

2.3. Застосуванням систем комп'ютерної математики при проведенні інтегрованих уроків з інформатики

Крупський Я. В.

Проблема інтеграції шкільних предметів, у контексті історії розвитку науки, є однією з найдавніших і досліджувалася у різних аспектах. Розкриття концепції інтеграції шкільного матеріалу як складного, багатогранного та суперечливого процесу вимагає аналізу філософських принципів і категорій, які виступають як засоби об'єднання всієї системи людського знання. Вони функціонують як загальні принципи для всіх галузей науки.

З погляду педагогічних наук та літературних джерел, інтеграція - це процес зближення та взаємодії, спрямований на розуміння учнем єдиної наукової картини світу. Ця необхідність інтеграції виникає не лише через значний обсяг наукових знань, але також через центральну мету освіти - розвиток і саморозвиток сутнісних сил дитини в їхній єдності та цілісності.

У розвитку сучасних систем освіти, інтеграція виступає як провідний принцип, проявляючись як спосіб і процес створення багатовимірної картини світу, що об'єднує різні способи відображення дійсності. Інтеграція розглядається як необхідний дидактичний інструмент, який надає можливість створити цілісну картину світу в навчально-виховному процесі, об'єднуючи різні частини та елементи.

Мета навчання за допомогою інтеграції полягає у формуванні цілісного розуміння навколишнього середовища, сприянні підвищенню рівня розумової активності учнів, а також у забезпеченні їх самовираження, самореалізації та розвитку гармонійної особистості з властивими їй загальнолюдськими цінностями.

Проблематика формування особистості, базуючись на інтеграції шкільного та позашкільного навчання, а також в рамках урочної та позаурочної діяльності, була предметом досліджень відомих науковців, таких як Джон Дьюї,

який досліджував інтеграцію шкільного навчання з акцентом на соціальний взаємозв'язок, Жан Піаже – вніс вагомий внесок у розуміння розвитку когнітивних здібностей дітей, Лінда Дарлінг-Геммонд – зосереджувалася на питаннях якісної освіти та методів поліпшення, включаючи інтеграцію.

Аналіз наукової літератури, матеріалів конференцій та науково-методичного забезпечення, щодо формування інтегрованих знань про людину і світ учнів, висвітлено у дослідженнях науковців та практиків інноваційної діяльності, таких як Г. М. Андрєєва в роботах досліджено методи формування інтегрованих знань в контексті гуманітарних наук; роботи Н. М. Бібік фокусуються на питаннях інтеграції знань в галузі природничих наук та математики. Її дослідження можуть стосуватися розробки інноваційних методів викладання для покращення зрозуміння матеріалу учнями; роботи К. Ж. Гузя спеціалізуються на вивченні інтеграції наукових та художніх знань в процесі освіти. Також її роботи присвячені розвитку творчих методів навчання; В. Р. Ільченко досліджує інтеграцію знань в галузі соціальних наук та педагогіки; Н. С. Коваль фокусується на аспектах інтеграції знань в освіті загалом. Її роботи можуть включати аналіз тенденцій розвитку інтеграції в сучасних системах освіти; Н. М. Светловська вивчає питання формування інтегрованих знань в рамках міжпредметних зв'язків та педагогічних інновацій; О. Я. Савченко досліджує використання технологій у навчальному процесі і може досліджувати, як інтеграція знань може підтримуватися сучасними педагогічними технологіями.

Перегляд наукових джерел свідчить про активність у проведенні досліджень з впровадження інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема, комп'ютерно-орієнтованих систем навчання. Цю інформацію висвітлено у працях В. Ю. Бикова [13], В. М. Глушкова, М. І. Жалдака [14], Ю. С. Рамського, І. О. Теплицького [19], А. П. Єршова. В основному в даних роботах мова йде про використання таких програмних продуктів як Gran, DG, ТерМ та ін..

Із огляду іноземних джерел [1, 7, 10], можна зробити висновок, що системи комп'ютерної математик є ефективним засобом навчання інформатики та математики учнів в США, Японії, Франції і т.д. На жаль, в нашій шкільній системі учні недостатньо знайомі з сучасними системами комп'ютерної математики, що суттєво сповільнює вирішення ряду проблем входження вітчизняної освітньої системи у світову, де СКМ активно використовуються.

Взаємодія між загальноосвітніми школами та вищими педагогічними навчальними закладами сприяє створенню умов для виявлення та розвитку навчальних здібностей молоді. Ефективність цього процесу залежить від постійної взаємодії, де учні відіграють активну роль. Використання ресурсів дистанційного навчання з урахуванням гнучкості для стимулювання творчого та активного навчання суттєво впливає на учнів і студентів в їхній навчально-пізнавальній діяльності. Хоча комп'ютерні технології сприяють підвищенню якості освіти, важливо відзначити, що вони не можуть замінити важливу роль вчителя або викладача.

Під час проведення інтегрованих уроків з інформатики використання систем комп'ютерної математики або комп'ютерно-орієнтованих систем є не тільки корисним, але й необхідним завдяки чіткої візуалізації графіків та малюнків, використанню засобів візуального програмування і мультимедійних засобів, автоматизації математичних обчислень і т.д.

Програмні засоби, спрямовані на виконання чисельних та аналітичних розрахунків різного рівня складності та призначені для розв'язання задач, які можуть бути коректно висловлені за допомогою термінів математики, отримали назву систем комп'ютерної математики. Однією з характерних особливостей СКМ є їхня гнучкість, що дозволяє користувачам втручатися в процес обчислень та впливати на розв'язання задачі за необхідними параметрами. Це відрізняє СКМ від більшості пакетів прикладних програм. Окрім того, СКМ володіють високим рівнем візуалізації результатів обчислень.

Сучасний прогрес у галузі комп'ютерних технологій, спрямованих на створення інтегрованих пакетів мультимедійних технологій, призвів до розробки різноманітних систем комп'ютерної математики. До цього виду систем належать, зокрема, Maple [5] від компанії Waterloo Maple Software Inc., Mathematica від Wolfram Research Inc., Macsima, WolframAlpha, а також інші визнані платформи у цій області. Ці системи комп'ютерної математики відрізняються високими показниками, перевищуючи характеристики систем Derive, REDUCE, Macsyma, MatLab та MathCAD і водночас вони дотримуються встановлених стандартів. Однією з основних їхніх відмінностей від даних систем є наявність вбудованої розвиненої мови програмування, що робить їх ефективними і гнучкими інструментами для виконання різноманітних обчислень та математичних операцій.

Вибір систем комп'ютерної математики (СКМ) залежить від остаточної мети використання програм, конкретного класу завдань та їх призначення. Дидактичні функції таких систем включають:

- Представлення матеріалу у вигляді наочних засобів (електронні довідники з гіпертекстовою системою допомоги та інтуїтивним інтерфейсом, анімаційні приклади, звуковий і відео супровід).

- Розв'язання практичних задач, дослідження складних моделей, аналіз варіантів розв'язання задач, розвиток практичних навичок математичного мислення.

Системи комп'ютерної математики можна класифікувати на сім основних класів: системи для чисельних розрахунків; табличні процесори; матричні системи; системи для статистичних розрахунків; системи для спеціальних розрахунків; системи для аналітичних розрахунків (комп'ютерна алгебра); універсальні системи.

