вищої освіти [42].

Освітній простір викладача є об'єднанням *особистісного, ціннісного, культурного, комунікативного, діяльнісного та інформаційного* підпросторів (рис. 4) і будується на компетентностях, що мають яскраво виражений діяльнісний характер і виявляються в умінні здійснювати вибір, виходячи з адекватної оцінки себе у конкретній ситуації.

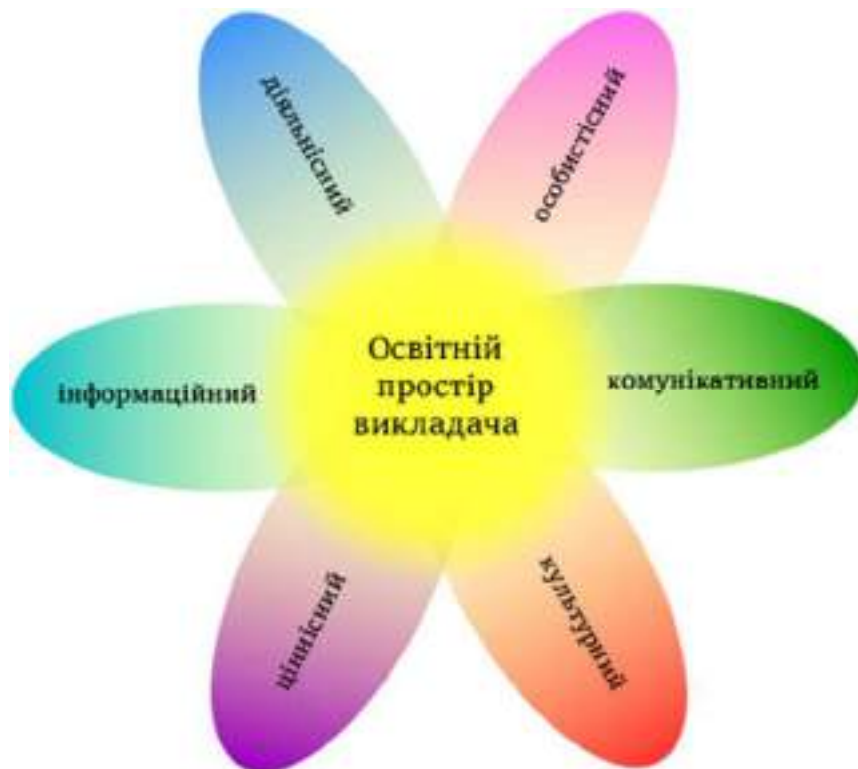


Рис. 4. Освітній простір викладача університету (авторська розробка)

Професійні компетентності викладача математики та інформатики ми розглядаємо як *унікальне поєднання професійних знань, умінь і якостей*

викладача, об'єднаних гуманно-ціннісним ставленням до студентів і колег, творчим підходом до праці, постійною спрямованістю на особистісне і професійне вдосконалення; використанням інноваційних і цифрових технологій, у процесі чого формуються нові авторські педагогічні системи, які сприяють освітньому та економічному розвитку держави. Серед основних компетентностей викладачів математики та інформатики ми виокремлюємо такі: високі предметні компетентності, що включають науково-дослідницьку роботу; особистісні (креативність, динамічність, здатність до діалогу, дискусії); інноваційні (здатність використовувати у навчальному процесі різні інновації); проєктувальні, конструювальні; організаційно-практичні; комунікативні (в тому числі тьюторство, менторство, експертність).

Професійна компетентність викладача забезпечується комплексним поєднанням знань, діяльності та особистісних якостей. Ці структурні компоненти компетентності тісно пов'язані між собою і впливають один на одного. Знання відображаються та проявляються у діяльності, через діяльність знання можна отримати, осмислити, упорядкувати. З іншого боку знання впливають на діяльність.

Цінності, потреби, мотиви людини є рушійною силою для її діяльності. Особистісні якості в один період роботи викладача стимулюють, в інший – обмежують його діяльність, але в кінцевому випадку впливають на ефективність його роботи. З іншого боку за результатами діяльності можна зробити висновок про особистісні якості викладача, його здатність та готовність до професійної діяльності.

Знання та особистісні якості викладача також корелюють між собою. Знання можуть стимулювати розвиток особистісних якостей, збагачувати чи, навпаки, девальвувати цінності. З іншого боку, від цінностей, мотивації, здібностей, здатності та готовності викладача залежить спрямованість його знань та успішність оволодіння ними [31, с. 171].

Оскільки фундаментальні компетентності у викладача закладу вищої освіти вже сформовані, то він працює над своїм вдосконаленням, прямуючи за обраною траєкторією (рис. 5, маршрути 1 або 2).

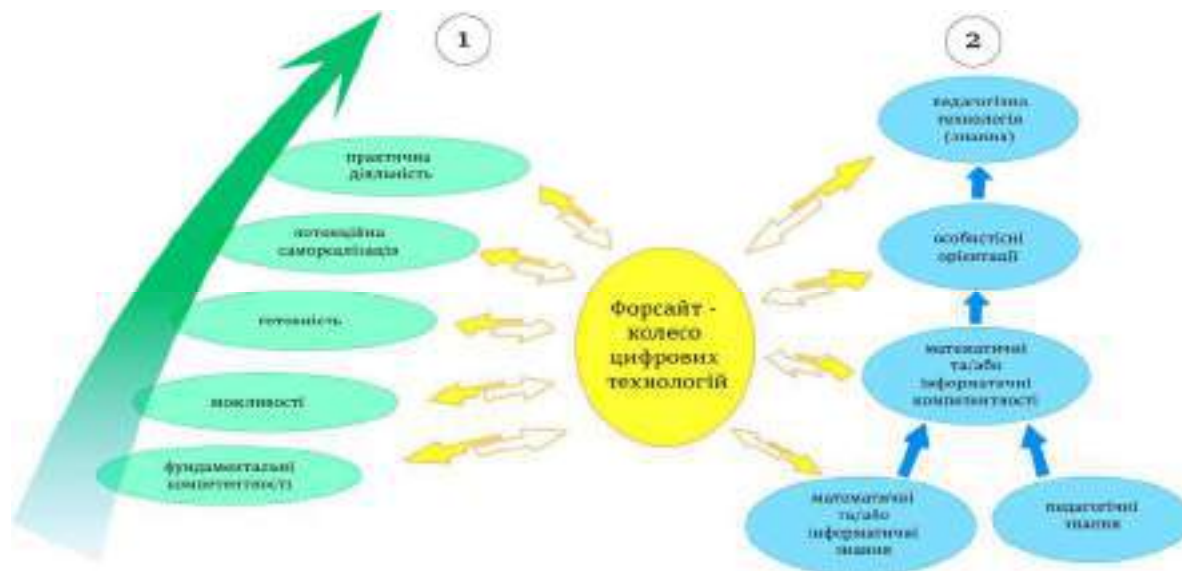


Рис. 5. Поле побудови маршрутів досягнень професійних компетентностей викладача університету (варіанти 1 (авторський) або 2 [25]).

Основні напрями роботи викладача в сучасних умовах: загальна характеристика (науково-педагогічний стаж, вчені звання та наукові ступені, звання); науково-дослідна робота (участь у держбюджетних, госпдоговірних, кафедральних наукових темах, грантові проєкти; публікація монографій, статей у Scopus, Web of Science, фахових виданнях України, науково-популярних журналах); науково-методична робота (видання підручників, навчальних посібників, методичних вказівок, розроблення та впровадження засобів контролю знань студентів, у тому числі й електронних; розроблення, модернізація та впровадження у навчальний процес цифрових технологій); організаційна робота включає широкий спектр обов'язків, які, з одного боку, стосуються основних напрямів науково-педагогічної діяльності, а з іншого – характеризують якості викладача як особистості (підготовка і проведення конференцій, олімпіад, конкурсів; підготовка студентів до участі у різних наукових та методичних заходах; участь у роботі комісій, рад тощо); міжнародна

діяльність (отримання грантів від державних і недержавних грантодавців, активна співпраця із закордонними колегами та партнерами).

У компетенції викладача закладу вищої освіти входить розроблення та написання робочих програм, силабусів, активна участь у ліцензуванні й акредитації спеціальностей.

Таким чином, тріада «Навчатися – доучуватися – переучуватися!» сприймається викладачем як заклик до особистісного зростання, неперервної освіти, постійного підвищення професійної кваліфікації. А це можливо в умовах організації адаптивного навчання викладачів і студентів.

Елементами адаптації й моделювання діяльності студентів і викладачів виступають адаптивні навчальні системи, оскільки вони мають будувати освітню траєкторію здобувача освіти з урахуванням персоналізації та відображенням особливих освітніх потреб студента. Зазвичай персоналізація передбачає адаптивну взаємодію, адаптивний доступ до курсу, адаптивний контент навчального матеріалу, адаптивну підтримку співпраці. Витоки технологій адаптації, що застосовуються в навчальних адаптивних системах, виходять зі сфери інформаційних навчальних систем (адаптивне планування, інтелектуальний аналіз даних, підтримка інтерактивного виконання завдань, підтримка виконання завдань на готових прикладах і підтримка спільної роботи) або зі сфери адаптивних гіпермедіасистем, які відповідають трьом критеріям: гіпермедіасистема повинна бути гіпертекстовою або гіпермедійною, мати модель користувача й адаптувати свій гіпермедіапростір, використовуючи цю модель.

Основними дидактичними принципами адаптивного навчання в сучасній інформаційній системі є принципи: активності – передбачає, що діяльність студентів має сприяти розвитку не тільки умінь розв'язувати задачі за заданим алгоритмом, а й самостійно будувати алгоритми для виконання творчих завдань; самостійності – виражається в тому, що в студентів формується вміння самостійно орієнтуватися в нових розділах і темах, самостійно мислити й

знаходити алгоритми для виконання нових завдань; індивідуальності – передбачає індивідуалізовані способи взаємодії студента й викладача, що сприяє формуванню у здобувачів освіти високого рівня інтелектуального розвитку; систематичності й послідовності – передбачає логічне, послідовне формування загальних і фахових компетентностей як з кожної теми, так і логічного зв'язку між різними темами [6, с. 14-19].

Принцип адаптивності навчання в інформатиці та математиці спрямований на побудову викладачами індивідуальних освітніх програм, націлених на психологічні коригування стереотипу дій особистості, її мислення й механізми реалізації.

Інформаційна навчальна система для адаптивного навчання інформатики та математики повинна забезпечувати умови для досягнення навчальних цілей; поєднувати різні типи подання навчальних матеріалів з урахуванням індивідуальних особливостей здобувачів освіти щодо сприйняття матеріалу (візуал, аудіал або кінестетик), бути адаптована під різні форми й методи навчання [9, 36].

Включення інформаційних систем в адаптивне навчання відбувається за такими моделями:

1. Інформаційно-навчальна модель націлена на отримання нових знань, формування умінь і навичок, застосування інноваційних педагогічних технологій, самопізнання.

2. Контрольно-коригуюча й діагностична модель передбачає застосування засобів контролю знань, експертних навчальних систем, діалогове вирішення практичних завдань.

3. Дослідницька модель пов'язана з формуванням дослідницьких здібностей здобувачів освіти й спрямована на набуття досвіду наукового дослідження.

4. Комунікативна модель спрямована на регулювання вибору режимів спілкування і взаємодії студентів й викладачів [11; 41].

Упровадження інноваційних технологій і дистанційного навчання у вищій освіті є однією з операційних цілей, завданнями якої є «створення індустрії інноваційних технологій та засобів навчання, що відповідають світовому науково-технічному рівню; унормування дистанційного навчання як форми здобуття вищої освіти» [45].

Забезпечення викладачем гнучкості освітнього процесу в умовах дистанційної освіти для реалізації адаптивного навчання здійснюється добром доцільного цифрового інструментарію у залежності від типу освітньої діяльності викладача, тобто від виду заняття: лекція, лабораторно-практичне заняття, контроль навчальних досягнень, залучення елементів неформальної освіти. Для вирішення проблеми вибору відповідного цифрового інструментарію нами розроблено форсайт-колесо цифрових технологій, як елементу прогнозування та підготовки викладача до заняття. Викладач під час підготовки до лекції чи лабораторно-практичного заняття обирає відповідні цифрові інструменти з форсайт-колеса з метою найбільш ефективного їх проведення (рис. 6).

Форсайт-колесо цифрових технологій демонструє подібність та відмінності у застосуванні додатків та онлайн ресурсів:

– перше зовнішнє кільце містить спільні для всіх видів освітньої діяльності цифрові інструменти;

– друге кільце розділено на спільні інструменти для лекцій та неформальної освіти, а також поєднано інструменти для лабораторно-практичних занять та здійснення контролю навчальних досягнень;

– третє кільце розмежовує інструменти для лекцій та лабораторно-практичних занять, та поєднує інструменти з контролю навчальних досягнень та неформальної освіти;

– четверте кільце демонструє інструменти, які доцільно застосовувати лише для відповідного типу занять [30].



– створення віртуального класу засобами систем керування навчанням (Learning Management Systems, LMS, наприклад, Moodle, Schoology, Blackboard, LMS «Collaborator»), освітні платформи (Google Class), які покращують ефективність навчання, збільшують доступність до навчального матеріалу здобувачам вищої освіти, які знаходяться у віддалених регіонах, мають фізичні обмеження або інші обставини, які перешкоджають навчанню в традиційних умовах; допомагають викладачам відстежувати прогрес студентів, підвищують ефективність управління навчальним процесом, дозволяють створювати індивідуальні освітні траєкторії;

– учасники освітнього процесу використовують соціальні мережі для обговорення матеріалів, діляться власними думками та ідеями, обмінюються інформацією, а також спілкуються з іншими студентами та викладачами. Наприклад, можна створити групу в Blogger, Facebook, Instagram, TikTok, Telegram, Viber, де студенти зможуть обговорювати різні організаційні моменти та ставити запитання;

– створення електронних підручників засобами Google Docs, Google Sites, Weblium, Wix, WordPress, за допомогою яких викладачі створюють та редагують навчальні матеріали, а студенти можуть отримувати до них доступ з будь-якого пристрою, в будь-який час та в будь-якому місці.

