

Мар'яна Ковтонюк, Андрій Піменов

МОДЕЛЮВАННЯ ВІРТУАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧНОГО ОСВІТНЬОГО ПРОСТОРУ У ЗВО З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕТОДІВ

Анотація. У статті розроблено концепцію Моделювання віртуального математичного освітнього простору у ЗВО з використанням комп'ютерних методів

Ключові слова: Математичне моделювання, *Geogebra*, *matptolib*

Сучасна освіта за останні десятиліття зазнала суттєвих змін завдяки впровадженню інноваційних технологій у навчальний процес. Особливо актуальним є створення віртуального математичного освітнього простору в закладах вищої освіти (ЗВО), який дозволяє інтегрувати традиційні методи викладання з новітніми комп'ютерними інструментами. Таке поєднання сприяє більш глибокому розумінню абстрактних математичних концепцій, стимулює розвиток аналітичного мислення та сприяє практичній орієнтації студентів.

Комп'ютерне моделювання стає своєрідним містком між класичною теорією та практикою. Завдяки сучасним методам візуалізації, інтерактивним платформам та спеціалізованим бібліотекам викладачі мають змогу створити динамічні математичні моделі, що оживляють сухі формули та визначення. Основна мета цієї статті – ознайомити читача з основними концепціями моделювання віртуального освітнього простору, показати роль *GeoGebra* та бібліотеки **matptolib** як ефективних інструментів для візуалізації математичних концепцій, а також створити базу для подальшого власного дослідження у даній сфері.

GeoGebra – це інтерактивне програмне забезпечення, яке поєднує геометрію, алгебру, статистику та калькуляційні можливості в єдиній платформі. Розроблене для широкого кола користувачів – від учнів шкіл до студентів ЗВО та дослідників, *GeoGebra* набуло популярності завдяки своїй зручності, інтуїтивно зрозумілому інтерфейсу та відкритому коду.

Бібліотека **matptolib** (схожа за функціональністю на відомий Python-інструмент *Matplotlib*) є потужним засобом для створення високоякісних

графіків, діаграм та інших типів візуалізацій. Її широке застосування у наукових дослідженнях, математичних розрахунках та інженерних задачах підтверджує її ефективність у візуальному представленні складних даних.

Об'єднання можливостей GeoGebra та **matplotlib** відкриває нові горизонти в моделюванні математичних процесів. На практиці це дозволяє:

- Забезпечити інтерактивність: за допомогою GeoGebra створюються динамічні об'єкти, графічні моделі, що миттєво реагують на зміну параметрів, а підтримка візуалізації через matplotlib дозволяє більш глибоко аналізувати отримані результати.
- Поглибити аналітичний підхід: використання програмних засобів дозволяє перейти від статичних зображень до активних моделей, де студент сам може експериментувати, змінюючи вхідні дані, що стимулює індивідуальне пізнання теоретичних концепцій.
- Розширити можливості дослідницької роботи: інтеграція цих інструментів сприяє створенню навчальних модульних систем, де кожен компонент (візуалізація, обчислення, симуляція) доповнює інший, формуючи цілісний навчальний майданчик для математичних досліджень.

Віртуальний математичний освітній простір, побудований на використанні сучасних комп'ютерних методів, відкриває безпрецедентні можливості для модернізації навчального процесу у ЗВО. Інструменти, такі як GeoGebra та бібліотека matplotlib, забезпечують інтерактивну, візуальну та аналітичну підтримку навчання, сприяючи кращому розумінню абстрактних математичних концепцій і формуючи умови для інноваційного підходу до освіти.

Розберем приклади створення рисунків до довідника по вирішенню подвійних інтегралів.