Застосування систем комп'ютерної математики можна успішно інтегрувати у процес інтегрованих уроків з інформатики, надаючи учням можливість використовувати ці інструменти для вирішення математичних

завдань та виконання інтерактивних вправ. Це створить зв'язок між інформатикою та математикою, сприяючи комплексному розвитку обох навичок.

Головною метою інтеграції шкільних уроків є створення у школяра цілісного уявлення про навколишній світ, або, іншими словами, формування світогляду. Цей підхід відкриває широкий спектр можливостей для якісного вирішення завдань навчання і виховання учнів:

1. Зв'язок предметів. Інтегрований підхід надає можливість ефективно поєднувати різні предмети, щоб учні бачили взаємозв'язок між ними. Наприклад, об'єднання інформатики та математики може допомогти учням уявити, як математичні концепції використовуються в розв'язанні інформаційних завдань. Або ще цей пункт можна назвати перехід до міжпредметних зв'язків. А саме, що перехід від внутрішньо-предметних зв'язків до міжпредметних надає можливість учневі ефективно переносити стратегії та способи дій з одних об'єктів на інші, сприяючи полегшенню навчання та формуванню уявлення про цілісність світу. Зазначимо, що успішний перехід вимагає наявності певної бази знань внутрішньо-предметних зв'язків, оскільки без неї перенесення може стати поверховим і механічним.

2. Практична спрямованість. Інтеграція дозволяє забезпечити більше практичних завдань, де учні використовують знання з різних предметів для розв'язання реальних проблем. Це сприяє практичному застосуванню отриманих знань.

3. Розвиток критичного мислення. Інтегрований підхід сприяє розвитку критичного мислення учнів, оскільки вони повинні аналізувати і взаємодіяти з різними концепціями та ідеями, що входять в різні предмети.

4. Розвиток творчого мислення. Інтеграція навчального матеріалу надає можливість не лише сприяти взаємодії різних дисциплін, але й стимулює розвиток творчого мислення учнів. Даний підхід надає можливість застосовувати отримані знання у реальних ситуаціях та умовах, що є ключовим

фактором виховання культури та важливим засобом формування особистісних якостей учнів, орієнтованих на позитивне ставлення до природи, до співлюдення етичних норм та загального добробуту.

5. Сприяння творчості. Інтеграція стимулює творчий підхід до вивчення, оскільки вона дозволяє учням розвивати свої творчі здібності через поєднання різних аспектів знань.

6. Широкий погляд на проблему. Інтеграція допомагає учням дивитися на проблеми з різних точок зору, сприяючи більш повному і глибокому розумінню теми.

7. Інтеграція є засобом мотивації навчання школярів, який надає можливість викладачу активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів та сприяє зняттю перенапруги та втоми.

На уроках інформатики при вивченні розділу програмування у школі з 8 по 11 клас, інтеграція СКМ може бути особливо корисною, враховуючи потреби учнів на різних етапах їхнього навчання. Наведемо основні моменти, як можна використовувати СКМ для інтеграції при вивченні курсу інформатика:

1. Створення мультимедійних презентацій. Учні мають можливість використовувати довільні СКМ для створення мультимедійних презентацій, де вони демонструють вирішення математичних задач використовуючи різні функції та можливості обраної системи комп'ютерної математики.

2. Дослідницькі проекти. Завдання на дослідження геометричних властивостей фігур чи інші явища за допомогою СКМ може стати частиною інтегрованого уроку. Учні мають можливість досліджувати математичні концепції, використовуючи функції та інструменти СКМ.

3. Візуалізація даних. СКМ можна використовувати для створення графіків та візуалізації даних у програмах учнів. Це допоможе їм краще розуміти та представляти результати своїх програм.

4. Вивчення систем комп'ютерної математики. Інтеграція СКМ може допомогти у ознайомленні та вивченні таких програмних продуктів як: *Derive*, *REDUCE*, *Macysma*, *MatLab*, *MathCAD*, *Maple*, *Mathematic* яка включає в себе використання СКМ для символічних обчислень та розв'язання математичних завдань.

5. Моделювання математичних задач: Учні можуть використовувати СКМ для моделювання та розв'язання математичних задач, що допоможе їм зрозуміти взаємозв'язок між математикою та програмуванням.

6. Розв'язання символічних задач. Учні мають можливість використовувати системи комп'ютерної математики для розв'язання символічних математичних задач, таких як обчислення або спрощення математичних виразів, знаходження похідних та інтегралів. Це допоможе їм легше розуміти та застосовувати математичні концепції у програмуванні.

7. Створення електронних завдань або довідників. Учні мають можливість використовувати СКМ для створення або генерування різноманітних завдань з математики, які можна вирішувати та перевіряти в електронному форматі.

8. Розв'язання практичних задач. Використання СКМ надає можливість учням ефективно розв'язувати практичні задачі та моделювати різні сценарії, які вимагають математичних розрахунків.

Інтеграція СКМ у інтегровані уроки з інформатики може сприяти більш глибокому розумінню математичних концепцій та розвитку навичок роботи з інформаційними технологіями.

Зупинимо свій вибір на застосуванні СКМ *Maple*, а для цього розглянемо загальні відомості про систему *Maple*, її структуру й принципи роботи та надамо короткі характеристика системи *Maple*.

Системи класу *Maple* були створені корпорацією *Waterloo Maple, Inc.* (Канада) як системи комп'ютерної математики з розширеними можливостями в галузі символічних обчислень. Уже перші версії системи *Maple V* показали себе

лідерами в галузі символьних обчислень. Ядро й вбудовані пакети розширення цих систем нараховували до 3000 вбудованих функцій для виконання різних обчислень і символьних перетворень. Надалі число функцій, правда досить повільно, збільшувалося від версії до версії й у останніх версіях *Maple* уже перевищує 3800.

Maple позиціонується як універсальна система комп'ютерної алгебри, що розрахована на широке коло користувачів. Система містить засоби для виконання швидких чисельних розрахунків, що лежать в основі математичного моделювання різних явищ навколишнього світу, систем і пристроїв всілякого призначення. Все це сполучається з новітніми й досить ефектними засобами візуалізації обчислень. У силу цього системи перейшли в категорію універсальних систем комп'ютерної алгебри.

Maple – типова інтегрована програмна система. Вона поєднує в собі:

- потужну мову програмування (вона ж мова для інтерактивного “спілкування” із системою);
- редактор для підготовки й редагування документів і програм;
- сучасний багатовіконний користувальницький інтерфейс із можливістю роботи в діалоговому режимі;
- потужну довідкову систему з багатьма тисячами прикладів;
- словник математичних понять і термінів з алфавітною організацією;
- ядро алгоритмів і правил перетворення математичних виразів;
- чисельні й символьні програмні процесори;
- систему діагностики;
- бібліотеки вбудованих і додаткових функцій;
- пакети розширення як вбудованих, так і сторонніх виробників;
- засоби підтримки деяких мов програмування й інтеграції із широко розповсюдженими програмами.

До всіх цих засобів є повний доступ прямо з вікна програми, реалізований командним режимом роботи. Система *Maple* пройшла довгий шлях розвитку й апробації.