Друге кільце розділено на дві частини:

1) спільні інструменти для проведення лекцій та поєднання неформальної освіти:

– відеоредактори (OBS Studio, Bandicam, FastStone Capture, OpenShot Video Editor) для створення відео занять на YouTube (чи записи прямих/запланованих трансляцій) допоможуть студентам доповнити та розвинути математичні та інформатичні компетентності;

– підготовка презентацій для структурування навчального матеріалу і демонстрації схем, діаграм, таблиць та ілюстрацій засобами PowerPoint, Prezi, Google Slides, Canva, Genially, AhaSlides тощо;

– для створення та проведення мозкових штурмів, підсумкової рефлексії студентів варто скористатися можливостями електронних дошок Jamboard, Padlet, Microsoft Whiteboard, щоб виконати аналіз завдання, поділитися думками, враженнями та корисними ресурсами з іншими учасниками, які вони знайшли в процесі дослідження певної теми;

2) поєднання лабораторно-практичних занять та контролю навчальних досягнень:

– створення опитувань та тестових запитань з елементами ігрофікації засобами онлайн ресурсів Lumio, Quizizz, Kahoot, Quizlet, на певну тему із налаштуванням, щоб студенти могли бачити або не бачити правильні відповіді після проведення опитування/тестування;

– робота над власним портфоліо зі своїми роботами та проєктами, які студенти можуть додавати під час навчання, а викладач може оцінювати та коментувати роботи у портфоліо;

– створення та застосування інтерактивних вправ та ігор від LearningApps у процесі навчання математики та інформатики допомагають зосередити увагу студентів та зробити процес навчання гейміфікованим та зрозумілим, збільшити зацікавленість та мотивацію студентів, а також покращити їхні знання та розуміння навчального матеріалу.

Третє кільце – це поєднання:

1) лекцій та лабораторно-практичних занять:

– викладач поєднує теоретичний і практичний навчальний матеріал на конкретних прикладах з математики та інформатики через онлайн-ресурси, що дозволяють створювати та керувати математичними завданнями та іграми, містять графіки, таблиці та інші інтерактивні елементи, з якими можуть взаємодіяти студенти (Matific).

– створення та редагування електронних таблиць, виконання обчислень, аналіз, сортування даних та побудова графіків, діаграм, поверхонь засобами онлайн-інструмента Google Sheets;

– програмувати можна легко та просто на онлайн платформах візуального програмування (Scratch, Blockly, Code.org, Розумні блоки) та віртуальних середовищах (Ideone, Replit, Colab тощо) для вивчення популярних мов програмування.

2) контроль навчальних досягнень та неформальна освіта:

– освітні платформи електронного навчання, такі як Prometheus, Освіта.Дія, EdEra, Coursera, Gios, Khan Academy, Cisco, edX, Udemy, Future Learn забезпечують студентам доступ до якісних навчальних матеріалів: відеолекцій, текстових матеріалів, підручників та інших навчальних ресурсів високої якості, що розробляють викладачі провідних університетів та експерти з різних галузей науки. Усі ці платформи здійснюють оцінювання рівня знань студентів за допомогою тестів, опитувань, проєктів та інших методів контролю навчальних досягнень, що підтверджується сертифікатом чи дипломом.

Четверте кільце – це вузькоспеціалізовані інструменти для виконання навчальних дій на конкретному занятті.

1. Під час проведення лекцій це можуть бути ментальні карти, такі як Miro, Mindomo, Mind, які дозволяють створювати візуальні образи основних ідей та понять теоретичного навчального матеріалу, що охоплює основний зміст лекції. Розмістити підтеми навколо центральної ідеї та з'єднати їх з центральним елементом ментальної карти. Це допоможе студентам легше сприймати та поєднувати ключові поняття та зв'язки між темами, відстежувати та систематизувати отриману інформацію на лекції.

Інтерактивні підручники: такі як BookWidgets, Thinglink, Edpuzzle, дозволяють створювати інтерактивні матеріали для онлайн занять, що допомагають студентам взаємодіяти з матеріалом та отримувати зворотний зв'язок з викладачем.

2. На лабораторно-практичних заняттях в умовах дистанційної освіти можна організувати навчання у віртуальних лабораторіях та симуляторах, а саме: PhET, Virtual Labs, які дозволяють студентам проводити експерименти та

отримувати досвід у віртуальному середовищі максимально наближеному до реальних умов.

Можливості систем комп'ютерної алгебри, такі як Mathematica, Maple, Matlab чи Sage, допомагають студентам виконувати складні математичні розрахунки, створювати графіки та аналізувати дані, моделювати різні математичні функції, проводити чисельні експерименти та порівнювати результати.

Цифрові інструменти Desmos, GeoGebra чи Wolfram Alpha можуть бути корисними для побудови графіків та візуалізації математичних об'єктів. З допомогою таких інструментів можна демонструвати та розуміти геометричні та алгебраїчні зв'язки між математичними об'єктами.

На лабораторних заняттях, з іншого боку, цифрові технології можуть використовуватися для організації робочих місць, щоб студенти могли працювати з необхідним програмним забезпеченням та обладнанням.

Крім того, можна використовувати програмне забезпечення для збору, аналізу та відображення даних, що отримуються в процесі лабораторних досліджень. Це дозволяє студентам отримати практичні навички та досліджувати питання глибше.

3. На етапі контролю навчальних досягнень пропонуємо використовувати цифрові інструменти для створення інтерактивних завдань та тестів, які допоможуть викладачам здійснювати контроль знань студентів та отримувати відповідні результати (Google Forms, TestMaker).

4. Неформальна освіта – це не лише освітні онлайн-курси, а й також платформи для пошуку коучів та менторів (Mentorloop, Flash Mentoring, The Mentor Network), які дозволяють знайти наставників у різних галузях та отримати від них підтримку та поради; це спільноти та форуми (Reddit, Stack Exchange, LinkedIn Groups, Medium), що дозволяють обговорювати різні теми, ставити запитання та отримувати відповіді від експертів у різних галузях; це також віртуальні тури та екскурсії (Google Arts & Culture, AirPano, National Geographic)

для відвідування міжнародних університетів, музеїв, галерей, національних парків тощо.

Сукупність описаних цифрових інструментів форсайт-колеса в залежності від виду заняття, утворюють віртуальний освітній простір викладача, що допомагає спроектувати та якісно подати навчальний матеріал з математики та інформатики, використовуючи сучасні можливості в умовах дистанційної освіти. Розподіл цифрових інструментів форсайт-колеса допоможе викладачу підготуватися до заняття у залежності від його виду, а саме: подання теоретичного навчального матеріалу на лекціях, розв'язування задач та створення програм на лабораторно-практичних заняттях, здійснити перевірку навчальних досягнень студентів та майстерно поєднати формальну освіту з неформальною.

Інтенсивні взаємні обговорення учасників Форсайту з багатьох сфер діяльності показують пряму зацікавленість у вирішенні проблем підготовки бакалавра математики та інформатики. Дорожні карти Форсайту зафіксовані у відповідних документах кафедри, спільних засіданнях стейкхолдерів і викладачів, прийняті відповідні рішення.

На етапі емпіричного дослідження форсайт-технологій системи підготовки бакалаврів факультету математики, фізики і комп'ютерних наук було використано анкетування щодо ставлення студентів до прогнозування та передбачення організації освітнього процесу як результат проведення зустрічі з експертами круглого столу «Форсайт розвитку природничо-математичної освіти Вінниччини та України».

На засіданнях круглих столів форсайту розвитку природничо-математичної освіти протягом останніх років було акцентовано увагу на стрімкі зміни сучасних реалій освітньої системи, що має потребу у вчителях, які вміють швидко адаптуватися, а саме:

- 1) організувати очне, змішане та дистанційне навчання;

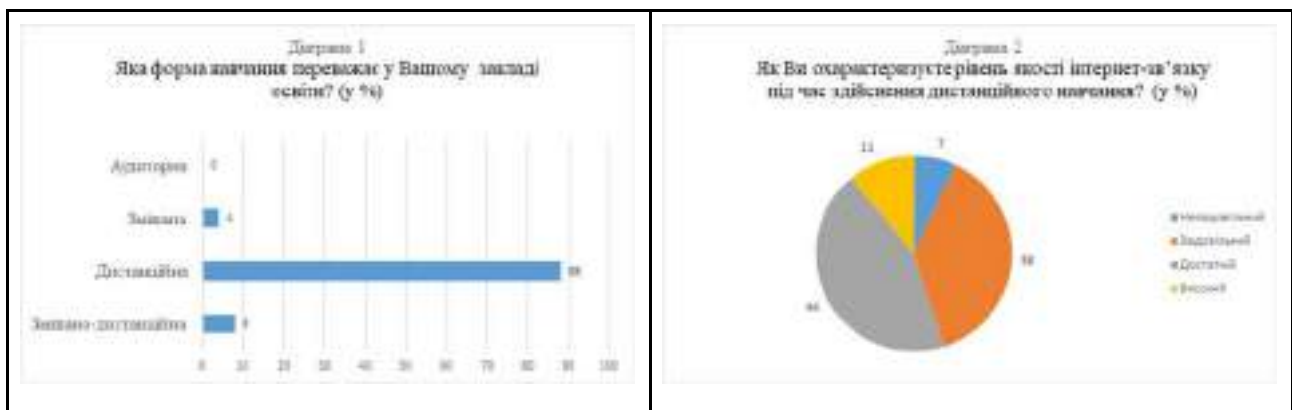
2) розробити онлайн-курс навчального предмету чи дисципліни з відеоматеріалами та інтерактивними завданнями, віртуальними лабораторіями та творчими кімнатами;

3) забезпечити взаємодію та зворотній зв'язок з учасниками освітнього процесу;

4) можуть самостійно опанувати нові цифрові технології та вміють доцільно їх застосувати у своїй педагогічній діяльності.

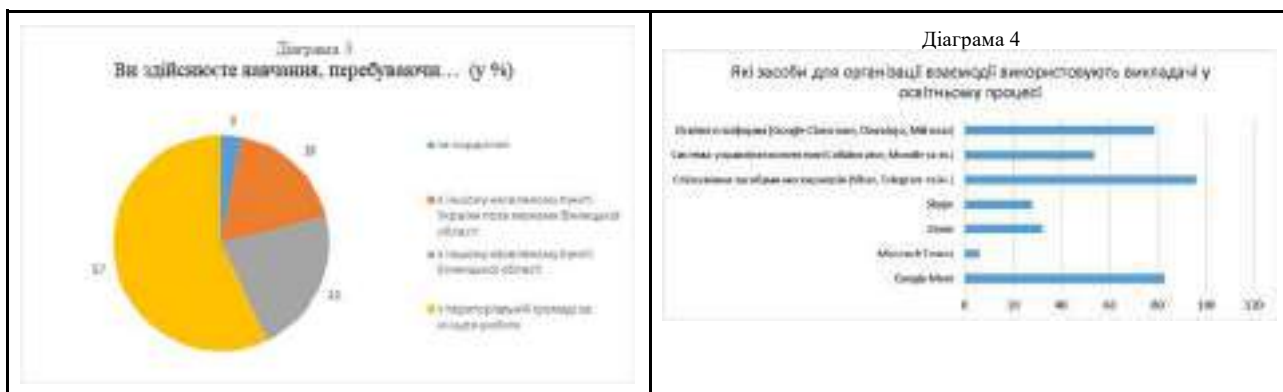
Авторами статті проведено опитування серед студентів і проаналізовано 96 анкет для аналізу цих основних питань. Анкета опитування складається з двох блоків питань. У першому блоці містяться питання для з'ясування ефективності дистанційного та змішаного навчання: обізнаність студентів із інструментарієм дистанційного навчання, як активно учасники освітнього процесу взаємодіють між собою в умовах дистанційного та змішаного навчання.

Відповідно до **другої дорожньої карти** організація дистанційного та змішаного навчання – це складний багатоетапний процес підготовки та подання навчального матеріалу різної форми студентам із застосуванням доцільних цифрових технологій для досягнення поставленої освітньої мети та програмних результатів навчання згідно освітньо-професійної програми. Якщо студенти користуються засобами дистанційного чи змішаного навчання і є його активними учасниками, то вони зможуть, за прикладом, самостійно організувати відповідну форму навчання.

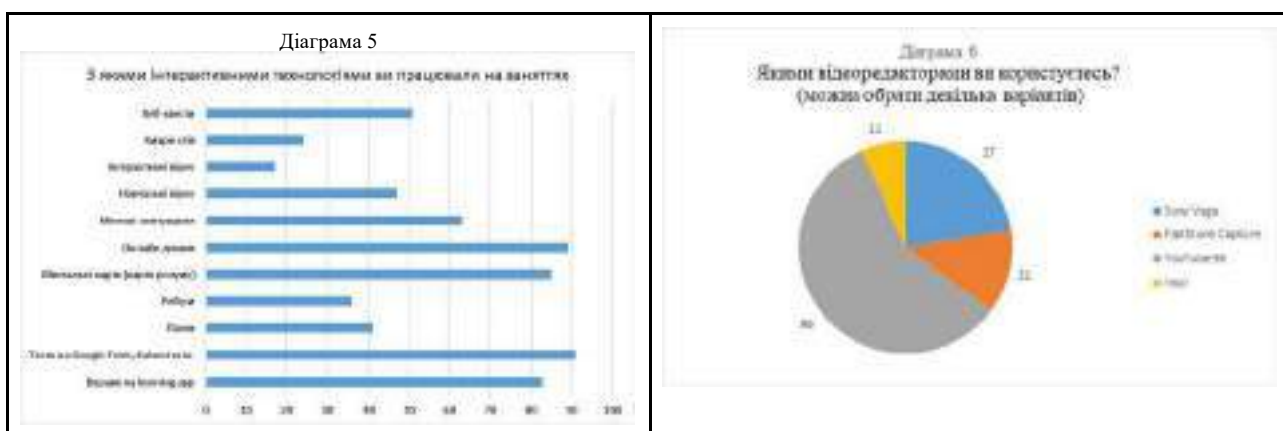


Як бачимо з діаграми 1, переважаюча більшість студентів навчається за дистанційною формою навчання, тому в межах дослідження нам важливо з'ясувати інші питання організаційного та методичного характеру.

Інформатизація навчального процесу (**третя дорожня карта**) є невід'ємною складовою процесу надання освітніх послуг в умовах сьогодення. Зокрема можемо бачити, що в учасників освітнього процесу переважає задовільний і достатній рівень якості інтернет-зв'язку під час здійснення дистанційного навчання (діаграма 2).



Більшість студентів поєднують навчання з трудовою діяльністю (діаграма 3) й активно взаємодіють та співпрацюють з викладачами в освітньому процесі на засадах суб'єкт-суб'єктних взаємин (діаграма 4), що повністю відповідає засадам реалізації **четвертої дорожньої карти**.



