Список використаних джерел

1. Клочко О. В. Інформаційні системи і технології управління організацією: Навчальний посібник / Л. М. Киш, О. В. Клочко, Н. А. Потапова. Вінниця Вінницька газета, 2015. 320 с.
2. Клочко О. В. Теоретичні і методичні засади професійної підготовки майбутніх менеджерів аграрного виробництва засобами сучасних інформаційно-комунікаційних технологій: дис. … д-ра педагогічних наук: 13.00.04 – теорія і методика професійної освіти / О. В. Клочко; Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, Вінниця, 2018. 689 с.
3. Костюк А. М. Кафедра математики та інформатики. URL: https://sites.google.com/view/kafedramandi/головна-сторінка. (дата звернення: 29.04.2020).

ACTUALIZATION THE DEVELOPMENT OF THE EDUCATIONAL INFORMATION AND DIGITAL SYSTEM

Abstract. *Informatization of the educational sector of Ukraine creates conditions for its rapid transformation in accordance with European and world levels, the introduction of modern digital technologies in the educational process, making optimal management decisions, effective functioning and maintenance of international relations. The study actualizes the need to develop an educational information and digital system, presents a diagram of the main stages of the process of its development, describes the developed information and digital system of the Department of Mathematics and Informatics of Vinnytsia State Pedagogical University named after Mykhailo Kotsyubynsky.*

Keywords: *information-digital system, educational institution, stages of development, Web-site, information system.*

Сергій Бак, Галина Ковтонюк, Богдан Лисак

ІСНУВАННЯ БІЖУЧИХ ХВИЛЬ В СИСТЕМАХ ТИПУ ФЕРМІ-ПАСТИ-УЛАМА ІЗ НАСИЧУВАНОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ

Анотація. *В статті встановлено існування періодичних і відокремлених біжучих хвиль в системах типу Фермі-Пасти-Улама із насичуваною нелінійністю. Для цього використано варіаційний підхід.*

Ключові слова: *система Фермі-Пасти-Улама, біжучі хвилі, критичні точки, насичувана нелінійність.*

Система Фермі-Пасти-Улама (ФПУ) представляє собою нескінченну систему ідентичних частинок на прямій з взаємодією найближчих сусідів. Рівняння руху системи мають вигляд

$$\ddot{q}_n = U'(q_{n+1} - q_n) - U'(q_n - q_{n+1}), n \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

де $q_n = q_n(t)$ – координата n-ї частки в момент часу t, а U(r) – потенціал їх взаємодії. Це нескінченна система звичайних диференціальних рівнянь. Рівняння (1) можна записати у вигляді нескінченновимірної гамільтонової системи з гамільтоніаном

$$\sum_{n\in\mathbb{Z}} \left(\frac{1}{2} p_n^2 + U(q_n - q_{n+1}) \right)$$

де p_n=$\ddot{q}_n$ – імпульс.

Найбільш повний огляд результатів для таких систем можна знайти в [5]. Умови існування біжучих хвиль для систем типу Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці одержано в статтях [1; 3].

У цій статті ми будемо вивчати системи (1) із насичуваними нелінінійностями, які не задовольняють умови, одержані в [5]. Це означає, що на нескінченності $U'(r)$ росте як $const \cdot r$. Зауважимо, що такі нелінійності вивчалися в статтях [2; 4; 5].

Метою статті є одержання умов існування періодичних і відокремлених біжучих хвиль в системах типу Фермі-Пасти-Улама із насичуваною нелінійністю.

Нагадаємо, що біжучою хвилею є розв’язок вигляду

$$q_n(t) = u(n - c), \quad (2)$$

де $u(s)$ – функція дійсної змінної $s \in \mathbb{R}$, яка називається профілем хвилі, і константа $c > 0$ – швидкість хвилі. Підставляючи біжучу хвилю (2) в систему (1), одержуємо рівняння для профілю біжучої хвилі

$$c^2 u''(s) = U'(Au(s)) - U'\big(Au(s-1)\big), \tag{3}$$

де лінійний оператор A визначається рівністю

$$(Au)(s) = u(s+1) - u(s) = \int_s^{s+1} u'(\tau)d\tau.$$

Функція $r(s) = (Au)(s)$ називається *профілем відносного зміщення*.

Під розв'язком рівняння (3) ми розуміємо функцію класу C^2, яка задовольняє це рівняння.