Основою для роботи з символьними перетвореннями в *Maple* є ядро системи. Воно містить сотні базових функцій і алгоритмів символьних перетворень. Є також основна бібліотека операторів, команд і функцій. Багато вбудованих в неї функцій, як і функції ядра, можуть використовуватися без будь-якого оголошення, інші ж потребують оголошення. Крім того, є ряд пакетів (packages), що підключаються. Додаткові функції з пакетів можуть застосовуватися після підключення пакету за допомогою команди `with(name)`, де `name` - ім'я необхідного пакету. Загальне число функцій, з урахуванням вбудованих в ядро і розміщених у пакетах системи *Maple*, перевищує 3000. Це означає, що більшість задач може розв'язуватися в режимі прямого діалогу з системою без використання будь-яких засобів програмування.

Перерахуємо основні можливості системи *Maple*.

Інтерфейс: робота з багатьма вікнами; представлення графіків у окремих вікнах або у вікні документа; представлення вихідних і вхідних даних у природному вигляді математичних формул; представлення текстових коментарів різними шрифтами; можливість використання гіперпосилань і підготовки електронних документів; зручне управління за допомогою клавіатури через головне меню та інструментальну панель; управління за допомогою мишки.

Символьні і чисельні обчислення: числова та аналітична інтеграція; диференціювання функцій; обчислення границь функцій; обчислення сум і добутків.

Робота з рівняннями в чисельному і символьному вигляді: розв'язання систем лінійних і нелінійних рівнянь; робота з рекурентними функціями; розв'язання систем з нерівностями.

Робота з функціями: обчислення значень всіх елементарних функцій; обчислення значень більшості спеціальних математичних функцій; перерахунок координат точок відносно різних координат системам; побудова функцій користувача.

Лінійна алгебра: понад сто операцій з векторами та матрицями; розв'язання систем лінійних рівнянь.

Графічна візуалізація результатів обчислень: побудова графіків довільних функцій; різні типи осей (з лінійним і логарифмічним масштабом); графіки функцій у декартовій і полярній системах координат; спеціальні види графіків (точкові масиви, векторні графіки, діаграми рівнів, та ін.); системи координат, визначені користувачем; графіки тривимірних поверхонь з функціональним забарвленням; побудова у просторі геометричних об'єктів; анімація графіків; створення і програвання анімаційних файлів.

Програмування: вбудована мова процедурного програмування; простий і типовий синтаксис мови програмування; широкий набір типів даних; типи даних, що задаються користувачем; бібліотеки функцій; надання зовнішніх функцій і процедур; підтримка мови програмування C.

Основою для роботи із символічними перетвореннями в Maple є ядро системи (Рис 1.). Воно містить багато сотень базових функцій й алгоритмів символічних перетворень. Ядро системи поліпшується від версії до версії.

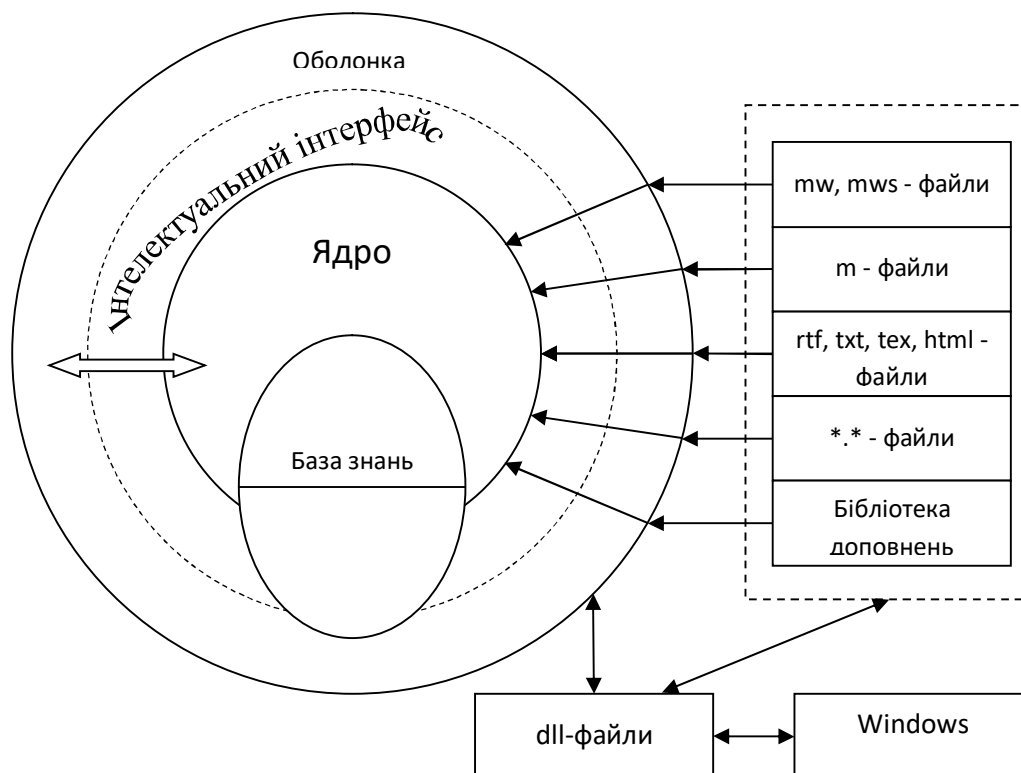


Рис 1. Структурна схема СКА Maple.

Наведемо фрагменти інтегрованих уроків з інформатики із застосуванням системи комп'ютерної математики Maple.

10-й клас. Розділ «Аналіз і візуалізація даних» із застосуванням СКМ Maple для розв'язування економічних задач.

Тема уроку: Аналіз і візуалізація даних. Економічні задачі.

Мета уроку: формувати у учнів вміння розв'язувати економічні задачі на оптимізацію за допомогою СКМ Maple.

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

Завдання 1. Знайти найменше значення прибутку, який виражається цільовою функцією, якщо параметри аргумента лежать в межах 1..5 та зробити схематично малюнок:

$$f(x) = (3x^4 + 4x^3 - 35x^2 + 11)\cos(x) \rightarrow \min \text{ якщо } 1 \leq x \leq 5$$

Хід роботи

Для розв'язання поставленого завдання можна скористатись диференціальним численням для знаходження мінімального значення функції,

але ми сьогодні будемо використовувати СКМ Maple для розв'язання поставленого завдання.

Для початку запускаємо СКМ Maple. Та в діалогове вікно змінній f задаємо нашу цільову функцію. І використовуючи вкладену функцію *minimize* для пошуку мінімуму функції вводимо наші параметри використовуючи шаблон:

minimize (<функція>, $x =$ <числовий проміжок>, *location*);

Звертаємо увагу, що формат обмежень записується у формі числових проміжків. В результаті виконання процедури отримаємо мінімальне значення заданої функції (Рис. 2.)