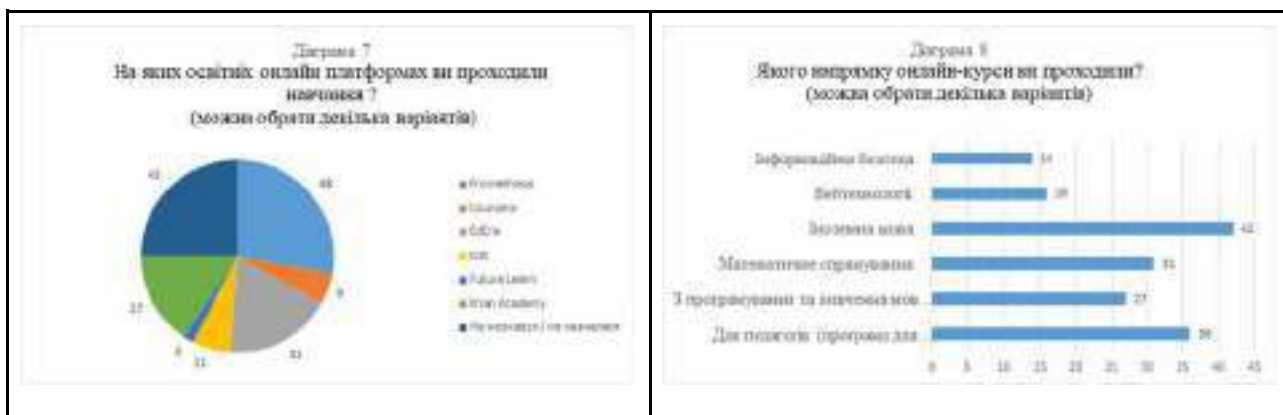
Учасники освітнього процесу для організації взаємодії застосовують низку засобів - Google Meet, Microsoft Teams, Zoom, Skype, спілкування засобами

месенджерів (Viber, Telegram та ін.), систем управління контентом (Collaborator, Moodle та ін.) та освітніми платформами (Google Classroom, Classdojo, Мій клас) (діаграма 4). А також використовують вправи на learning.app, тести, пазли, ребуси, ментальні карти (карти розуму), онлайн-дошки, миттєві опитування, навчальні та інтерактивні відео, хмари слів і веб-квести (діаграма 5). Згідно нашого опитування 72% студентів вміють самостійно створювати відеоконтент і застосовують для цього різноманітні сучасні інструменти (Sony Vega, FastStone Capture, YouTube та інші) (діаграма 6).

Отже, викладачі й студенти реалізують свій потенціал за допомогою цифрових технологій різного призначення. З одного боку, таким чином викладачі прагнуть урізноманітнити навчальний контент, зробити його максимально доступним, осучаснити методики навчання використовуючи інноваційні технології. З іншого боку, студенти мають можливість по-новому сприймати навчальний матеріал і, що важливо, отримують необхідний інструментарій для власної професійної діяльності відповідно до сучасних трендів в освіті. Забезпечення вищесказаного здійснюється через призму реалізації **дорожніх карт 2-4**.

У другому блоці нами з'ясовано чи здійснюють студенти самостійне навчання засобами освітніх онлайн-курсів для оволодіння новими компетентностями. Якщо студенти навчаються на сучасних відкритих онлайн-курсах, то зможуть самостійно здобувати нові знання і оволодіти новими компетентностями для того, щоб бути конкурентоспроможними на ринку праці.

Зауважимо, що студенти досить активно займаються самоосвітою. Більше половини опитаних проходили навчання на різних освітніх онлайн платформах (діаграма 7) відповідно до своїх особистих вподобань та захоплень, з метою професійного розвитку, рекомендацій стейкхолдерів, відпрацювання сценаріїв віддаленої роботи, набуття навичок роботи з відповідними продуктами тощо (діаграма 8), що забезпечується впровадженням технологій форсайтингу відповідно до **першої та другої дорожніх карт**.



Що стосується шостої і сьомої запропонованих нами дорожніх карт, то зазначимо, що в Україні постійно проводиться моніторинг освіти у різних країнах Європи, США та інших.

Таблиця 1. Порівняльний аналіз навчальних планів підготовки вчителя математики та інформатики

№ п/п	Дисципліни циклів загальної та професійної підготовки	1	2	3	4	5	6	7
1.	Елементи математичної логіки та дискретної математики	4+4		6	5			
2.	Теорія алгоритмів, матлогіки, алгоритмічні мови			9		4		7
3.	Математичний аналіз	17	17	18	24	15	24	17
4.	Комплексний аналіз	6	5	6	4	3	4	2
5.	Функціональний аналіз	4		3	6	4		5
6.	Диференціальні рівняння	8	4	6	7	4	5	2
7.	Рівняння математичної фізики	8		6	6			
8.	Алгебра та теорія чисел	6	4	6	3	8	10	7
9.	Лінійна алгебра	12	6	9	7	7	9	4
10.	Числові системи						3	
11.	Основи геометрії або конструктивна геометрія або проєктивна геометрія	4				4	4+5	
12.	Аналітична геометрія	8	6	6	6	4	9	4
13.	Диференціальна геометрія і топологія	7	4	9	4	3	5	3

14.	Теорія ймовірностей і математична статистика	4	3	6	8	6+4	6	6
15.	Методи обчислень		3			3		1
16.	Дискретна математика							2
17.	Елементарна математика	4	12	3		9	12	
18.	Методика навчання математики	4	15		7	18	14	
19.	Історія математики	4				3		
20.	Інноваційні технології навчання шкільного курсу математики		3			4		
21.	Методи розв'язування нестандартних задач з математики			3		9		
22.	Вступ до спеціальності						9	
23.	Вибрані питання математики							1
24.	Математичні пакети							1

У таблиці 1 подано перелік обов'язкових дисциплін циклів загальної та професійної підготовки вчителя математики та інформатики, на основі яких виконано порівняльний аналіз кількості кредитів відповідних навчальних планів закладів вищої освіти (Рис. 7), а саме: Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна (ОПП Математика та інформатика) (дані 1) [32], Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини (ОПП Математика та інформатика) (дані 2) [38], Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника (ОПП Математика) (дані 3) [33], Львівський національний університет імені Івана Франка (ОПП Математика) (дані 4) [39], Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського (ОПП Математика та інформатика) (дані 5) [37], Український державний університет імені Михайла Драгоманова (ОПП Математика, додаткова спеціальність 014 Середня освіта (фізика), 014 Середня освіта (інформатика), 2021 (дані 6) [34], Університет Марії Склодовської-Кюрі (Математика педагогічна) (дані 7) [16].

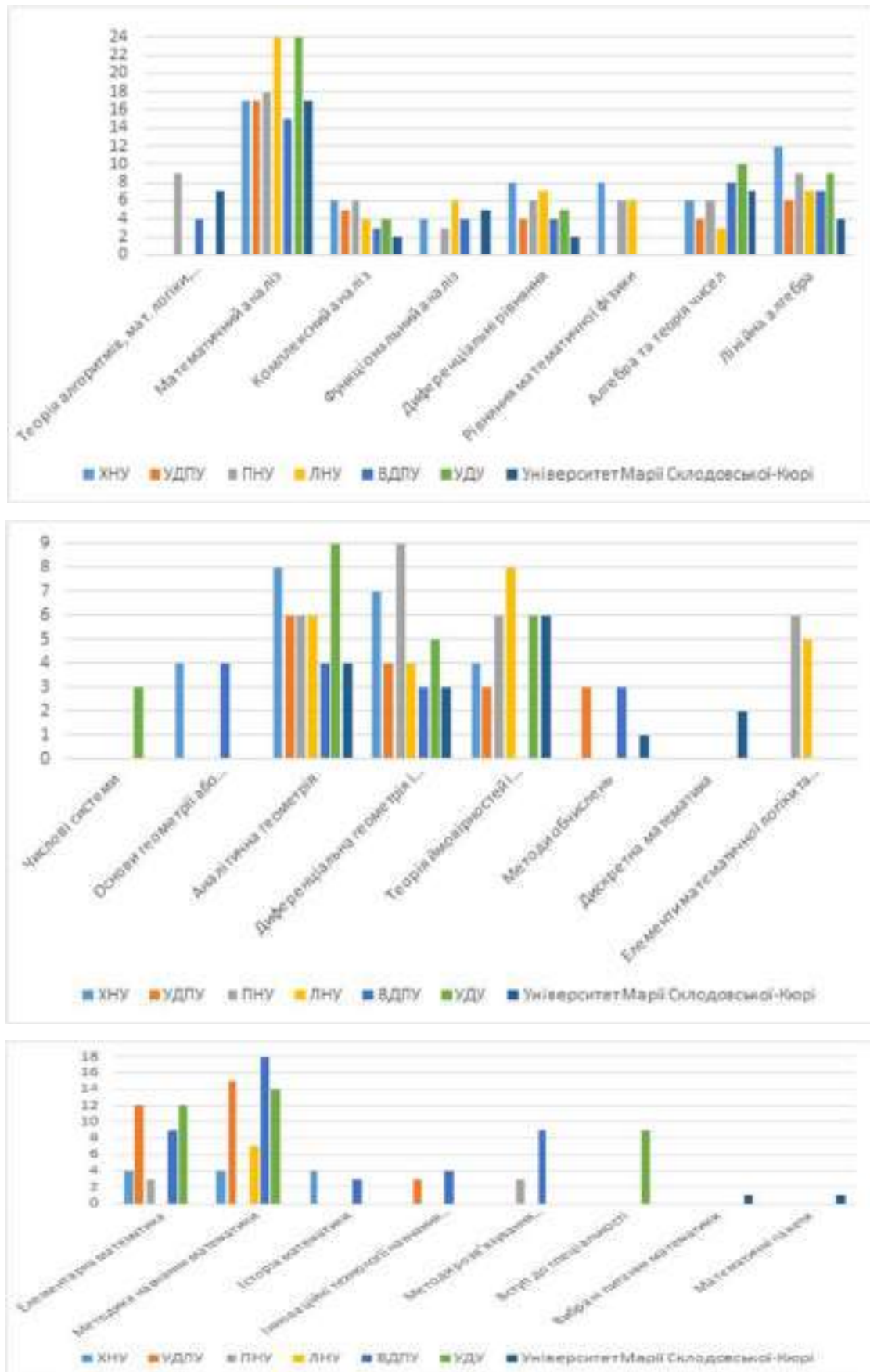


Рис. 7. Порівняльний аналіз навчальних планів підготовки майбутнього вчителя математики (СВО бакалавр, спеціальність 014.04 Середня освіта (Математика) і Математика педагогічна)

Методами математичної статистики порівнюємо однорідність навчальних планів підготовки бакалавра галузі знань 01 Освіта / Педагогіка предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) – вчителя математики та інформатики в Українському державному університеті імені Михайла Драгоманова (м. Київ, Україна) й Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського (м. Вінниця, Україна). Для перевірки гіпотези про однорідність цих навчальних планів використаємо  $F$  –критерій Фішера та  $t$  –критерій Стьюдента для двох незв’язаних вибірок.

На початковому етапі використання статистичного аналізу відбулося планування експерименту та збір актуальних інформативних та повних даних стосовно функціонування систем надання освітніх послуг в різних закладах вищої освіти. На другому етапі відбулась попередня обробка та дослідження даних, формулювалися гіпотези. На третьому етапі – оцінювання необхідних статистичних параметрів та інших невідомих величин, параметрів математичних моделей, що підтверджуються відповідними статистичними параметрами якості. На четвертому етапі здійснена перевірка раніше сформульованих гіпотез з метою прийняття рішення стосовно управління процесами щодо відповідності апріорно висунутого припущення дійсній ситуації.

Статистика  $F$ -критерію Фішера має вигляд [43, с. 412]:

$$F_{\text{емп}} = \frac{s_1^2}{s_2^2},$$

де  $s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{X})^2}{n_1}$  і  $s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i2} - \bar{X})^2}{n_2}$  – дисперсії вибірок, причому  $s_1^2 \geq s_2^2$ . Тому

значення  $F_{\text{емп}}$  завжди більше або дорівнює одиниці, тобто  $F_{\text{емп}} \geq 1$ . Число ступенів вільності визначається так:  $df_1 = n_1 - 1$  для першої (тобто для вибірки, величина дисперсії якої більша) і  $df_2 = n_2 - 1$  для іншої вибірки. Якщо  $F_{\text{емп}} > F_{\alpha}(n_1 - 1; n_2 - 1)$ , нульова гіпотеза відхиляється на користь альтернативної  $H_1$ .

Статистика  $t$ -критерію Стьюдента має вигляд [43, с. 185]:

$$t_{\text{емп}} = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

де  $\bar{X}_1$  і  $\bar{X}_2$ ,  $s_1^2$  і  $s_2^2$ ,  $n_1$  і  $n_2$  – середні, дисперсії та обсяги першої і другої вибірок відповідно.

Критичне значення критерію  $t_{\text{кр}}$  для заданого рівня значущості  $\alpha$  й числа ступенів вільності  $df = n_1 + n_2 - 2$  можна отримати з таблиць розподілу Стьюдента. Якщо  $t_{\text{емп}} > t_{\text{кр}}$ , то гіпотезу однорідності  $H_0$  (про відсутність розходження) відхиляють і приймають альтернативну гіпотезу  $H_1$ . Якщо  $|t_{\text{емп}}| \leq |t_{\text{кр}}|$ , то різниця середніх недостовірна.

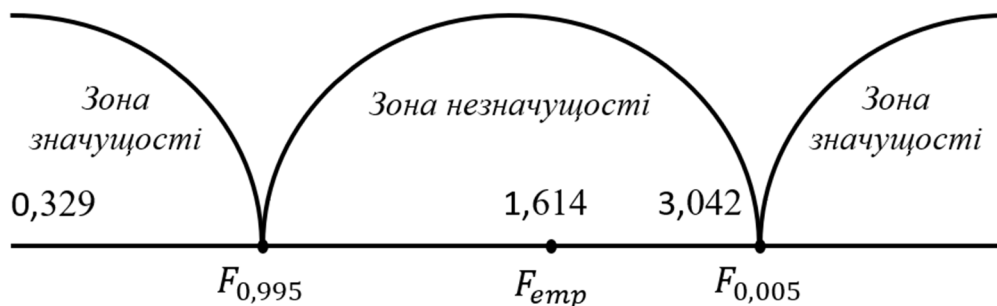
Нульова гіпотеза  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$  ( $\mu_1$  не відрізняється від  $\mu_2$ ) полягає у тому, що різниця між середніми значеннями двох вибірок (статистично) дорівнює нулеві, тобто відмінності між навчальними планами підготовки вказаних вище здобувачів вищої освіти в Українському державному університеті імені Михайла Драгоманова та Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського відсутні. Альтернативна гіпотеза  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$  ( $\mu_1$  відрізняється від  $\mu_2$ ) свідчить про те, що різниця відмінна від нуля, тобто йдеться про значимість відмінностей у вказаних навчальних планах, яка оцінюється рівнем значущості – ймовірністю того, що відмінності вважаються суттєвими.