Зауважимо, що в статті [6] вивчалися два види біжучих хвиль: періодичні і відокремлені. Періодична біжуча хвиля – це біжуча хвиля профіль відносного зміщення $r(s)$ (рівнозначно, $u'(s)$) – періодична функція. А відокремелена біжуча хвиля – хвиля, профіль відносного зміщення $r(s)$ (рівнозначно, $u'(s)$) розпливається на нескінченності.

На відміну від статті [5] ми будемо накладати умови не профіль відносного зміщення, а на сам профіль. Тобто у випадку періодичних біжучих хвиль достатньо знайти розв'язок, який задовольняє умову (періодичність)

$$u(s+2k) = u(s), \mathrm{k} > 0. \tag{4}$$

А у випадку відокремлених біжучих хвиль (розпливання)

$$\lim_{s \to \pm\infty} u(s) = u(\pm\infty) = 0. \tag{5}$$

Для формулювання припущень про потенціал $U(r)$ відокремимо гармонічну і ангармонічну частини

$$U(r) = \frac{c_0^2}{2} r^2 + V(r).$$

Стала $c_0 \geq 0$ називається швидкістю звуку [5].

Наші основні припущення щодо потенціалу V:

(i) *функція V є неперервно диференційовною на $\mathbb{R}$, т $V(0) = V'(0) = 0$, а $V'(r) = o(r)$ при $r \to 0$;*

(ii) *існує скінченна границя $\lim\limits_{r \to \pm\infty} \frac{V'(r)}{r} = a$, а функція*

$$g(r) = V'(r) - ar$$

обмежена;

(iii) *для кожного $r_0 > 0$ існує $\delta_0 = \delta_0(r_0) > 0$ таке, що*

$$\frac{1}{2} rV'(r) - V(r) \geq \delta_0$$

для $|r| \geq r_0$, і $V(r) \geq 0$ для всіх $r \in \mathbb{R}$.

Для стислості ми також покладемо

$$f(r) = V'(r) = ar + gr.$$

Позначимо через X_k гільбертів простір

$$X_k = \{u \in H^1_{loc}(\mathbb{R}) : u(s+2k) = u(s),\ u(0) = 0\}$$

зі скалярним добутком

$$(u,v)_k = \int_{-k}^{k} u'(s)v'(s)ds$$

і відповідною нормою $\|u\|_k = (u,\, u)^{\frac{1}{2}}$.

Нехай X замикання простору $C_0^\infty(\mathbb{R})$ по відношенню до норми

$$\|u\| = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |u'(s)|^2 \, ds \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Очевидно, що X є замкненим підпростором гільбертового простору

$$\tilde{X} = \{u \in H^1_{loc}(\mathbb{R}) : u' \in L^2(\mathbb{R})\}$$

зі скалярним добутком

$$(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} u'(s)v'(s)ds + u(0)v(0),$$

а тому функції з X задовольняють умову (5).

На просторах X_k та X розглянемо відповідно функціонали

$$J_k(u) := \int_{-k}^{k} \left\{ \frac{c^2}{2}|u'(s)|^2 - \frac{c_0^2}{2} Au(s) - V(Au(s)) \right\} ds,$$

$$J(u) := \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{c^2}{2}|u'(s)|^2 - \frac{c_0^2}{2} Au(s) - V(Au(s)) \right\} ds.$$

Неважко переконатися, що критичні точки цих функціоналів є розв’язками рівняння (3), які задовольняють відповідно умови (3) і (4).

Наступна теорема встановлює існування періодичних біжучих хвиль.

Теорема 1. *Нехай виконуються умови (i)-(iii). Тоді якщо*
$c_0^2 < c^2 < c_0^2 + a$ *і*

$$G(r) := \int_0^r g(\rho)d\rho \to -\infty \text{ при } r \to \pm\infty$$

або

$$c^2 \left(\frac{\pi n}{k}\right)^2 - 4(c_0^2 + a)\, sin^2 \frac{\pi n}{2k} \neq 0 \ \ \forall n \in \mathbb{N},$$

то рівняння (3) має несталий розв’язок u, *який задовольняє умову (4).*

Для доведення теореми 1 достатньо перевірити виконання умов теореми про гірський перевал для функціоналу J_k. Зокрема, цей функціонал задовольняє умову Пале-Смейла та геометрію гірського перевалу, а отже, за теоремою про гірський перевал має нетривіальну критичну точку. Несталість розв’язку випливає з означення простору X_k.

Відокремлдені хвилі є в деякому сенсі граничним випадком розглянутих вище періодичних біжучих хвиль при $k \to \infty$. Тому вони будуються за допомогою граничного переходу при $k \to \infty$ в критичних точках функціоналу J_k.