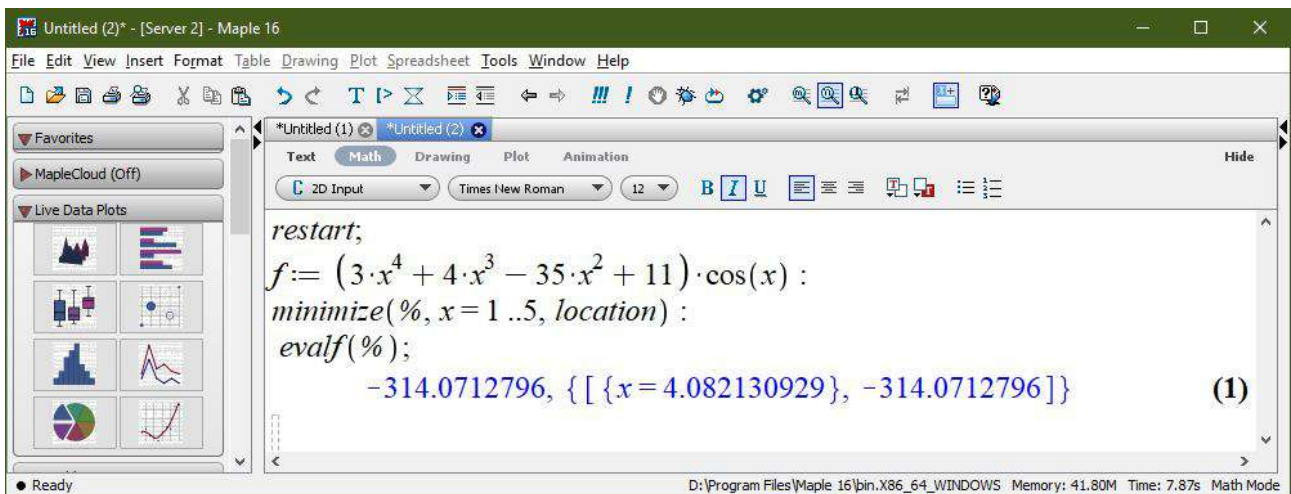


Рис. 2. Введення цільової функції та пошук мінімального значення

Пропонуємо учням, для наглядності отриманого значення побудувати графік нашої функції. Для цього нам необхідно скористатись наступним шаблоном для побудови графіка функції: **plot** (<функція> , $x =$ <числовий проміжок>). В результаті виконання якого отримаємо наш графік (Рис. 3).

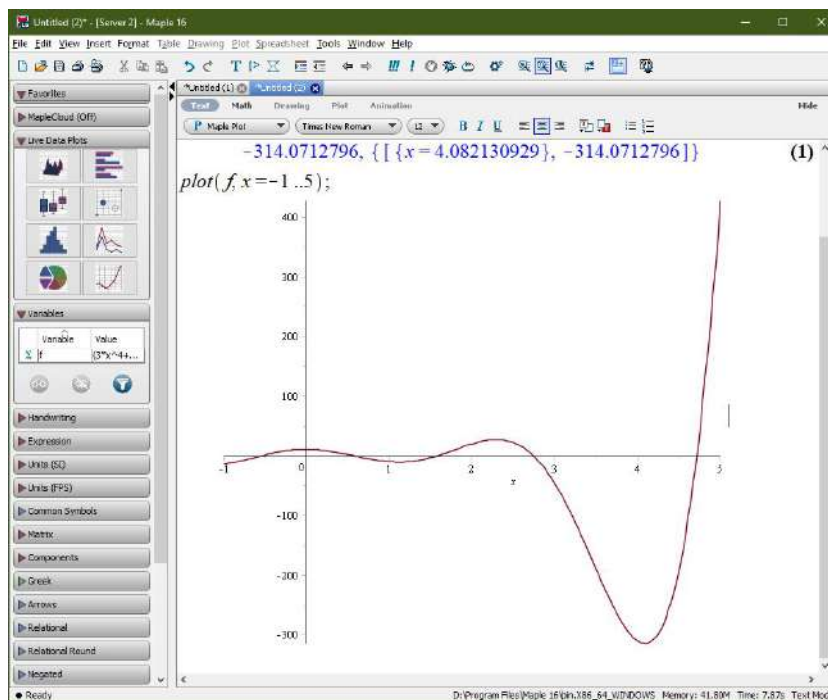


Рис. 3. Maple, графік функції $(3x^4 + 4x^3 - 35x^2 + 11)\cos(x)$

Так як учні уже знайомі із темою похідна, тому запропонуємо учням написати алгоритм знаходження найменшого значення функції на відрізку використовуючи вбудовану функцію *diff*. Продемонструємо відповідний алгоритм. (Рис. 4)

```
restart;
f := [(3*x^4 + 4*x^3 - 35*x^2 + 11) * cos(x), 1, 5];
print('Знайдемо похідну нашої функції');
diff(f[1], x);
print('Прирівняємо її до нуля та розв'яземо отримане рівняння');
(diff(f[1], x)) = 0;
solve(%, x);

Знайдемо похідну нашої функції
(12*x^3 + 12*x^2 - 70*x) * cos(x) - (3*x^4 + 4*x^3 - 35*x^2 + 11) * sin(x)
Прирівняємо її до нуля та розв'яземо отримане рівняння
(12*x^3 + 12*x^2 - 70*x) * cos(x) - (3*x^4 + 4*x^3 - 35*x^2 + 11) * sin(x) = 0
RootOf(3*tan(_Z)_Z^4 + 4*tan(_Z)_Z^3 - 35*tan(_Z)_Z^2 + 11*tan(_Z) - 12_Z^3
- 12_Z^2 + 70_Z) (1)
```

Рис. 4. Пошук екстремуму функції

Як бачимо система не може розв'язати отримане рівняння із похідною, а тому ми застосуємо метод наближеного розв'язку. Наприклад метод Ньютона. Для цього скористаємось наступним алгоритмом:

restart;

```
f := (3*x^4+4*x^3-35*x^2+11)*cos(x);
diff_eq := diff(f, x);
eq := expand(diff_eq) = 0;
x0 := 5;      #Вибір початкового наближення
numeric_sol := fsolve(eq, x = x0); #Використання методу Ньютона для знаходження
кореня
numeric_sol;      #Виводимо результат
evalf(subs(x = numeric_sol, f)) #Підставляємо та знаходимо значення функції
```

результат роботи якого представлено на рис. 5:

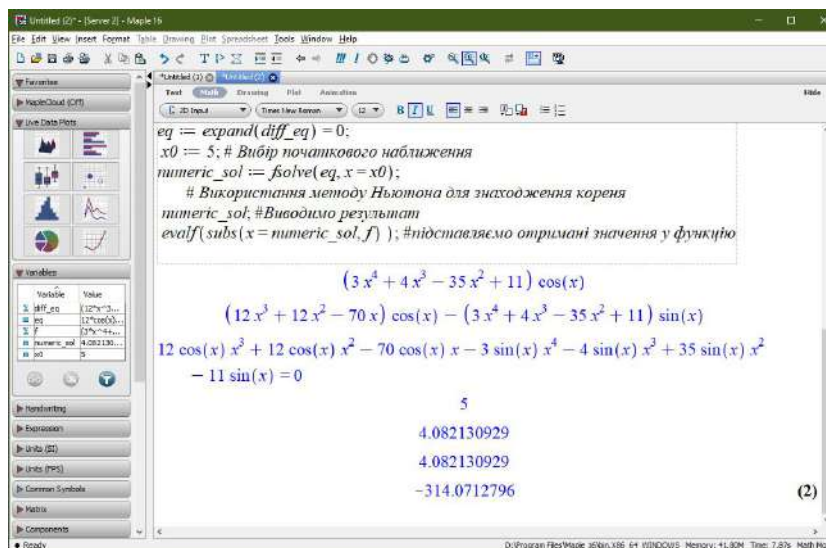


Рис. 5. Пошук мінімального значення через похідні

Переконалися, що для двох різних методів отримали однакове значення мінімального значення цільової функції.