Перевірка статистичних гіпотез		
Заклади освіти	ВДПУ імені Михайла Коцюбинського	Український державний університет імені Михайла Драгоманова
014.04 Математика		
Обов'язкові дисципліни циклів загальної та професійної підготовки (порівнюється кількість кредитів)		
Середні: $\bar{X}_1, \bar{X}_2$	4,67	4,96
Дисперсії: $s_1^2, s_2^2$	23,19	37,43

$n$	24	24
за $F$ -критерієм Фішера		
$F_{емп} =$	1,614	
$F_{0,005} =$	3,042	$\alpha = 0,01$
$F_{0,995} =$	0,329	
$p_{емп} =$	12,9%	0,129

Для  $\alpha = 0,01$  критичні значення  $F_{0,005} = 3,042$  і  $F_{0,995} = 0,329$ . Оскільки значення  $F_{емп} = 1,614$  не знаходиться в жодній критичній зоні ( $F_{0,995} < F_{емп} < F_{0,005}$ ), приймається нульова гіпотеза  $H_0$ . Тому немає підстав стверджувати про те, що показники дисперсій відрізняються одне від одного.

Побудуємо вісь значущості.



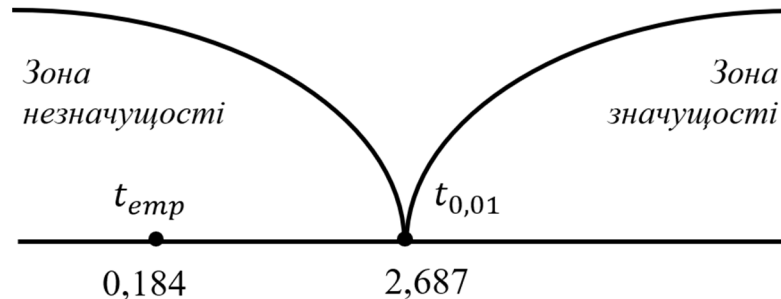
Нульова гіпотеза  $H_0$  приймається за умови  $p_{емп} > \alpha$ . Для  $\alpha = 0,01$  (1 %) ця умова викорнується:  $12,9 \% > 1 \%$ . Це значить, що нульова гіпотеза  $H_0$  повинна бути прийнята, як це було зроблено вище.

за $t$ -критерієм Стюдента для незалежних вибірок	
$t_{емп} =$	0,184
$t_{0,05} =$	2,687
$p_{емп} =$	85,52 %

Оскільки  $t_{емп} < t_{0,01}$ , тобто  $0,184 < 2,687$  нульова гіпотеза  $H_0$  приймається на рівні значущості 0,01. Таким чином, на рівні значущості 0,01 відсутні підстави стверджувати про неоднорідність незалежних вибірок. Проте слід мати на увазі, що статистика критерію Стюдента перевіряє не збіг функцій

розподілу вибірок, а збіг характеристик випадкових величин – математичних очікувань.

Побудуємо вісь значущості.



Перевірку гіпотез можна провести шляхом визначення ймовірності  $p_{emp}$ . Якщо  $p_{emp} < \alpha$ , нульова гіпотеза  $H_0$  відхиляється. Як бачимо, ця умова не виконується:  $85,52\% > 1\%$ , а це означає, що нульова гіпотеза  $H_0$  повинна бути прийнята.

Як бачимо статистично значущі відмінності відсутні між навчальними планами підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) в обох університетах. Це є запорукою мобільності студентів в їхній освітній траєкторії, забезпечує формування загальних і професійних компетентностей майбутніх фахівців незалежно від місця навчання. Інакше закладу вищої освіти, в навчальних планах якого є суттєві відмінності від складових підготовки в інших профільних установах надання освітніх послуг виникне необхідність проаналізувати розроблену ним освітньо-професійну програму з метою вироблення подальшої взаємоузгодженої стратегії форсайтингу процесу підготовки майбутніх фахівців: планування, моделювання, стандартизації, фундаменталізації та верифікації.

**Висновки.** Таким чином, підготовка бакалавра математики вимагає пошуку нових можливостей і нових підходів, а форсайт-технології дозволяють ухвалювати стратегічні рішення. Однак математична освіта в суспільстві стане затребуваною, коли саме суспільство в цілому і кожна людина зокрема усвідомить важливість такої підготовки для економічного процвітання країни.

На етапі емпіричного дослідження було здійснено анкетування студентів факультету математики, фізики і комп'ютерних наук з метою з'ясування фактичного стану організації дистанційного навчання в умовах пандемії та воєнного стану в Україні (або нестабільних соціальних та політичних умовах).

Нестійкість у *педагогічному процесі* з позицій синергетики розглядаємо як можливі й природні ситуації розвитку педагогічної системи, що може йти адаптивним і біфуркаційним шляхами. У випадку *адаптивного* типу розвитку відбувається пристосування педагогічної системи до змін зовнішнього і внутрішнього середовища зі збереженням характеру функціональної системи (відносно стійкий стан). Зміна зовнішнього і внутрішнього середовища педагогічної системи (змінюються студенти, викладачі, підручники, форми, методи і засоби навчання, організаційні компоненти тощо) призводить до появи її нових властивостей: система переходить у новий якісний стан, який називають *біфуркаційним*.

Синергетична модель професійної підготовки майбутнього вчителя математики розглядає нестійкий стан педагогічного процесу як передумову порушення старих його структур і виникнення нових дисипативних структур, які неможливо розв'язати з позицій лише еволюційного підходу. Тут уже має бути спроба заглянути у майбутнє, тобто використати наукове передбачення, педагогічний прогноз та форсайт-технології для можливості моделювання освітнього середовища бакалавра математики вже сьогодні.

У нашому дослідженні під форсайтом будемо розуміти «систематичний спільний процес побудови бачення майбутнього, націлений на підвищення якості прийнятих у цей момент рішень і прискорення спільних дій», що дозволяє застосовувати «спеціальну технологію формування пріоритетів розвитку різних сфер життя суспільства з метою мобілізації максимально великої кількості учасників для досягнення якісно нових результатів у розвитку країни, регіону, громади».

Автори статті розробили структурно-функціональну модель системи підготовки бакалавра математики, яка складається з трьох блоків: передпрогнозна ситуація, прогностичне моделювання і прогностичне анкетування. Перший блок моделі є цільовим, він вказує на дисипативний стан зовнішнього і внутрішнього середовища педагогічної системи підготовки бакалавра математики через збір даних прогностичного фону і необхідність реформування системи. У другому блоці подано прогностичне моделювання педагогічної системи. Третій блок моделі забезпечує постійний моніторинг якості базової моделі через діагностику і коригування компетентностей бакалавра математики і пропонує вибір одного з біфуркаційних шляхів формування його професійних компетентностей.

Для практичної реалізації розробленої авторами моделі конкурентної системи підготовки бакалавра математики розглянуто методи наукового передбачення: метод спроб і помилок (trial and error), індукція, дедукція, абстрагування, аналіз незнайомих предметів, синтез і як поєднання обох – експеримент, сценарний метод тощо.

У статті детально описано сім коротко- і середньострокових дорожніх карт, які залучені до прогностичного моделювання підготовки бакалавра математики викладачами кафедри математики та інформатики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського: популяризація математики як необхідної умови розвиненого суспільства; розвиток змішаного навчання, зокрема можливість співпраці з іншими університетами України та зарубіжжя; активне використання дистанційного навчання: створення відкритих освітніх ресурсів: сайтів, YouTube-каналів тощо; забезпечення інформатизації навчального процесу та доступ до міжнародних інформаційних систем у ЗВО; творча співпраця викладача і студента, реалізація суб'єкт-суб'єктних взаємин викладача і студента за активної ролі студента; регулярна модернізація освітніх програм, навчальних планів; фундаменталізація професійної підготовки бакалавра математики, яка передбачає ретельний добір

фундаментального ядра змістового, процесуального, управлінського блоків, блоку практичної підготовки; в умовах синергетичного освітнього простору надзвичайно важливим є постійний моніторинг математичної освіти у різних країнах, дослідження інтеграційних процесів й моделювання на їх основі підготовки бакалавра.

Авторами статті здійснено аналіз наукової літератури за тематикою дослідження. Спроектовано поле побудови маршрутів досягнень професійних компетентностей викладача університету та змодельовано форсайт-колесо цифрових технологій. Визначено основні напрямки реалізації архітектури цифрових технологій у професійній діяльності викладача [30].

1. Забезпечення доступу до інформації. Цифрові технології, такі як Інтернет та електронні бібліотеки, забезпечують студентам та викладачам доступ до великої кількості інформації, що допомагає у навчанні та дослідженні.

2. Підвищення ефективності навчання. Цифрові технології допомагають студентам засвоювати матеріал швидше та ефективніше. Наприклад, використання відеоуроків та інтерактивних матеріалів може зробити навчання більш цікавим та зрозумілим.

3. Забезпечення індивідуального навчання. Цифрові технології дозволяють студентам навчатися у своєму власному темпі та відповідно до власних потреб. Наприклад, використання онлайн-курсів та інтерактивних ігор дозволяє студентам навчатися індивідуально та у зручний для них час.

4. Покращення комунікації. Цифрові технології дають можливість студентам та викладачам комунікувати між собою швидше та ефективніше. Наприклад, використання електронних засобів спілкування та соціальних мереж може полегшити комунікацію між студентами та викладачами.

5. Зберігання та обробка даних. Цифрові технології забезпечують зберігання та опрацювання великих обсягів даних, що може допомогти викладачам та студентам відстежувати свій прогрес та аналізувати результати навчання.

6. Використання електронних дошок і комп'ютерів на заняттях. Викладачі мають можливість використовувати електронні дошки, щоб демонструвати матеріал і давати завдання студентам. Крім того, комп'ютери можна використовувати для проведення досліджень, написання есе та виконання інших завдань.

Проведено моніторинг освіти у різних країнах Європи, США та України.

З метою верифікації результатів порівняльного аналізу навчальних планів підготовки вчителя математики та інформатики використано методи прикладної статистики ( $F$ -критерій Фішера та  $t$ -критерію Стьюдента). На початковому етапі використання статистичного аналізу відбулося планування експерименту та збір актуальних інформативних та повних даних стосовно функціонування систем надання освітніх послуг в різних закладах вищої освіти. На другому етапі відбулась попередня обробка та дослідження даних, формулювалися гіпотези. На третьому етапі - оцінювання необхідних статистичних параметрів та інших невідомих величин, параметрів математичних моделей, що підтверджуються відповідними статистичними параметрами якості. На четвертому етапі здійснена перевірка раніше сформульованих гіпотез з метою прийняття рішення стосовно управління процесами щодо відповідності апріорно висунутого припущення дійсній ситуації.

Методами математичної статистики виконано перевірку однорідність навчальних планів підготовки бакалавра галузі знань 01 Освіта / Педагогіка предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) – вчителя математики та інформатики в Українському державному університеті імені Михайла Драгоманова (м. Київ, Україна) й Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського (м. Вінниця, Україна). Для перевірки гіпотези про однорідність цих навчальних планів використано  $F$  –критерій Фішера та  $t$  –критерій Стьюдента для двох незв'язаних вибірок.

Як бачимо статистично значущі відмінності відсутні між навчальними планами підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) в Українському державному університеті імені Михайла Драгоманова та Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського. Це є запорукою мобільності студентів в їхній освітній траєкторії, забезпечує формування загальних і професійних компетентностей майбутніх фахівців незалежно від місця навчання. Інакше закладу вищої освіти в навчальних планах якого є суттєві відмінності від складових підготовки в інших профільних установах надання освітніх послуг виникне необхідність проаналізувати розроблену ним освітньо-професійну програму з метою вироблення подальшої взаємоузгодженої стратегії форсайтингу процесу підготовки майбутніх фахівців: планування, моделювання, стандартизації, фундаменталізації та верифікації. Перспективи подальших досліджень вбачаємо в аналізі ефективності використання форсайт-технологій для розроблення стратегії розвитку університету, формування пріоритетів розвитку освітньої галузі у житті суспільства для досягнення якісно нових результатів розвитку країни, регіону, громади.

#### **Список використаних джерел**

1. Ashby W. R. Design for a brain; the origin of adaptive behavior. Calculators, Central nervous system Mathematical models, Behavior, Brain -- physiology. New York, Wiley, 286 p. 1960. URL: Design for a brain; the origin of adaptive behavior : Ashby, William Ross : Free Download, Borrow, and Streaming : Internet Archive
2. Barré, R., & Keenan, M. Revisiting foresight rationales: What lessons from the social sciences and humanities? In C. Cagnin, M. Keenan, R. Johnston, F. Scapolo, & R. Barré (Eds.), Future-oriented technology analysis. 2008. pp. 41–52. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-68811-2\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-540-68811-2_4)
3. Beni, N. N. Presenting a framework for foresight in education. In F. Uslu. *Proceedings of 5th International Conference on Education and Social Sciences (INTCESS 2018)*. 2018, February, pp. 1072–1078. Istanbul, Turkey. URL: [http://www.ocerint.org/intcess18\\_publication/papers/511.pdf](http://www.ocerint.org/intcess18_publication/papers/511.pdf)
4. Ejdyś J., Gudanowska A., Halicka K., Kononiuk A., Magruk A., Nazarko J., Nazarko Ł., Szpilko D., Widelska U. Foresight in Higher Education Institutions: Evidence from Poland. *Foresight and STI Governance*, 2019. vol. 13, no 1, pp. 77–89. DOI: 10.17323/2500-2597.2019.1.77.89
5. Filippova V. D. Foresight-technology as a tool for the formation and implementation of state policy in the field of pedagogical education. *Teoria ta praktyka dershavnogo upravlinnya I misceвого samovryaduvannya: electron. nauk. fach. vyd.*, 2020. №1. [http://el-zbirn-du.at.ua/2020\\_1/30.pdf](http://el-zbirn-du.at.ua/2020_1/30.pdf).