Наступний результат встановлює існування відокремлених біжучих хвиль.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови (i)-(iii). Тоді якщо* $c_0^2 < c^2 < c_0^2 + a$, *то рівняння (3) має несталий розв’язок* u, *який задовольняє умови (5). Більше того, цей розв’язок має експоненціальну оцінку, тобто*

$$|u'(s)| \leq C\, exp(-\alpha|s|)$$

з деякими додатними константами C і α.

Список використаних джерел

1. Бак С. М. Існування періодичних біжучих хвиль в системі Фермі-Пасти-Улама на двовимірній ґратці. *Математичні студії*. 2012. Т. 37, №1. С. 76–88.
2. Бак С. М., Ковтонюк Г. М., Печериця І. В. Стоячі хвилі з періодичною амплітудою в дискретному нелінійному рівнянні типу Шредінгера із насичуваною нелінійністю на двовимірній ґратці. *Математичне та комп’ютерне моделювання*. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. праць. 2018. Вип. 18. С. 5-13.

3. Bak S. M., Kovtonyuk G. M. Existence of solitary traveling waves in Fermi-Pasta-Ulam system on 2D lattice. *Matematychni Studii*. 2018. Vol. 50, No.1. P.75-87.
4. Bak S. M., Kovtonyuk G. M. Existence of standing waves in DNLS with saturable nonlinearity on 2D lattice. *Communications in Mathematical Analysis*. 2019. Vol. 22, № 2. P. 18–34.
5. Pankov A. Traveling Waves and Periodic Oscillations in Fermi–Pasta–Ulam Lattices. London–Singapore : Imperial College Press, 2005. 96 p.
6. Pankov A. Traveling Waves in Fermi–Pasta–Ulam Lattices with saturable nonlinerities. *Discrete and continuous dynamical systems.* 2011. Vol. 30, № 3 (July). P. 835-849.

Abstract. *The article established the existence of periodic and solitary traveling waves in Fermi--Pasta-Ulam type systems with saturable nonlinearity. For this, a variational approach is used.*
Keywords: *Fermi-Pasta-Ulam system, traveling waves, critical points, saturable nonlinearity.*

Оксана Клочко, Ірина Обух

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ЗАКЛАДУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Анотація. *У сучасних умовах інтеграції у світовий та європейський простори освіти, поступового переходу закладів вищої освіти на часткове самофінансування та самоокупність, важливою умовою яка забезпечує не тільки сталість організації а її інноваційний поступ є розвиток освітніх послуг закладу вищої освіти, а також наукової та науково-технічної діяльності, міжнародного співробітництва, охорони здоров'я, відпочинку, дозвілля, оздоровлення, туризму, фізичної культури та спорту, сфери побутових, транспортних, житлово-комунальних послуг та інших платних послуг. У дослідженні розроблено лінійну оптимізаційну модель, що забезпечує максимальне надходження коштів за рахунок надання платних послуг закладом вищої освіти.*
Ключові слова: *заклад вищої освіти, системний підхід, моделювання, методи оптимізації, освітні послуги, самофінансування*.

У сучасних умовах інтеграції у світовий та європейський простори освіти, поступового переходу закладів вищої освіти на часткове самофінансування та самоокупність важливим є розвиток освітніх послуг закладу вищої освіти, а також наукової та науково-технічної діяльності, міжнародного співробітництва, охорони здоров'я, відпочинку, дозвілля, оздоровлення, туризму, фізичної культури та спорту, у сфері побутових послуг, транспортних послуг, житлово-комунальних послуг та інших платних послуг [1]. Наприклад, обсяги надання платних освітніх послуг залежать від квот на зарахування, обсягів державного замовлення, а в розрізі наукової/науково-технічної діяльності – обсягів проведення науково-дослідних, дослідно-конструкторських, проектно-конструкторських, технологічних, пошукових та проектно-пошукових робіт й ін. [1].

Системний підхід до визначення складових системи оптимізації надання платних послуг закладом вищої освіти передбачає знаходження максимального значення виручених коштів за рахунок платних послуг, що забезпечить відповідний рівень фінансової автономії (рис. 1),: надходження коштів із загального фонду бюджету; надходження коштів зі спеціального фонду бюджету; плата за послуги, що надаються згідно з основною діяльністю; інші надходження (доходи, фінансування й ін.); поточні видатки; надання кредитів.

Одним з основних класів методів дослідження ефективності діяльності бюджетної установи щодо надання платних послуг, є методи оптимізації. Побудуємо лінійну оптимізаційну модель, що забезпечує максимальне надходження коштів за рахунок надання платних послуг закладом вищої освіти.