Наступне завдання пов'язане із графічним методом пошуку оптимального розв'язку задач на оптимізацію.

Завдання 2. Нехай маємо цільову функцію:

$$z = 8x_1 + 6x_2$$

та обмеження:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 - 10x_2 \leq 3 \\ 6x_1 - 3x_2 \leq 75 \\ -2x_1 + 13x_2 \leq 241 \\ x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ 7x_1 - x_2 \geq -1 \end{cases}$$

За допомогою СКМ Maple потрібно побудувати область, опорну лінію, вектор нормалі та знайти точки на схемі, у яких цільова функція набуває найбільшого та найменшого значень.

Хід роботи

Для початку потрібно побудувати шукану область, для цього задаємо цільову функцію та обмеження (Рис. 6)

```
restart ;
with(inequal) :
z := 6 * x[1] + 9 * x[2];
B := [
  -x[1] + 1 * x[2] <= 15,
  x[1] - 10 * x[2] <= 3,
  6 * x[1] - 3 * x[2] <= 75,
  -2 * x[1] + 13 * x[2] <= 241,
  -x[1] - 2 * x[2] <= -10,
  -7 * x[1] + x[2] <= 1 ]:
for i from 1 to nops(B) do op(i, B) od;
      6 * x1 + 9 * x2
      -x1 + x2 ≤ 15
      x1 - 10 * x2 ≤ 3
      6 * x1 - 3 * x2 ≤ 75
      -2 * x1 + 13 * x2 ≤ 241
      -x1 - 2 * x2 ≤ -10
      -7 * x1 + x2 ≤ 1
      (1)
```

Рис. 6. Цільова функція та обмеження

Для побудови шуканої області скористаємось вбудованою функцією *inequal*. В яку прописуємо наші обмеження, та область побудови, результат виконання представимо на Рис. 7.

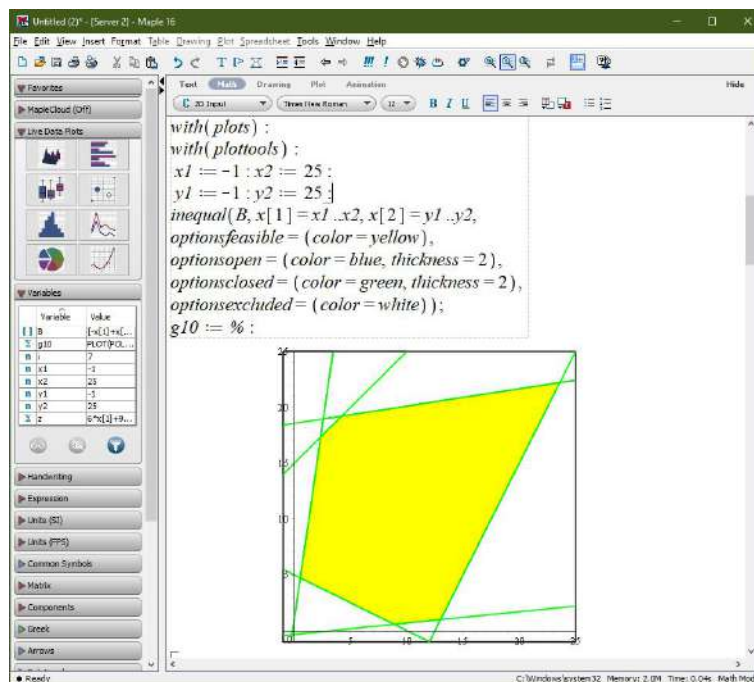


Рис. 7. Область обмеження

Для побудови цільової функції та вектора нормалі задаємо значення коефіцієнтів цільової функції c_1 та c_2 . Будуємо пряму лінію, яка паралельна градієнту цільової функції. Рівняння прямої матиме вигляд $y = \frac{c_2 x}{c_1}$. Та додатково будуємо опорну, яка перпендикулярна до градієнта цільової функції. Рівняння прямої матиме вигляд $y = -\frac{c_1 x}{c_2} + b$. Значення b для опорної лінії необхідно підібрати таким чином, щоб опорна лінія перетинала побудовану область допустимих значень. (Рис. 8)

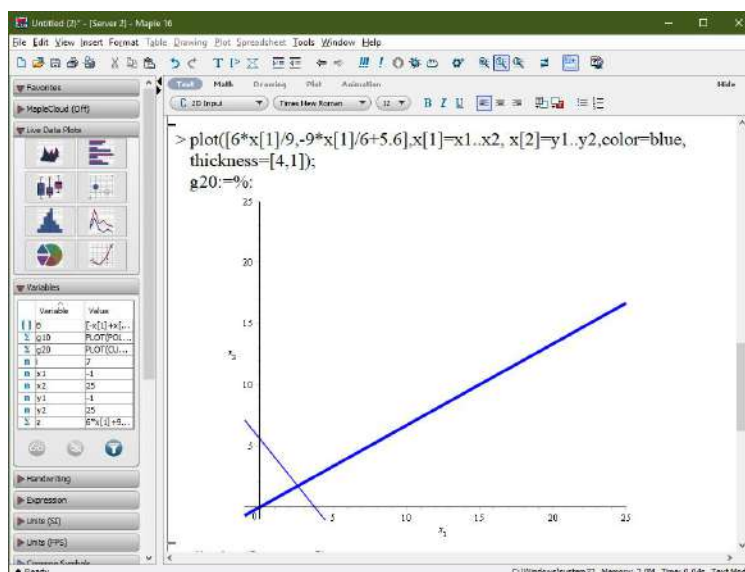


Рис. 8. Опорна лінія та вектор нормалі

Для накладання двох схем використовуємо вбудовану процедуру $display(<області\ які\ об'єднують>, inseq, options)$, в яку прописуємо попередні дві області. Результат виконання зображено на рис. 9

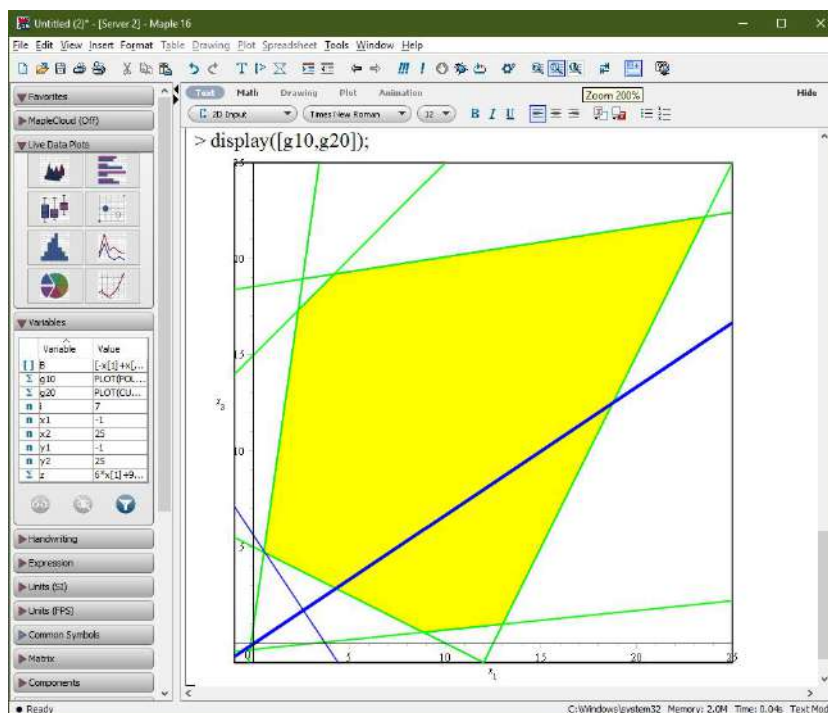


Рис. 9. Опорна лінія та вектор нормалі

На самостійну роботу пропонуємо учням виконати такі задачі.