6. Fiuza, P., Mocelin, R. R. Systematic Review of Literature: The Contributions to the Learning Process by Digital Technologies and Pedagogical Architectures. In: Rocha, Á., Correia, A., Adeli, H., Reis, L., Mendonça Teixeira, M. (eds) *New Advances in Information Systems and Technologies. Advances in Intelligent Systems and Computing*. Vol 445. pp. 225-235. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-31307-8\\_23](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31307-8_23).
7. Haidamaka, O.; Kolisnyk-Humeniuk, Y.; Storizhko, L.; Marchenko, T.; Poluboiaryna, I.; Bilova, N. Innovative Teaching Technologies in Postmodern Education: Foreign and Domestic Experience. *Postmodern Openings*. 2022, Volume 13, Issue 1. Sup1, pages: 159-172| <https://doi.org/10.18662/po/13.1Sup1/419>
8. Hasan Çifci, Nurdan Yüksel. Foresight 6.0: The New Generation of Technology Foresight. 2018 IEEE International Conference on Engineering, Technology and Innovation (ICE/ITMC). Stuttgart, Germany. 17-20 June 2018. DOI: 10.1109/ICE.2018.8436350].
9. Hyun Joo, Jongchan Park, Dongsik Kim. Visual representation fidelity and self-explanation prompts in multi-representational adaptive learning. *Journal of Computer Assisted Learning*. 2021. Vol. 37, Issue 4. pp. 1091–1106. URL: <https://doi.org/10.1111/jcal.12548>.
10. Kononiuk, A.; Sacio-Szymanska, A.; Ollenburg, S.; Trivelli, L. Teaching Foresight and Futures Literacy and Its Integration into University Curriculum. *Foresight and Sti Governance*. Volume 15. Issue 3. Page 105-121. DOI 10.17323/2500-2597.2021.3.105.121
11. Kosovets, O. P., Soia, O. M., Krupskiy, Y. V., Tyutyun, L. A. Digital technologies as a means of adaptive learning for higher education informatics and mathematics. *Фізико-математична освіта*. 2022. Vol. 33(1). pp. 14–19. URL: <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2022-033-1-002>.
12. Kovtonyuk M.M. Fundamentalisation of professional preparedness of future teachers of mathematics - bachelor level: a monograph. Vinnytsia: TOV firma «Planer», 2013. 424 p.
13. Kvitka S.A. Foresight as the technology of the future: the latest mechanisms of interaction of public authorities, business and civil companies. *Aspekty publicznego upravlinya*. 2016. № 8 (34). P. 5-15.
14. Magruk, A. Concept of uncertainty in relation to the foresight research. *Engineering Management in Production and Services*, 2017. 9(1), 46–55. <https://doi.org/10.1515/emj-2017-0005>
15. Kovtoniuk Mariana M., Kosovets Olena P., Soia Olena M., Pinaieva Olga Yu., Ovcharuk Vira G., Mukhsina Kuralay. Modeling the Development Process of Inclusive Education in Ukraine. *IAPGOŚ*. 2022. Vol. 68, P. 48-59 DOI : <https://doi.org/10.15804/tner.22.68.2.03> <https://czasopisma.marszalek.com.pl/10-15804/tner/1128-tner2022/tner68/8590-tner2022203>
16. Matematyka (specjalności nauczycielskie), I stopień [6 sem], stacjonarny, ogólnoakademicki, rozpoczęty w: 2016. Plan studiów: Cały kierunek <http://syjon.umcs.lublin.pl/merovingian/sgroup/4003/plan/>
17. Yüksel N., Çifci H. A new model for technology foresight: Foresight periscope model (FPM), 2017 *International Conference on Engineering, Technology and Innovation (ICE/ITMC)*, 2017, pp. 807-817, doi: 10.1109/ICE.2017.8279967
18. Piirainen, K.A.; Andersen, A.D.; Andersen, P.D. Foresight and the third mission of universities: the case for innovation system foresight. Volume 18. Issue 1. Page 24-40. Special Issue SI. DOI: 10.1108/FS-04-2014-0026
19. Poteralska, B., Sacio-Szymańska, A. Evaluation of technology foresight projects. *European Journal of Futures Research*, 2014 2(1), 26. <https://doi.org/10.1007/s40309-013-0026-1>
20. Poteralska, B., Labeledzka, J., Brozek, K. Identification and development of future-oriented competences. *12TH International Scientific Conference Business and Management 2022*. P. 1072-1078. DOI 10.3846/bm.2022.854
21. Reichenbach H. *The Rise of Scientifying Philosophy*. The University of California Press, 1959.

22. Reshetnyak O.I. Foresight methods in the management of scientific and technological development. *Efektivna ekonomika*. 2019. № 12. – URL: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=7492>. DOI: 10.32702/2307-2105-2019.12.67.
23. Soia Olena, Kosovets Olena, Kovtoniuk Mariana, Leonova Ivanna, Pinaieva Olga, & Koval Natalia. Foresite modeling of synergetic educational space of the acquirer of higher education as a transfer of innovations into the economic space of the state. *Informatyka, Automatyka, Pomiaru W Gospodarce I Ochronie Środowiska*. 2023, № 13 (4).
24. Sun, SP (Sun, Shengping); Fan, JH (Fan, Jianhua) ; Wang, Q (Wang, Qing). Foresight-development Research on Working Out University's Strategic Development Plan. 2011 *International Conference on Economic, Education and Management (ICEEM2011)*, VOL III. Page 261-263
25. Thomas, M. O. J., Palmer, J. Teaching with digital technology: Obstacles and opportunities. In A. Clark-Wilson, O. Robutti, N. Sinclair (Eds.). *The mathematics teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development*. Dordrecht: Springer. 2014. pp. 71–89.
26. Vasquez, J.E.M.; Pazos, L.S.; Arias, L.F.S. Foresight Capability and Maturity for Knowledge-Intensive Organizations. *Rae-Revista de Administracao de Empresas*. Volume 2. Issue 1. DOI 10.1590/S0034-759020220411x
27. Генсерук Г. Р. Цифрова компетентність як одна із професійно значущих компетентностей майбутніх учителів. *Open educational e-environment of modern University*, 2019. № 6. С. 8-16.
28. Гончаренко С. У., Кушнір В., Кушнір Г. Методологічні особливості наукових поглядів на педагогічний процес. *Шлях освіти*. 2008, №4 (50). С.2-9.
29. Згуровський М.З. Сценарний аналіз як системна методологія передбачення. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/50211/01-Zgurovsky.pdf?sequence>
30. Ковтонюк М. М., Косовець О П., Соя О. М., Леонова І. М. Архітектура цифрових технологій в освітньому середовищі викладача як трансфер інновацій в економічний простір держави. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми* : збірник наукових праць. Вінниця: ТОВ «Друк плюс», 2023. Вип. 68. С. 93–106. DOI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-68-93-106>
31. Ковтонюк М. М. Теоретичні і методичні основи фундаменталізації загальнопрофесійної підготовки майбутнього вчителя математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04. Вінниця, 2014. 386 с.
32. Навчальний план на 2020-2024 рр. підготовки бакалавра з галузі знань 01 Освіта / Педагогіка за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) за освітньо-професійною програмою Математика та інформатика. Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. URL: <https://drive.google.com/drive/folders/1svDxobmyye5fBLZuQvKXSXqJpcKkv6l5>
33. Навчальний план підготовки бакалавра з галузі знань 01 Освіта / Педагогіка освітньо-професійна програма Середня освіта (математика) за спеціальністю 014 Середня освіта (за предметними спеціалізаціями) спеціалізацією Середня освіта (математика) ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”. URL: [https://mif.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/23/2020/02/NP\\_SOM\\_2016.pdf](https://mif.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/23/2020/02/NP_SOM_2016.pdf)
34. Навчальний план підготовки бакалавра з галузі знань 01 Освіта / Педагогіка за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика). Український державний університет імені Михайла Драгоманова. URL: <https://fmf.npu.edu.ua/navchalni-planu>
35. Онищук Л.А. Концепція прогнозування розвитку загальної середньої освіти. К.: Інститут педагогіки НАПН України, Педагогічна думка, 2016. 32 с.
36. Опалюк Т. Л. Дидактичні умови реалізації адаптивної функції навчання студентів у процесі професійної підготовки вчителя : автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.09. Терноп. нац. пед. ун-т ім. В. Гнатюка. Тернопіль, 2015. 20 с.
37. Освітньо-професійна програма другого рівня вищої освіти за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика, інформатика) галузі знань 01 Освіта. Вінницький державний

педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського. (перевірити і додати покликання). 2022, 20 с.

38. Освітньо-професійна програма першого рівня вищої освіти за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) галузі знань 01 Освіта. Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини. URL: <http://surl.li/fwycz>

39. Освітньо-професійна програма першого рівня вищої освіти за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) галузі знань 01 Освіта. Львівський національний університет імені Івана Франка. URL: [https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2023/03/OPP\\_014.04\\_2022.pdf](https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2023/03/OPP_014.04_2022.pdf)

40. Полякова О.Ю., Шликова В.О. Короткий огляд досвіду прогнозування науково-технічного розвитку : аналітична довідка. Науково-дослідний центр індустріальних проблем розвитку Національна Академія наук України. Харків, 2018. URL: [https://ndc-ipr.org/media/posts/presentations/Досвід\\_прогнозування\\_НТР\\_vG3PAKa.pdf](https://ndc-ipr.org/media/posts/presentations/Досвід_прогнозування_НТР_vG3PAKa.pdf)

41. Прийма С. М. Особливості функціонування інтелектуальних адаптивних навчальних систем відкритої освіти дорослих. *Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України*. Хмельницький. 2012. № 3. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps\\_2012\\_3\\_21](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps_2012_3_21).

42. Про вищу освіту: Закон України від 01.07.2014 р. № 1556-VII. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18#Text>.

43. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. К.: Центр учбової літератури, 2012. 304 с.

44. Руденко К.П. Логіка і наукове передбачення. Видавництво Київського університету, 1972. 228.

45. Стратегія розвитку вищої освіти в Україні на 2021–2031 роки, 2020. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/rizne/2020/09/25/rozvitku-vishchoi-osviti-v-ukraini-02-10-2020.pdf>.

46. Томсон Дж. Предвидимое будущее. М, Издательство иностранной литературы, 1958.

47. Форсайт в Україні. Офіційний сайт Українського інституту науково-технічної та економічної інформації. URL: <http://www.uintai.kiev.ua/foresight/ua/foresight.php?id=1&id97223>.

## 2.2. Системи комп'ютерної математики як складові освітнього середовища у навчанні математичних дисциплін

*Туржанська О. С.*

Сучасна цифрова трансформація та цифровізація освіти України визначально впливає на характер наукових досліджень, культуру та освіту. Це зумовлює прямий вплив на зміст освіти і, як наслідок, на зміну форм і методів навчання [1]. У Національній доповіді «Про стан і перспективи розвитку освіти в Україні» [15] одним із напрямів цифровізації освіти України є насичення науково-освітнього простору комп'ютерно орієнтованими засобами, електронними освітніми ресурсами. Одним із напрямів впровадження комп'ютерно орієнтованих засобів в освіту є використання предметно-орієнтованих програмних середовищ у навчанні математики. І саме предметно-орієнтовані програмні середовища можуть бути покладені в основу саморегуляції математичних знань молоді – від побудови моделі задачі, розуміння її математичної суті до отримання відповіді шляхом експерименту.

Теоретичними основами дослідження є:

- концепція цифрової трансформації та цифровізації освіти в Україні (В. Ю. Биков [2; 3], О. Ю. Буров [3], О. О. Гриб'юк [5], Р. С. Гуревич [6; 27], М. І. Жалдак [8], М. М. Козяр [11], Н. В. Морзе [13; 14], С. А. Раков [16], О. М. Спирін [26], С. О. Семеріков [28]);

- теоретичні та практичні аспекти комп'ютерно орієнтованих засобів візуалізації навчального контенту у вищій школі (В. І. Клочко [9; 10], В. М. Михалевич [7; 12], О. В. Семеніхіна [17; 18], К. І. Словак [19; 20], О. В. Співаковський [21]), Ю. В. Триус [22; 23], О. І. Тютюнник [25]).

Використання математичних середовищ у навчанні математики розглядалось нами у роботах [4; 24; 29; 30].

В освітньому середовищі програми для підтримки навчання математики розділяють на два класи [18]: програми математичного і загального призначення (рис. 1).

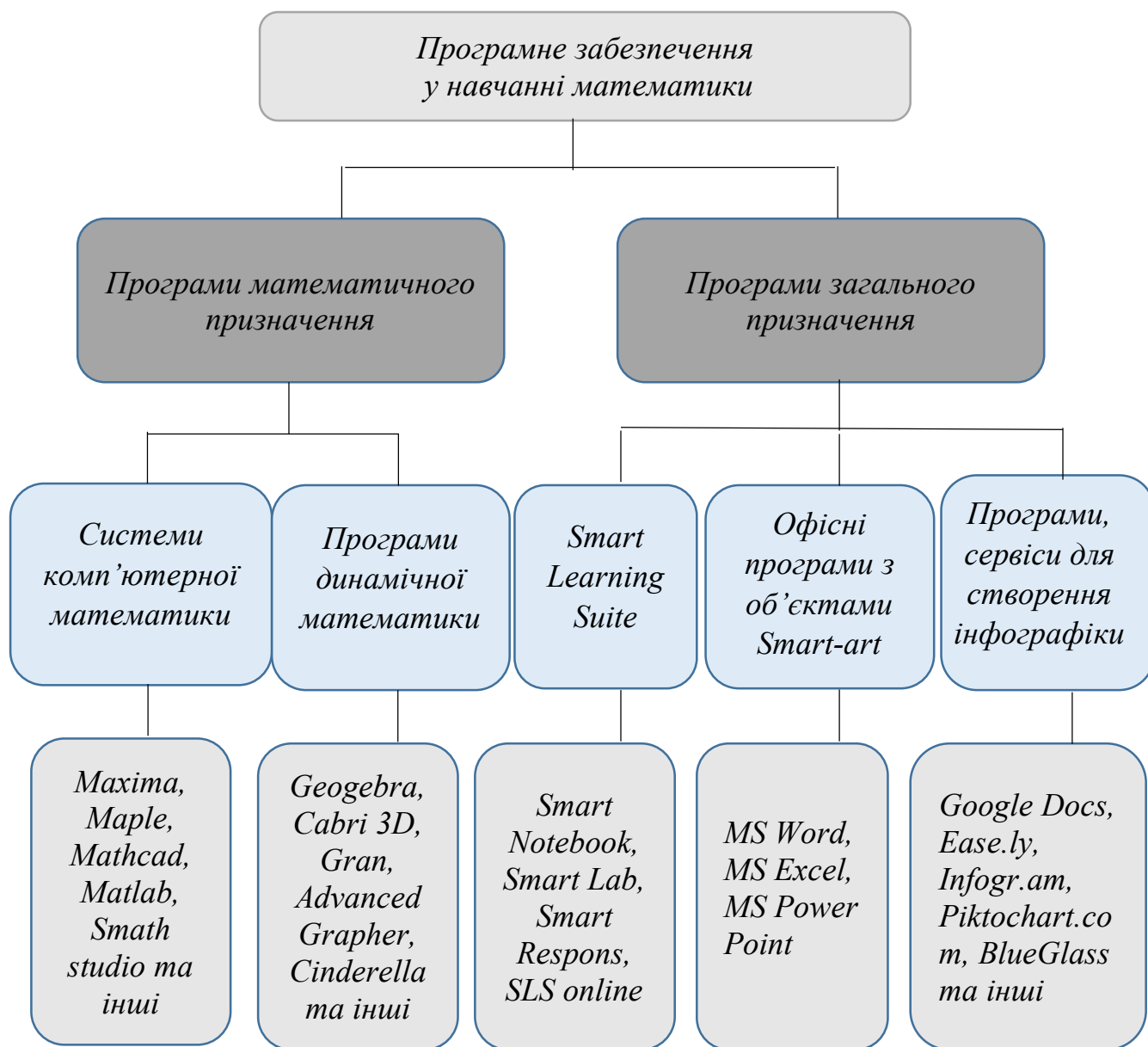


Рис. 1. Комп'ютерні засоби візуалізації математичних знань в освітньому середовищі

У вищій школі програмні математичні середовища використовують як для індивідуального навчання, так і для фронтальної демонстрації. Науковці пов'язують із використанням програмних засобів математичного призначення можливість істотного підвищення математичної культури, навчально-

пізнавальної та дослідницької діяльності студентів. Важливу роль відіграють програми математичного призначення і у дистанційному навчанні.

Однак, при використанні предметно-орієнтованих програм у навчанні математичних дисциплін може виникати проблема підміни навчального матеріалу навчанням роботи з програмами.

Отже, виникає суперечність між необхідністю використання предметно-орієнтованих програмних середовищ у навчанні математичних дисциплін та недостатньою розробленістю методичних засад використання таких програм.

До сучасних програмних математичних середовищ відносять системи комп'ютерної математики. Системи комп'ютерної математики попри деякі відмінності в функціях та архітектурі, мають схожу структуру [18]:

- 1) центральне місце займає обчислювальне ядро системи – коди великої кількості скомпільованих функцій та процедур;
- 2) зручний інтерфейс, завдяки якому користувач може з легкістю звертатись до обчислювального ядра;
- 3) потужний графічний інструментарій;
- 4) пакети розширень;
- 5) бібліотеки процедур та функцій;
- 6) довідкова система.

Сьогодні, все більшої популярності набувають мобільні математичні середовища, серед яких програми Maxima та Mathcad. Ці системи комп'ютерної математики мають зручний для користувача інтерфейс, реалізують стандартні і спеціальні математичні операції та функції, мають графічні засоби, власні мови програмування, можливість створення текстових звітів, дозволяють імпортувати дані в інші програми та експортувати з них інформацію для обробки. Основне призначення систем комп'ютерної математики (СКМ) – це чисельне та символічне розв'язування типових задач вищої математики, чисельних методів, проектування навчальних задач, проведення інженерних обчислень.

Система Maxima ідеально підходить для використання в старшій профільній та вищій школі, її можуть використовувати професійні математики для проведення складних розрахунків і досліджень. Основними перевагами програми є:

1. Можливість вільного використання.
2. Можливість функціонування під керівництвом різних операційних систем (зокрема, Linux, Windows).
4. Широкий клас вирішуваних завдань.
5. Можливість роботи як в консольній версії програми, так і з використанням одного з графічних інтерфейсів (xMaxima, wxMaxima).
6. Розширення wxMaxima (входить в комплект поставки) надає користувачеві зручний і зрозумілий інтерфейс, позбавляє від необхідності вивчати особливості введення команд для вирішення типових завдань.
8. Наявність довідки та інструкцій по роботі з програмою.

Програма Mathcad відрізняється легкістю використання і застосування у навчанні математичних дисциплін, оскільки відкрита архітектура її застосунків у поєднанні з підтримкою технологій NET і XML дозволяють інтегрувати програму в будь-які IT-структури. В Mathcad обчислення відображаються графічно, на противагу текстовому запису за допомогою програмного кода, що використовується в інших СКМ, зокрема Maxima. Mathcad має простий і інтуїтивний для використання інтерфейс користувача. Mathcad орієнтований на підготовку інтерактивних обчислювальних документів. Але Mathcad, на відміну від Maxima, є комерційною системою комп'ютерної математики.

Mathcad є математичним редактором, що дозволяє проводити різноманітні наукові та інженерні обчислення, починаючи з елементарної арифметики і закінчуючи складними реалізаціями чисельних методів. Mathcad простий у використанні, має наочність математичних дій, велику бібліотеку вбудованих функцій та чисельних методів, можливість символьних обчислень, а також чудовий апарат представлення результатів.

До складу Mathcad входять кілька інтегрованих між собою компонентів:

- потужний текстовий редактор для введення та редагування тексту і формул;
- обчислювальний процесор для проведення розрахунків згідно введених формул;
- символний процесор, який фактично є системою штучного інтелекту.

Сполучення цих компонентів реалізує зручне обчислювальне середовище для різноманітних математичних розрахунків та, одночасно, оформлення результатів.

При виконанні чисельних обчислень в Mathcad необхідно пам'ятати про можливі обмеження та неточності обчислень, що обумовлені:

- обмеженнями використовуваних чисельних методів;
- наявністю початкових умов, необхідних для збіжності певних чисельних методів;
- обмеженістю обчислювальних можливостей комп'ютера, що залежить від параметрів комп'ютера, операційної системи, тощо.

Розглянемо методичний аспект використання СКМ Maxima та Mathcad для розв'язування деяких класів математичних задач вищої математики.

СКМ Maxima та Mathcad мають стандартизовані засоби для побудови двовимірних і тривимірних функцій, заданих в явному, параметричному вигляді, у вигляді таблиці та в полярній системі координат. Для цього використовуються команди `plot2d` та `plot3d` з різноманітними опціями. Доцільним є використання СКМ для побудови та дослідження методом перерізів поверхонь другого порядку. Відмітимо, що в прикладних задачах часто зустрічаються ситуації, коли рівняння поверхні задано в канонічному виді, але з нестандартним розташуванням осей. Значна частина студентів робить помилки в розпізнаванні поверхні і її схематичному зображенні. На рис.2 наведено приклад побудови гіперболічного параболоїда, який видозмінюється в інтерактивному режимі.

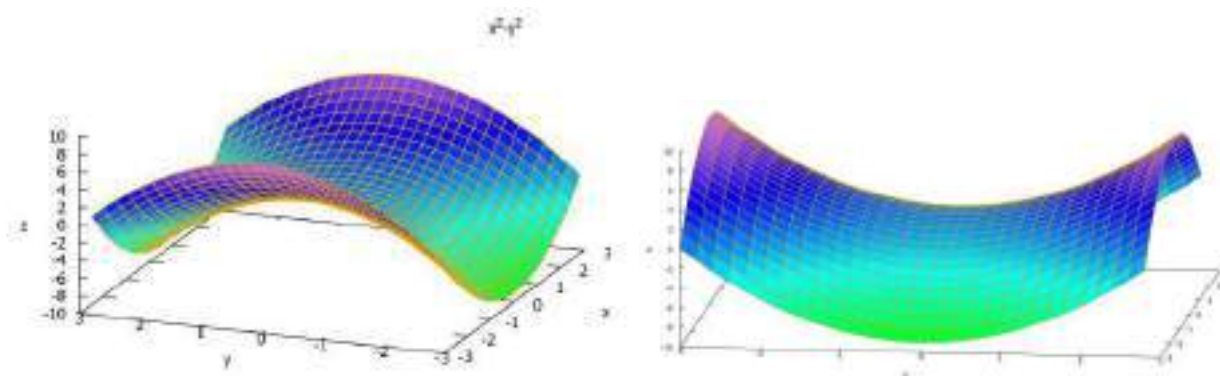


Рис. 2. Гіперболічний параболоїд, отриманий за допомогою стандартних засобів СКМ Maxima

Ефективним є використання СКМ при розв'язуванні задач, пов'язаних із застосуванням визначеного інтеграла, а саме коли виникає проблема побудови плоских областей, обмежених кривими, які задано в параметричній або полярній системі координат (рис. 3).

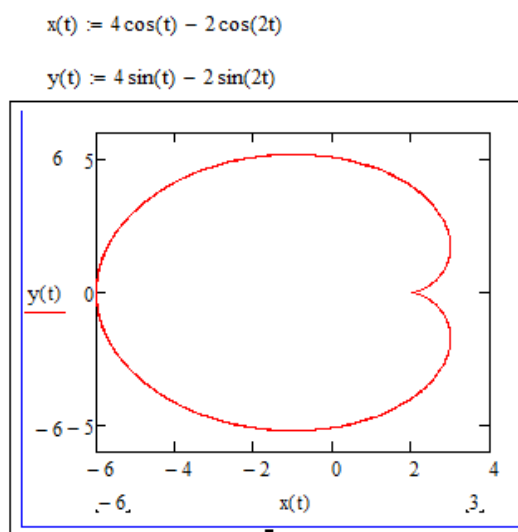


Рис. 3. Кардіоида, отримана за допомогою стандартних засобів програми Mathcad

СКМ надають можливість, уникаючи рутинних обчислень, засвоїти та зрозуміти сутність математичних методів і алгоритмів, створити звіти з текстовими регіонами. Так, при розв'язуванні систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера, за допомогою оберненої матриці, у задачах оптимізації, дослідження функцій, застосування визначеного інтеграла,

математичної статистики студентам доводиться прописувати весь алгоритм розв'язання, виконуючи в СКМ лише проміжні обчислення.

Розглянемо програмну реалізацію розв'язання завдань такого типу в СКМ.

*Приклад. 1.* Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 10z = -15, \\ 2x + 4y - z = 12, \\ x + y - 3z = 9. \end{cases}$$

Розглянемо програмну реалізацію розв'язання в Maxima:

Обчислимо основний визначник системи:

(%i1) D:matrix([1,2,10],[2,4,-1],[1,1,-3]) ('ввести матрицю');

D:determinant(D) ('обчислити визначник');

$$(\%o1) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix};$$

(%o2)-21;

Обчислимо додаткові визначники

(%i3) D:matrix([-15,12,9],[2,4,-1],[1,1,-3]);

Dx:determinant(Dx);

$x = Dx / D$ ; ('знайти розв'язок')

$$(\%o3) \begin{bmatrix} -15 & 2 & 10 \\ 12 & 4 & -1 \\ 9 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

(%o4)-21

(%o5)x=1

Аналогічно визначаються розв'язки  $y, z$  системи.

*Приклад. 2.* Знайти екстремуми функції  $y = f(x)$ .

Програмна реалізація в Maxima:

(%i1) diff (f(x), x, 1) ('знайти похідну першого порядку функції f(x)');

(%i2) solve (diff = 0) ('знайти стаціонарні точки')

(%i3) )  $\text{diff}(f(x), x, 2)$  ('знайти похідну другого порядку функції  $f(x)$ ');

(%i4)  $\text{at}(\text{diff}(f(x), x, 2), x_0)$  ('знайти значення похідної другого порядку функції  $f(x)$  в стаціонарних точках');

(%i5)  $f(x_0)$  ('знайти значення функції в точках екстремуму').

Розглянемо приклад використання програмного алгоритму в Maxima: знайти екстремуми функції  $f(x) = x(x-1)^3$ .

```
(%i4) f(x) := x*(x-1)^3;
(%o4) f(x) := x(x-1)^3

(%i5) solve(diff(f(x), x, 1)=0);
(%o5) [x = 1/4, x = 1]

(%i6) diff(f(x), x, 2);
(%o6) 6(x-1)x + 6(x-1)^2

(%i7) at(%o6, x=1/4);
(%o7) 9/4

(%i9) at(%o6, x=1);
(%o9) 0
```

В точці  $x = \frac{1}{4}$  друга похідна більше нуля, отже, це точка мінімуму, в точці  $x = 1$  друга похідна дорівнює нулю, отже, це точка перегину.

```
(%i10) f(1/4);
(%o10) -27/256

(%i11) f(1);
(%o11) 0
```

Точка  $\left(\frac{1}{4}; -\frac{27}{256}\right)$  є точкою мінімуму.

Студенти мають можливість перевірити одержаний результат, побудувавши графік функції  $f(x) = x(x-1)^3$  в Maxima.

Розглянемо типові задачі аналітичної геометрії.

*Приклад 3.* Знайти координати вектора  $\vec{a}(-1, 2, 5)$  в базисі  $V = \{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\}$ , якщо вектор  $\vec{a}$  задано в базисі  $V_1 = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ . Старий і новий

базиси пов'язані співвідношенням 
$$\begin{cases} \vec{e}'_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \\ \vec{e}'_2 = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3. \\ \vec{e}'_3 = 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{cases}$$

Одним з етапів розв'язування задачі є розв'язання системи рівнянь відносно  $\{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3\}$ . У таких випадках, для того, щоб зекономити час та зосередитись на розумінні математичної суті задачі, можна автоматизувати розв'язання системи рівнянь засобами СКМ.

Для повного розв'язання задачі у програмі Mathcad необхідне розуміння його математичної суті та правильної побудови алгоритму за допомогою вбудованих функцій:

1. Ввести матрицю  $A$  коефіцієнтів зі співвідношень зв'язку старого і нового базисів.
2. Ввести вектор  $\vec{a}$ .
3. Знайти координати вектора  $\vec{a}$  у новому базисі.