Завдання 1. Знайти максимальне або мінімальне значення функції:

- 1) $f(x) = 4x + 3 \sin(0.3x + \pi/3) \rightarrow \min$ при $x \in [1, 7]$;
- 2) $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^3 x + \cos(x) - 4\sin(x) \rightarrow \max$ при $x \in [-2, 2]$;
- 3) $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 9}{(x+3)^2} \rightarrow \min$ при $x \in [-1, 2]$;
- 4) $f(x) = (2x-3)\sqrt{3x-7} \rightarrow \max$ при $x \in [10, 15]$.

Завдання 2. Побудувати область та знайти найменше та найбільше значення, якщо цільова функція має вигляд $z = 3x_1 + 7x_2$, а обмеження

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 5 \\ -2x_1 + 10x_2 \leq -9 \\ 3x_1 + x_2 \leq 35 \\ -6x_1 + x_2 \leq 1 \end{cases}$$

Як бачимо такі інтегровані уроки сприяють розвитку творчого, логічного мислення учнів, що є важливими навичками для їхнього подальшого освітнього й життєвого успіху.

Ще одним прикладом впровадження інтегрованого підходу до навчання інформатики є синтез інформатики, фізики та алгебри в рамках єдиного уроку.

Програмування в системі Maple для вивчення відбиття світла від кривих поверхонь.

10-й клас. Розділ «Креативне програмування».

Тема уроку: Програмування в системі Maple для вивчення відбиття світла від кривих поверхонь.

Мета уроку: формувати у учнів вміння застосовувати творчий підхід до вирішення завдань, що вимагають аналізу, проектування та впровадження рішень у відповідному програмному середовищі.

Хід уроку

I. Організаційний момент

Повідомлення теми, мети уроку.

II. Мотивація навчання

Чи зустрічали ви поняття «реформа». Поясніть його. Якщо б у вас була можливість, які реформи ви провели б у школі. Реформа – закономірне явище. Підніміть руки ті хто зустрічав це твердження (на екрані з'являються визначення поняття «реформа», взяті з 3-х різних джерел – словників та енциклопедії, учні обирають одне, пояснюють та записують його у зошит).

III. Актуалізація опорних знань. (Бесіда.)

Фізика світла та відбиття:

1. Які закони відбиття світла ви пам'ятаєте?
2. Як виглядає математичний опис відбиття світла від плоских поверхонь?

Математика і алгебра:

1. Які математичні концепції вам відомі для роботи з кривими поверхнями?

2. Як ви використовуєте алгебру у ваших наукових обчисленнях?

Maple та середовище програмування:

1. Які інструменти ви знаєте для символного обчислення?

2. Які функції вам доцільно використати для розв'язання завдання пов'язаного із темою уроку?

Зв'язок між інформатикою та фізикою:

1. Які можливості ви бачите у використанні інформатики для моделювання фізичних процесів?

2. Як програмування може допомогти в розв'язанні фізичних задач?

IV. Вивчення нового матеріалу.

Завдання 1. Розробити математичну модель, алгоритм та програму для побудови відбиття променя від довільної заданої кривої поверхні.

Для початку учні мають вибрати довільну точку на площині та промінь світла який виходить з неї. Нагадуємо що пряму вони мають побудувати через кут та точку яка належить нашій прямій. Для цього необхідно згадати тему з геометрії за 9-й клас: «Рівняння прямої на площині». Програмна реалізація матиме вигляд (Рис. 10). Де g_1 це початкова точка, а g_2 – шукане рівняння прямої через кут.

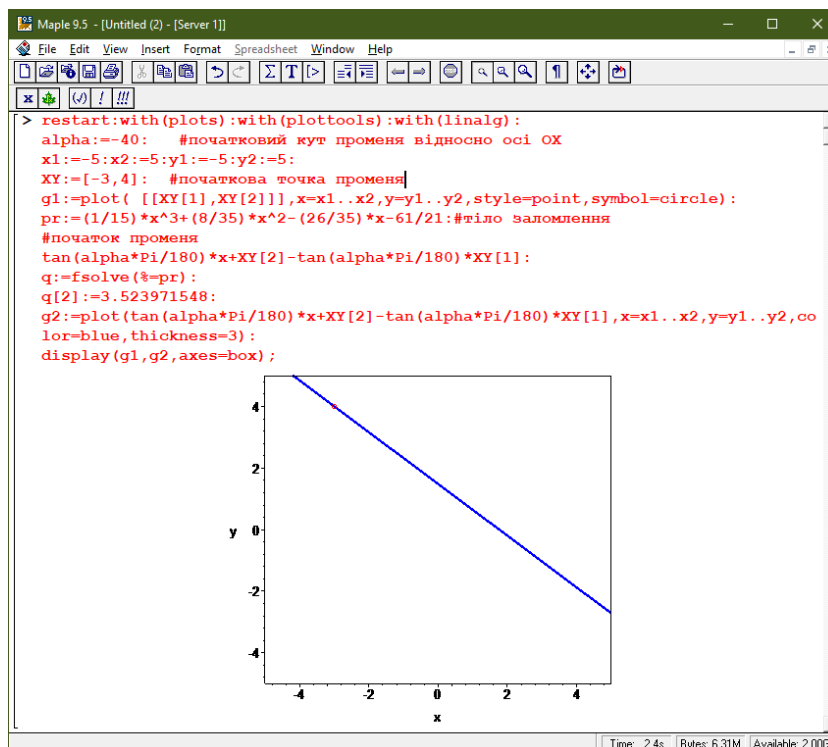


Рис. 10. Початкова точка та пряма світлового променя

Наступним кроком є побудова нашої поверхні від якої відбиватиметься світло. Для цього просто задаємо деяку функцію та будуємо її графік. Та суміщаємо усі наші побудови. (Рис. 11)

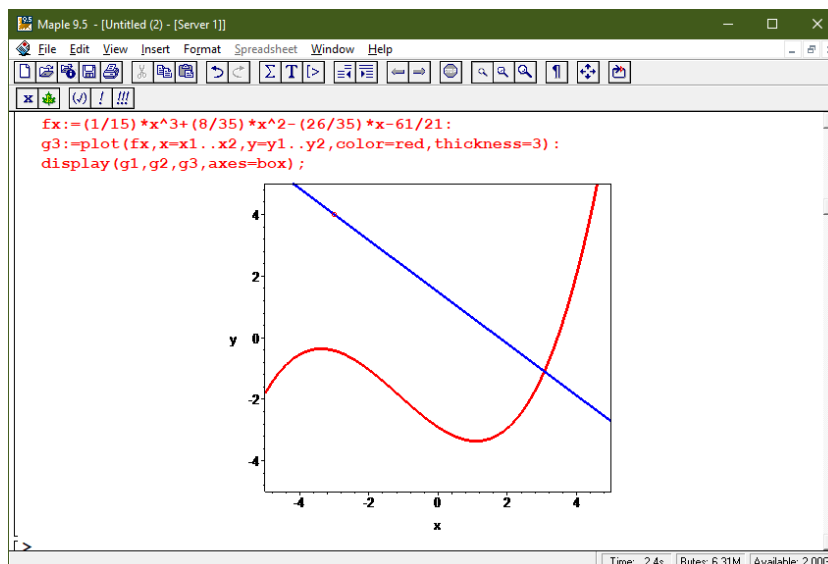


Рис. 11. Функція відбиття

Для подальшої побудови необхідно побудувати дотичну до функції у точці перетину променя (попередньо необхідно обмежити наш промінь поверхнею), а для цього необхідно знайти точку їх перетину. Провести саму

дотичну, за можливістю перпендикуляр в точці дотику. Та розрахувати промінь відбиття.

Для пошуку точки перетину скористаємось вбудованою функцією `fsolve`, в яку вписуємо наш промінь та поверхню. Функція та результат матиме вигляд:

```
fsolve(fx = tan((1/180)*alpha*Pi)*x+XY[2]-tan((1/180)*alpha*Pi)*XY[1], x);
3.523971548
```

У змінну `g4` задаємо координати точки перетину:

```
g4:=plot([[%,evalf(subs(x=%,fx))]], x = -a .. a, y = -a .. a, style = point,
symbol = circle):
```

Через похідну функції у точці робимо математичні розрахунки та будуємо дотичну, код дотичної та результат представлено на (Рис. 12):

```
kk:=evalf(subs(x=q[2],diff(pr,x))):
```

```
bb:=evalf(subs(x=q[2],pr)-kk*q[2]):
```

```
g5:=plot(kk*x+bb,x=x1..x2,y=y1..y2,color=green,thickness=1):.
```

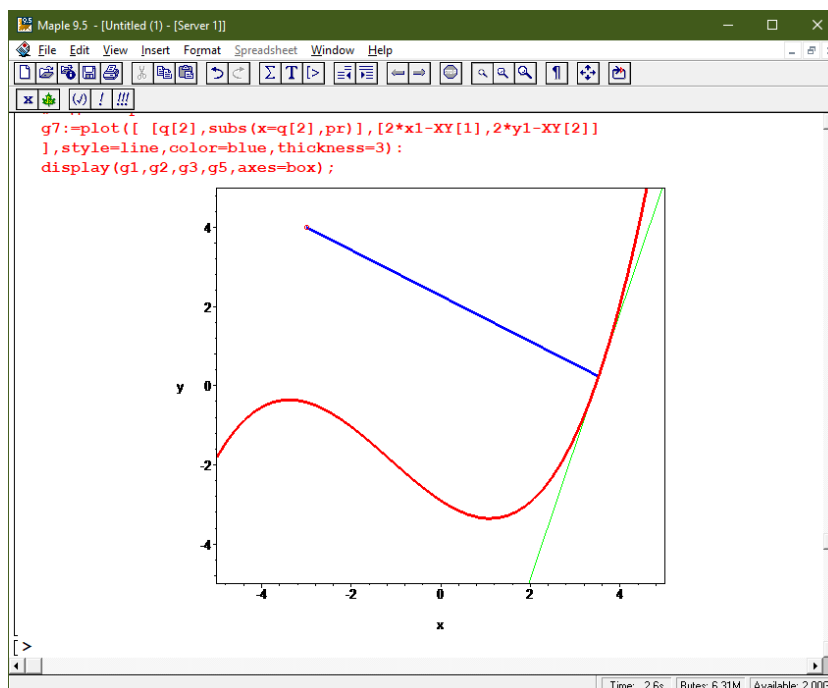


Рис. 12. Дотична пряма до точки перетину променя та поверхні

І нарешті через математичні розрахунки з точки перетину променя та функції відбивання будуємо промінь відбиття (Рис. 13.).

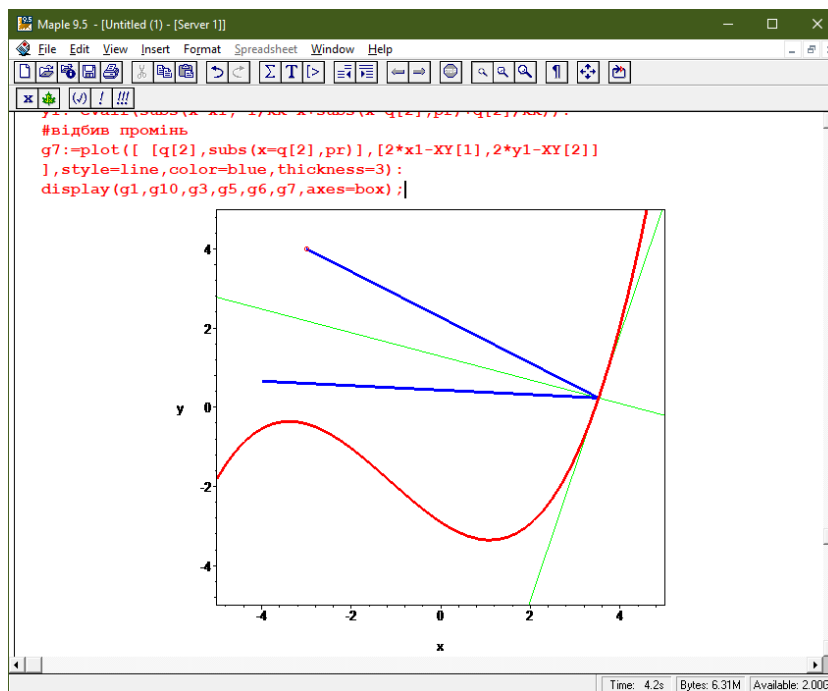


Рис. 13. Відбиття променя від довільної заданої поверхні

Інтегровані уроки з інформатики із елементами фізики та алгебри, які використовують традиційні та мультимедійні технології, створюють унікальні можливості для розвитку учнів. Такий підхід сприяє не лише засвоєнню глибоких та міцних знань, але і розвитку інтелектуальних та творчих здібностей, а також вміння самостійно набувати нові знання та працювати з різними джерелами інформації.

Використання СКМ при проведенні інтегрованих уроків має кілька важливих переваг: активізація інтересу, адже використання систем комп'ютерної математики надає можливість вчителю привертати увагу учнів, активізує їхній інтерес до предмету та процесу навчання. Досліди із візуалізацією складних фізичних явищ може робити навчання більш доступним та цікавим; розвиток самостійності, тому що інтеграція СКМ сприяє розвитку навичок самостійної роботи учнів, особливо в знаходженні та аналізі наукової інформації. Вони можуть використовувати не лише системи комп'ютерної математики але і електронні ресурси та інші засоби для вдосконалення своїх знань та умінь; використання СКМ при проведенні інтегрованих уроків надає можливість викладачу ефективно обробляти великі обсяги математичної

інформації, що сприяє ефективнішому процесу навчання. Це також дозволяє зекономити час як учня, так і викладача; СКМ надають можливість моделювати та реалізовувати віртуальні експерименти, сценарії таких інтегрованих уроків можуть включати як реальні, так і віртуальні експерименти. Використання систем комп'ютерної математики для моделювання фізичних явищ надає можливість учням бачити або навіть взаємодіяти з явищами, які можуть бути важко реалізувати у класі; підвищення якості знань, адже поєднання "живих" дослідів з використанням інформаційних технологій може підняти рівень розуміння та усвідомлення навчального матеріалу. Уроки, які використовують цей підхід, зазвичай викликають більший інтерес та стимулюють активну участь учнів.