*Приклад 4.* Знайти точку перетину прямої  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+1}{2}$  та площини

$$2x + 3y - 5z + 11 = 0.$$

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Ввести рівняння прямої у параметричному вигляді та рівняння площини:

$$X : -2 * t + 3;$$

$$Y : -t + 5;$$

$$Z : 2 * t - 1;$$

$$F : 2 * x + 3 * y - 5 * z + 11;$$

2. Підставити параметричні рівняння прямої у рівняння площини:

$$f : ev(F, x = X, y = Y, z = Z);$$

3. Прирівняти до нуля та розв'язати одержане рівняння відносно параметра  $t$ .  
 $solve(f = 0, t);$

4. Знайти координати точки перетину прямої та площини, підставивши одержане значення параметра  $t$  у рівняння прямої:

$ev(X, t = 2);$

$ev(Y, t = 2);$

$ev(Z, t = 2);$

Приклад 5. Знайти кут (в градусах) між площинами:  $Nx + 2y - (N + 2)z = 0$ ,  
 $(N - 1)x + Ny + 2Nz = 0$ .

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Ввести вектори нормалей до площин  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .
2. Знайти косинус кута між цими векторами:  $c: a.b/(sqrt(a.a)*sqrt(b.b));$
3. Знайти величину кута в градусах:  $acos(c)*180/\%pi;$
4. Якщо необхідно спростити одержане значення за допомогою команди:  $float(%)$ ,  
 $numer.$

Отже, розв'язання задач такого типу в СКМ не тільки ілюструє можливості програми, а і вимагає від студентів знань сутності математичних методів і алгоритмів, умінь аналізувати одержані результати. У завданнях такого типу СКМ надають можливість студентам досліджувати математичні об'єкти, приймати рішення без рутинних проміжних обчислень.

СКМ використовують і у випадку, коли розв'язання задачі демонструє суто конструктивний підхід і має на меті перевірку отриманого результату розв'язання задачі.

До завдань такого типу можна віднести задачі елементарної математики, зокрема обчислення і перетворення арифметичних виразів, аналітичної геометрії, диференціальних рівнянь. Розглянемо основні вбудовані функції програми Maxima щодо розв'язування задач елементарної математики.

$rat$  – ця функція перетворює раціональний вираз до канонічної форми.

(%i1)(x-1)^2/(x^2+x)+1/(x+1);

$$(%o1) \frac{(x-1)^2}{x^2+x} + \frac{1}{x+1}$$

(%i2)rat(%o1);

$$(%o2) \frac{x^2-x+1}{x^2+x}$$

Якщо необхідно обчислити числове значення отриманого виразу, то можна застосувати функцію *at*, вказавши в дужках вираз або його адрес і значення змінної.

(%i3) at(%o2,x=-2);

$$(%o3) \frac{7}{2}.$$

*Divide* – знаходження частки і остачі від ділення одного многочлена на інший.

(%i1)divide(x^3-2,x-1);

$$(%o1)(x^2+x+1,-1).$$

Перший елемент отриманого масива – частка, інший остача від ділення.

*Factor* – розкладання на множники.

(%i1)factor(4\*x^2+4\*x+1);

$$(%o1)(2x+1)^2.$$

*Expand* – розкриття дужок.

(%i1)expand(2+3\*x)\*(3\*y+5\*x);

$$(%o1)9xy+6y+15x^2+10x.$$

*gcd* – найбільший спільний дільник многочленів.

(%i1) gcd(x^3-1,x^2-1,x-1);

$$(%o1)x-1.$$

*ratsimp* – спрощення виразів.

*fullratsimp* – використовується для більш складних спрощень виразів.

*partfrac* – розкладає дріб на прості дроби.

(%i1) `partfrac(-x/(x^3+4*x^2+5*x+2),x);`

$$(%o1) \frac{2}{x+2} - \frac{2}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}.$$

*radcan* – перетворює вирази, які містять логарифмічні, показникові і степеневі функції.

*trigsimp* – тригонометричне спрощення.

*Trigexpand* – розкриття дужок в тригонометричних виразах.

*Приклад 6.* Знайти об'єм, площу основи  $ABC$  та висоту піраміди з вершинами в точках  $A(2, -1, 3), B(-1, 3, 4), C(0, 2, 1), D(-3, 1, 5)$ , опущеної з вершини  $D$  на грань  $ABC$ .

Програмна реалізація розв'язання задачі в Maxima:

1. Для виконання завдань необхідно завантажити пакет «vect»:

`Load ("vect")`

2. Ввести координати вершин піраміди.

Наприклад,  $A: [2, -1, 3];$

3. Знайти координати векторів.

Наприклад, вектора  $\overrightarrow{AB}$ ,  $AB: B - A;$

4. Знайти площу основи за формулою:  $S = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}{2};$

$AB \times AC: \text{express}(AB \sim AC);$

$S: \text{sqrt}(AB \times AC . AB \times AC) / 2;$

5. Знайти об'єм піраміди за відомою формулою:  $V = \frac{|(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}|}{6};$

$$V: abc(AB \times AC \cdot AD) / 6;$$

6. Знайти висоту піраміди за формулою:  $h = \frac{3V}{S}$ .

До задач такого типу можна і віднести розв'язання звичайних диференціальних рівнянь I-го і II-го порядків. Для розв'язання диференціальних рівнянь в Maxima використовується такий синтаксис: `ode2 (eqn, dvar,ivar)`, де `eqn` – вираз диференціального рівняння, `dvar` – залежна змінна, `ivar` – незалежна змінна.

*Приклад 7.* Розв'язати рівняння  $x^2 y'' + xy' = 1$ .

$$\left[ \begin{array}{l} (\%i10) \quad \text{ode2}(x^2 * \text{diff}(y,x,2) + x * \text{diff}(y,x) = 1, y, x); \\ (\%o10) \quad y = \frac{\log(x)^2}{2} + \%k2 \log(x) + \%k1 \end{array} \right.$$

де `%k1`, `%k2` – сталі інтегрування для рівняння другого порядку.

Якщо необхідно розв'язати задачу Коші  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 2$ , то

$$\left[ \begin{array}{l} (\%i13) \quad \text{ic2}(\%o10, x=1, y=1, \text{diff}(y,x)=2); \\ (\%o13) \quad y = \frac{\log(x)^2}{2} + 2 \log(x) + 1 \end{array} \right.$$

Отже, СКМ доцільно використовувати на практичних заняттях з математичних дисциплін з метою перевірки отриманих розв'язків та виконання громіздких проміжних обчислень.

Більшість СКМ створювались для того, щоб позбавити користувача від програмування при розв'язуванні математичних задач. Вбудовані функції у таких системах різноманітні, так що значну кількість математичних задач можна розв'язати без їх програмування. Але існують математичні задачі, де відмова від звичайного процедурного програмування призводить до ускладнення їх розв'язання. Тому практично всі СКМ підтримують функцію програмування.

Розглянемо програмну реалізацію задачі з використанням процедурного програмування в Maxima: Протабулювати функцію  $y = f(x)$ ,  $x \in [a; b]$  з кроком  $h$  і по точках побудувати графік функції.

Покроковий алгоритм розв'язання задачі в Maxima:

1. Описати масиви  $x$  та  $y$  за допомогою функції 'array'.
2. Значення цих масивів обчислити у циклі 'for'.
3. Вивести значення масивів за допомогою функції 'listarray'.
4. За допомогою функції 'wxplot2d' побудувати по точках графік функції.

*Приклад 8.* Протабулювати функцію  $f(x) = x \cdot \sin(2x)$ ,  $x \in [0; \pi]$  з кроком  $h = 0,1\pi$ .



Рис. 4. Копія екрана програми Maxima щодо розв'язання задачі

Якщо розглядати програмну реалізацію розв'язання цієї задачі в Mathcad, то можна обмежитись лише вбудованими функціями. Наприклад, затабулювати функцію  $f(x) := x^2 \cdot \cos(2 \cdot x)$ ;  $x \in [0; \pi]$  з кроком  $h = 0,1\pi$ .

Програмна реалізація розв'язання в Mathcad: визначити масив абсцис точок табуляції  $x_i$  і масив  $F_i$  значень функції в точках  $x_i$ . Визначити діапазон зміни індексу і вузлів сітки:  $i=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ . Це виконується за допомогою

трьох команд:  $i := 0..10$   $x_i := i \cdot \frac{\pi}{10}$   $F_i := f(x_i)$ . Перша команда задає діапазон зміни індексу  $i$ . Друга команда обчислює вектор абсцис вузлів табуляції. Для виведення вектору  $x$ , необхідно ввести з клавіатури:  $x=$ . Аналогічно, для виведення значень функції використовуємо команду:  $F=$ .

Побудова графіків функцій в СКМ, які складаються з кількох аналітичних виразів неможливе без використання елементів програмування.

*Приклад 9.* Побудувати графік функції:

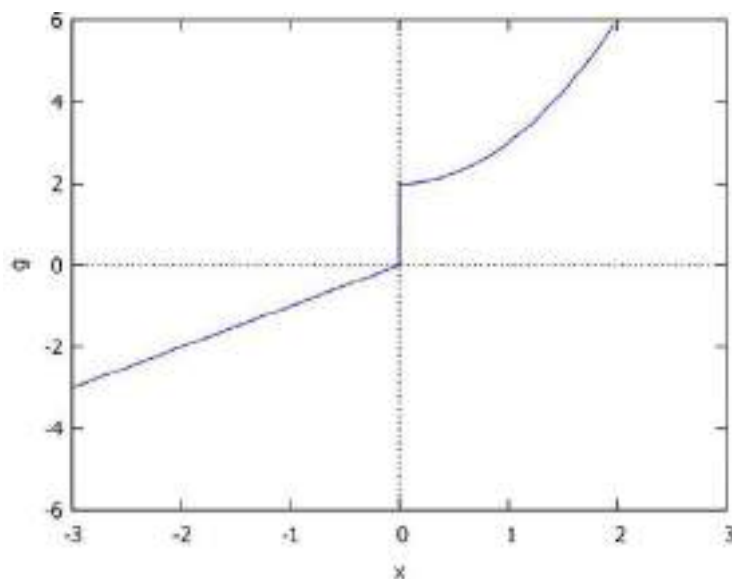
$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ 2 + x^2, & x > 0 \end{cases}$$

Програмна реалізація в Maxima:

(%i1)  $g(x) := \text{if } x > 0 \text{ then } x \text{ else } x$  (ввести перший аналітичний вираз функції);

(%i2)  $g(x) := \text{if } x < 0 \text{ then } x \text{ else } x^2 + 2$  (ввести другий аналітичний вираз функції);

(%i3)  $\text{wxplot2d}([g], [x, a, b])$  (побудувати графік функції).



*Рис. 5.* Графік функції  $f(x)$ , побудований в Maxima

Одним із методичних напрямів використання СКМ у навчанні математичних дисциплін є створення навчальних тренажерів.

Під навчальним тренажером розв'язування математичних задач розуміємо програми-тренажери з покроковою деталізацією етапів розв'язування математичної задачі, що надає можливість студентам здійснити детальну перевірку кожного кроку виконання завдання. Навчальні програми-тренажери

призначені для засвоєння студентами знань щодо алгоритмів розв'язування математичних задач. У процесі створення навчального тренажеру особливу увагу слід приділити вибору математичного середовища.

Постановка задачі: зобразити на комплексній площині число  $z = a + i \cdot b$ .

Пропонується навчальний тренажер в системі комп'ютерної математики Maxima, який призначений для покрокового відтворення розв'язування вказаної задачі. Основними напрямками методичної складової навчального комп'ютерного тренажера в Maxima є:

- 1) текстове представлення алгоритму;
- 2) автоматизація обчислень;
- 3) підтримка самостійної роботи;
- 4) генерація практичних завдань;
- 5) графічна інтерпретація розв'язку.

Тренажер для геометричного зображення комплексних чисел представлений таким алгоритмом в Maxima:

`z:a+b*(%i)` (задати комплексне число);

`realpart(z)` (виділити дійсну частину комплексного числа);

`imagpart(z)` (виділити уявну частину комплексного числа);

`arg(z)` (обчислити головне значення аргументу комплексного числа);

`arg(z)·180/(%pi)`, `numel` (знайти у градусах кут між віссю абсцис та вектором);

`load("draw")` (завантажити пакет "draw" для зображення комплексних чисел);

`wxdraw2d(xrange, yrange, head_length, head_angle)` (зобразити вектор),

де `xrange`, `yrange` – відрізки на осях абсцис та ординат, в межах яких відображається вектор;

`head_length` – модуль комплексного числа;

`head_angle` – кут між віссю абсцис та вектором.

Навчальний тренажер для геометричного зображення комплексних чисел протестований на конкретних прикладах. Розглянемо один із них.

*Приклад 10.* Зобразити на комплексній площині число  $z=5+2 \cdot i$ .

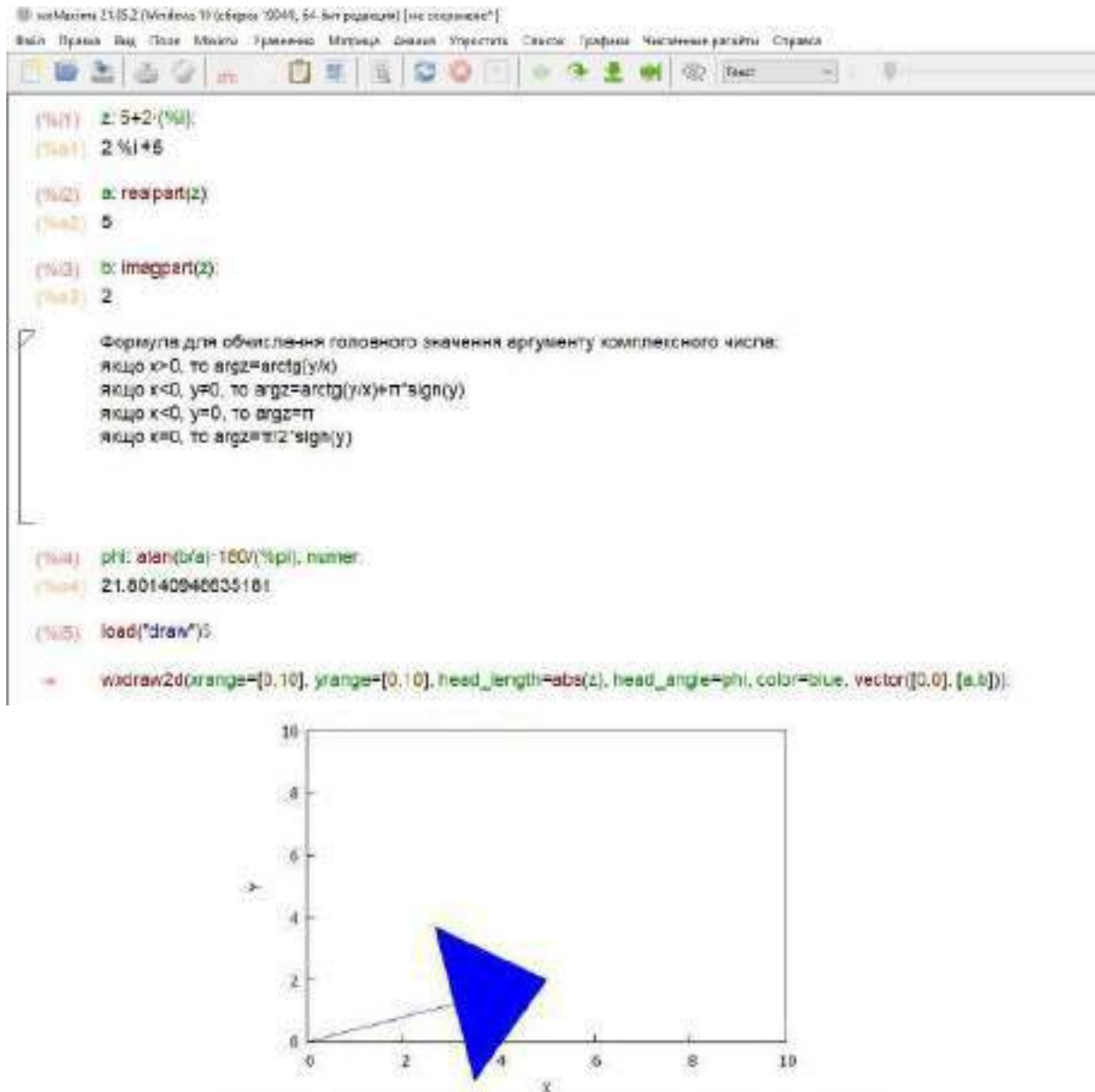


Рис. 6. Копія екрана навчального тренажера в Maxima щодо геометричного зображення числа  $z=5+2i$

Розглянемо навчальний тренажер щодо знаходження екстремуму функції двох змінних у математичному середовищі Mathcad.