Але зауважимо, що інтеграція СКМ у сценарії уроків вимагає від вчителя додаткової підготовки та вміння органічно поєднувати реальні та віртуальні елементи. Такий підхід, однак, може допомогти створити навчальний процес, який враховує сучасні реалії та відповідає вимогам сучасного світу науки та техніки.

Монотонність уроків призводить до втоми у дітей, особливо якщо вчитель виступає головним джерелом інформації. Це може призвести до втрати зворотного зв'язку. Тому важливо впроваджувати інноваційні, нестандартні методи навчання, такі як змагання або гри, де дитина виступає основним учасником уроку. Це дозволяє вчителю різноманітиту форми роботи, поглиблювати знання і залучати до активної участі якнайбільше учнів.

Інтегровані уроки надають можливість різноманітиту методи та форми навчання, уникаючи стандартних шаблонів. Вони створюють середовище для розвитку творчих здібностей учнів, розширюють функції вчителя та дозволяють враховувати специфіку навчального матеріалу та індивідуальні особливості кожної дитини.

Використання інтегрованих уроків сприяє розвитку пізнавальних інтересів школярів, оскільки діти стають активними учасниками навчального

процесу. Колективний характер пізнавальної діяльності учнів створює умови для взаємодії між суб'єктами навчання, що сприяє обміну інтелектуальними цінностями, порівнянню та узгодженню різних точок зору на об'єкти, які вивчаються на уроці.

Підготовка і проведення інтегрованого уроку визнається важливою функцією, яка вимагає значних зусиль, як у часовому, так і в змістовному аспектах педагогічної діяльності. Ця діяльність є продуманою, спланованою і, що найважливіше, систематичною роботою. Педагогічне проектування інтегрованого уроку сприяє постійному самоаналізу власної діяльності вчителя, сприяє творчому і професійному зростанню.

Практика показує, що методично правильна побудова і проведення інтегрованих уроків впливають на результативність процесу навчання :

- знання набувають якості системності;
- посилюється світоглядна спрямованість пізнавальних інтересів учнів;
- досягається творчий розвиток особистості;
- уміння стають узагальненими, комплексним;
- ефективніше формують їхні переконання;

Переваги інтегрованого уроку :

- дозволяє учням здійснити засвоєння знань з предмета в сукупності з іншими науками;
- сприяє формуванню пізнавального інтересу;

Елементами змісту інтегрованих уроків є знання уміння і навички – лінійні та пересічні; досвід творчої діяльності; досвід емоційно-ціннісного ставлення до дійсності – світу, суспільства, людини. Інтегративна цілісність уроку потребує наявності однакового рівня спільності взаємодіючих елементів спільної мети для всіх процесів взаємодії, спрямованої на досягнення кінцевого результату.

Таким чином, ми переконалися, що внаслідок врахування класифікації, дотримання технології проведення інтегрованих уроків забезпечується висока ефективність навчально-виховного процесу.

Інтегровані уроки інформатики дають учневі реальні можливості вільного і свідомого вибору змісту навчання і, отже, індивідуальної траєкторії розвитку; знімається вантаж непосильних навчальних вимог; створюються умови для позитивної мотивації навчання.

Список використаних джерел

1. Cowie B. A Mode of Formative Assessment in Science Education / Bronwen Cowie, Beverly Bell // *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*. – 1999. – Vol. 6, n. 1 (1 March). – P. 101–116.
2. Maple 9 / *Advanced Programming Guide* / M. B. Monagan, K. O. Geddes, K. M. Heal, G. Labahn, S. M. Vorkoetter, J. McCarron, P. DeMarco. Canada. Maplesoft, division of Waterloo Maple Inc. 2003. 444 p.
3. Maple 9 / *Introductory Programming Guide* / M. B. Monagan, K. O. Geddes, K. M. Heal, G. Labahn, S. M. Vorkoetter, J. McCarron, P. DeMarco. Canada. Maplesoft, division of Waterloo Maple Inc. 2003. 388 p.
4. Maplesoft [Електронний ресурс] // Web site of Maple Product History. – Режим доступу : <http://www.maplesoft.com/products/maple/history/> . – Назва з екрана.
5. Maplesoft [Електронний ресурс] // Web site of Maple. – Режим доступу : <http://www.maplesoft.com> . – Назва з екрана.
6. Maplesoft Application Center [Електронний ресурс] // Web site of Maple Application Center. – Режим доступу : <http://www.mapleapps.com/> . – Назва з екрана.
7. Morrison, Judith, et al. Teachers' Role in Students' Learning at a Project-Based STEM High School: Implications for Teacher Education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2020, 1-21.
8. Murphy, Steve. Achieving STEM education success against the odds. *Curriculum Perspectives*, 2020, 40.2: 241-246.
9. Perrenoud P. Pour un approche pragmatique de l'évaluation formative / Philippe Perrenoud // *Mesure et evaluation en education*. – 1991. – Vol. 13, No. 4. – P. 49–81.
10. Smith, A., Lovatt, M. and Wise, D. (2003) *Accelerated Learning: A User's Guide*, Network Educational Press Ltd, ISBN 978-1855391505.
11. WATERS, Carol. *Foundations of a Successful STEM School*. 2021.
12. Биков В. Ю., Лапінський В. В. Методологічні та методичні основи створення і використання електронних засобів навчального призначення. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2012. №2(98). С.3-6.
13. Биков В. Ю., Спірін О. М., Пінчук О. П. Проблеми та завдання сучасного етапу інформатизації освіти. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/709026>
14. Жалдак М.І., Набочук Ю.К., Семешук І.Л. *Комп'ютер на уроках фізики: Посібник для вчителів*. – Рівне: ТЕТІС, 2004. – 230 с.
15. Кравченко І. В., Микитенко В. І. навчальний посібник “Інформаційні технології : системи комп'ютерної математики” електронний ресурс: http://oocp.kpi.ua/downloads/disc/inf_t/posibn_Krav_Myk.pdf

16. Павлова О. Д. Особливості та закономірності формування інтегрованих знань у учнів. *Інтеграція знань з предметів природничо-математичного циклу: проблеми та шляхи їх вирішення. Збірник матеріалів інтернет-семінару*. Черкаси, 2012 р.

17. Семеріков С.О., Теплицький І.О., Шокалюк С.В. Нові засоби дистанційного навчання інформаційних технологій математичного призначення // Вісник. Тестування і моніторинг в освіті. – 2008. – №2. – С. 42-50.

18. Соловйов В.М., Семеріков С.О., Теплицький І.О. Інструментальне забезпечення курсу комп'ютерного моделювання // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2000. – №2. – С. 28–32.

19. Теплицький І.О. Елементи комп'ютерного моделювання: Навч. посібник. – Кривий Ріг: КДПУ, 2005. – 208 с.

20. Щербакова Н. О. Інтегровані уроки інформатики: Сутність, ефективність, методика. Комп'ютер у школі та сім'ї №6, 2012 с.26-28. Режим_доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/komp_2012_6_6