Копія екрана навчального тренажера для знаходження екстремуму функції двох змінних у середовищі Mathcad представлена на рис. 7. Основними напрямками методичної складової навчального комп'ютерного тренажера у Mathcad є:

- 1) текстове представлення;
- 2) автоматизація та графічне відображення проміжних обчислень;
- 3) книжковий вигляд формул;

- 4) підтримка самостійної роботи;
- 5) генерація практичних завдань;
- 6) графічна інтерпретація розв'язку.

Завдання знаходження екстремуму функції  $z=f(x,y)$  в заданій області

1. Ввести функцію:  
 $z:=f(x,y)$
2. Необхідна умова екстремуму функції.  
Привести частинні похідні функції до нуля знайти дійсні розв'язки  $(x_0, y_0)$  системи рівнянь, які належать області:

$$\frac{d}{dx} f(x,y) = 0 \quad \frac{d}{dy} f(x,y) = 0$$

$$x=1 \quad y=1$$

$$\frac{d}{dx} f(x,y) = 0 \quad \frac{d}{dy} f(x,y) = 0$$

$$f(x,y)$$

Розв'язки системи рівнянь є точки підозрілі на екстремум.

3. Достатні умови екстремуму функції.  
Обчислити значення частинних похідних 2-го порядку функції  $z=f(x,y)$  в точках  $(x_0, y_0)$ :

$$a_{11}(x,y) = \frac{d^2}{dx^2} f(x,y) \quad a_{12}(x,y) = \frac{d}{dx dy} f(x,y)$$

$$a_{22}(x,y) = \frac{d^2}{dy^2} f(x,y)$$

$$a_{11} = a_{11}(x_0, y_0) \quad a_{12} = a_{12}(x_0, y_0) \quad a_{22} = a_{22}(x_0, y_0)$$

Обчислити значення визначника:

$$\Delta = \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

При цьому:

- а) якщо  $\Delta > 0$ , то маємо екстремум: максимум при  $a_{11} < 0$  і мінімум при  $a_{11} > 0$ ;
- б) якщо  $\Delta < 0$ , то екстремуму немає;
- в) якщо  $\Delta = 0$ , то маємо сумнівний випадок, і тут потрібні інші дослідження.

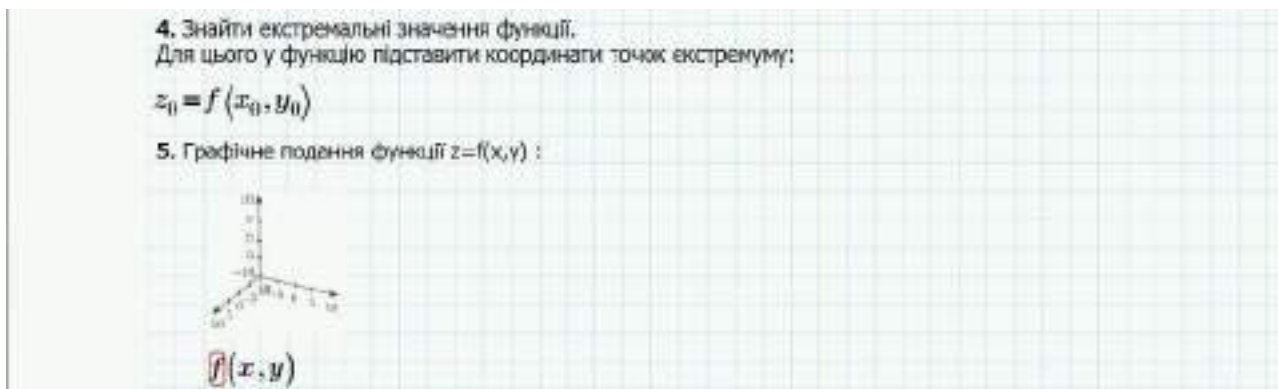


Рис. 7. Копія екрана навчального тренажера для знаходження екстремуму функції двох змінних у середовищі Mathcad

Навчальні тренажери у математичних середовищах використовують у навчанні математики у двох основних напрямках: як засіб подання, ілюстрації навчального матеріалу та як засіб розв'язування задач, дослідження математичних моделей.

Проведено анкетування студентів щодо використання СКМ у навчанні математичних дисциплін на базі Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. В анкетуванні взяли участь 65 студентів першого курсу.

Анкета містила такі питання:

1. Чи використовуєте Ви системи комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін?
2. Для яких цілей Ви використовуєте системи комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін?
3. Які переваги та недоліки використання систем комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін Ви бачите?

Відповідно до результатів анкетування, 70% студентів першого курсу використовують системи комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін.

Найчастіше системи комп'ютерної математики використовуються студентами для розв'язування задач, перевірки правильності розв'язків, візуалізації математичних об'єктів.

До переваг використання систем комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін студенти відносять: автоматизація рутинних обчислень, графічне відображення математичних об'єктів, краще засвоєння математичних методів та алгоритмів, доступність програм та інформації.

Серед недоліків студенти відзначають: залежність від комп'ютера, необхідність оволодіння навичками роботи з системами комп'ютерної математики, більшість програм є комерційними.

Загалом, результати анкетування свідчать про те, що студенти позитивно ставляться до використання систем комп'ютерної математики при вивченні математичних дисциплін. На думку студентів, роль програм математичного призначення у навчанні має бути допоміжною.

Отже, поєднання навчального матеріалу з математичними середовищами має базуватися на виваженій математичній ідеї. Головним критерієм ефективності використання програм математичного призначення у навчанні математики є наявність методичної системи їх використання.

Використання СКМ у навчанні математичних дисциплін сприяє інтеграції інформатики та математики, активізації самостійної роботи, саморегуляції математичних знань молоді, підвищенню їхньої математичної та інформатичної культури. У таких випадках, збільшується роль використання СКМ у дистанційному навчанні та самостійної роботи студентів.

### Список використаних джерел

1. Биков В. Ю., Спирін О. М., Пінчук О. П. Проблеми та завдання сучасного стану інформатизації освіти. Наукове забезпечення розвитку освіти в Україні: актуальні проблеми теорії і практики. Київ : Вид. дім «Сам», 2017. С. 191- 198.
2. Биков В. Ю. Технології хмарних обчислень – провідні інформаційні технології подальшого розвитку інформатизації системи освіти України. Комп'ютер у школі та сім'ї. 2011. № 6. – С. 3–11.
3. Биков В. Ю., Буров О. Ю. ЦИФРОВЕ НАВЧАЛЬНЕ СЕРЕДОВИЩЕ: НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА ВИМОГИ ДО ЗДОБУВАЧІВ ЗНАНЬ. Проблеми використання інформаційних технологій у сучасних закладах освіти. 2020. Вип. 55. С. 11–22.
4. Галецький С. М., Туржанська О. С., Галецька Т. І. НАВЧАЛЬНИЙ ТРЕНАЖЕР ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО ЗОБРАЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ У СИСТЕМІ МАХІМА ЯК ЕЛЕМЕНТ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ. Актуальні проблеми фізики, математики, інформатики та методики їх навчання: матеріали Всеукраїнської науково-практичної

конференції, 18-20 січня 2023 року. К. : Вид-во УДУ імені Михайла Драгоманова, 2023. С. 177-180.

5. Гриб'юк О. О. Рівнева модель дослідницького навчання учнів математики з використанням комп'ютерно орієнтованої методичної системи. Інформаційні технології і засоби навчання. 2020. Том 77. № 3. С. 39-62.

6. Гуревич Р. С., Коношевський Л. Л., Опушко Н. Р. Цифровізація освіти сучасного суспільства: проблеми, досвід, перспективи». 2022. Вип. 3-4. С. 22–46.

7. Добранюк Ю. В., Михалевич В. М., Коломієць А. А. ЗАСТОСУВАННЯ СКМ MAPLE ДЛЯ ПОБУДОВИ 3D ГРАФІКІВ В ЗАДАЧАХ ОБЧИСЛЕННЯ ОБ'ЄМУ ФІГУР. Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. Вип. 2, с. 115–123.

8. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером : посіб. для вчителів. К. : НПУ ім. Драгоманова, 2009. 282 с.

9. Ключко В. І., Бондаренко З. В. Деякі аспекти методики застосування нових інформаційних технологій під час вивчення теми «Диференціальні рівняння» у вищому технічному навчальному закладі. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. № 1(8). С. 92–98.

10. Ключко В. І., Бондаренко З. В. Вища математика. Звичайні диференціальні рівняння (з комп'ютерною підтримкою) : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2013. 248 с.

11. Козяр М. М. МОДЕРНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНО-ВИХОВНОГО ПРОЦЕСУ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ЄДИНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА. Теорія і практика управління соціальними системами. Харків: НТУ „ХПІ”, 2011. № 1. С. 3-9.

12. Михалевич В. М., Тютюнник О. І. Використання систем комп'ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2016. 208 с.

13. Морзе Н.В., Вембер В.П., Гладун М.А. 3Д картування цифрової компетентності в системі освіти в Україні. Інформаційні технології і засоби навчання: Теорія, методика і практика використання ІКТ в освіті. 2019. Том 70, № 2. С.28-42.

14. Морзе Н. В. Основи методичної підготовки вчителя інформатики : монографія / Н. В. Морзе. К. : Курс, 2003. 372 с.

15. Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні: монографія / Нац. акад. пед. наук України ; за заг.ред. В.Г.Кременя. Київ : КОНВІ ПРІНТ, 2021. 384 с.

16. Раков С. А. Математична освіта: компетентісний підхід з використанням ІКТ : Монографія. Х. : Факт, 2005. 360 с.

17. Семеніхіна О. В., Білошапка Н. М. Про використання вчителями математики засобів комп'ютерної візуалізації. Гуманізація навчально-виховного процесу. 2018. №1. С. 289-301.

18. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г. Комп'ютерно орієнтовані системи навчання математики : Навчальний посібник. Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2017. 144 с.

19. Словак К. І. Застосування ММС Sage у процесі навчання вищої математики. Вісник Черкаського університету. Серія педагогічні науки. Черкаси : ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. Вип. 191, частина 1. С. 106–111.

20. Словак К. І. Методика побудови окремих компонентів мобільного математичного середовища «вища математика». Інформаційні технології і засоби навчання. 2012. № 4 (30). С. 59-67.

21. Співаковський О. В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей. Херсон : Айлант, 2003. 229 с.

22. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін у ВНЗ: проблеми, стан і перспективи. Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2010. № 9(16). С. 16–29.

23. Триус Ю. В. Розв'язування екстремальних задач за допомогою пакету Matlab 6.5. Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць. К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова. 2005. № 2(9). С. 61–79.
24. Туржанська О. С. Використання комп'ютерних програм математичного призначення при викладанні курсу вищої математики у педагогічному університеті. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців : методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. пр. Київ-Вінниця: ТОВ «Планер», 2018. С. 396-400.
25. Тютюнник О. І. Використання систем комп'ютерної математики для створення програмних засобів навчального призначення. Міжнародна науково-методична інтернетконференція «Інноваційні педагогічні технології у підготовці майбутніх фахівців з вищою освітою : досвід, проблеми, перспективи» (8–10 жовтня 2013 р.). Вінниця : ВНТУ, 2013. Режим доступу до журналу : <http://conf.vm.vntu.edu.ua/inpedtex2013/materialy.html>.
26. Vakaliuk T. A., Spirin O. M., N M Lobanchykova, L A Martseva, I V Novitska, V V Kontsedailo Features of distance learning of cloud technologies for the organization educational process in quarantine. Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1840. С. 1-11.
27. Gurevych R., Silveistr A., Mokliuk M, Shaposhnikova I., Gordiichuk G., Saiapina S. Using Augmented Reality Technology in Higher Education Institutions. *Postmodern Openings*. 2021. № 12(2). С. 109-132.
29. Tkachuk V., Semerikov S., Kislova M., Khotskina V. Exploring Student Uses of Mobile Technologies in University Classrooms: Audience Response Systems and Development of Multimedia [Electronic resource]. ICTERI 2020: ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer 2020 : Proceedings of the 16th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume II: Workshops. Kharkiv, Ukraine, October 06-10, 2020. Vol. 2732. Pp. 1217-1232. – Access mode : <http://ceur-ws.org/Vol-2732/20201217.pdf>.
30. Turzhanska O., Galetskyi S., Biloshytska T., Topishko N, Galetska T. Computer-oriented technologies in teaching mathematics as a means of self-regulation of young people's mathematical knowledge. Youth Voice Journal. INEQUALITY, INFORMATIONAL WARFARE, FAKES AND SELF-REGULATION IN EDUCATION AND UPBRINGING OF YOUTH. March, 2023. Vol. I, Pages 90-102. DOI: 10.13140/RG.2.2.29637.73441