Для створення рисунку 1

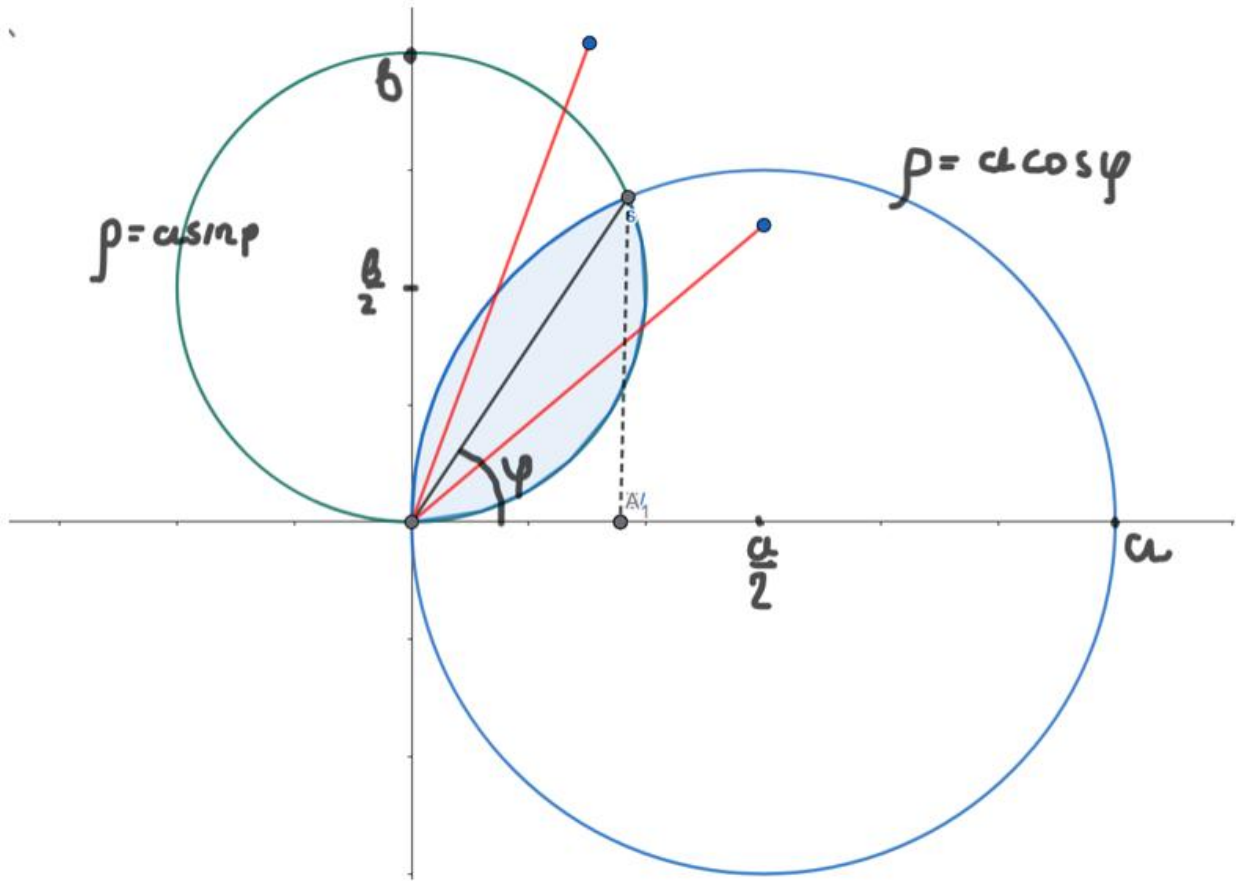


Рисунок 1 – Приклад рисунку створеного у Geogebra

Перейшо на безкоштовний сайт <https://www.geogebra.org/calculator> , налаштував вісі так, як мені потрібно. У полі ліворуч увів два рівняння кола і отримав наступний рисунок 2

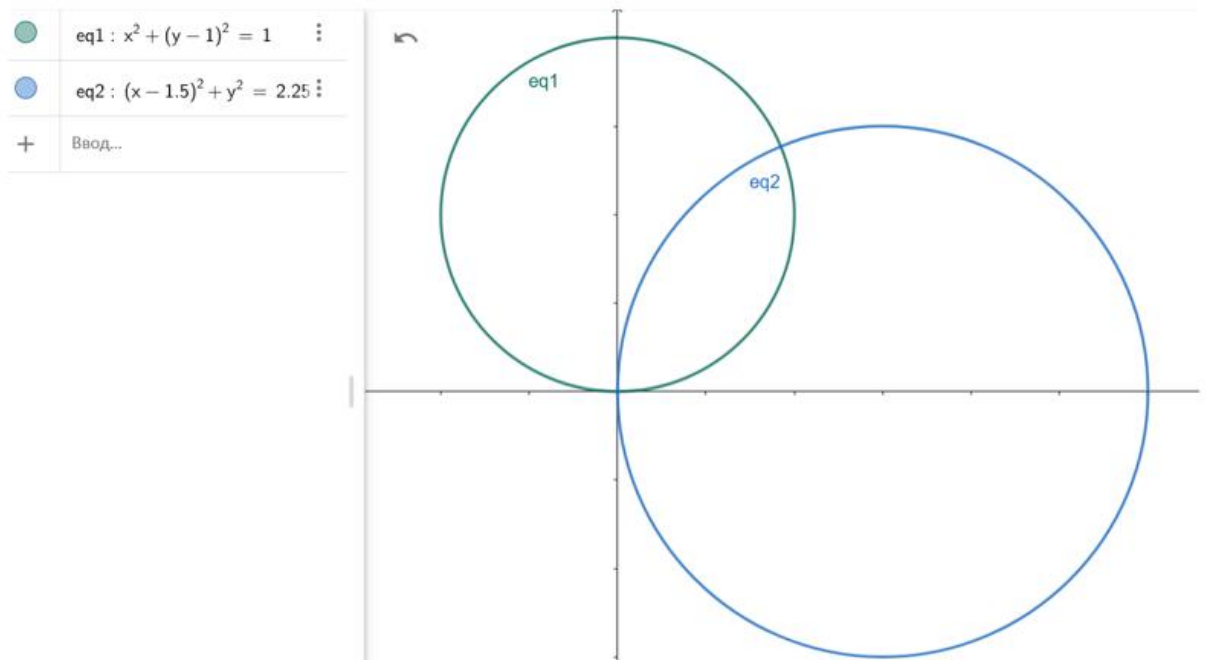


Рисунок 2 – два кола у Geogebra

Виділив перетин наших кіл і за допомогою інструмента перо наніс всі мені потрібні значення.

Для створення рисунку 3 я використав бібліотеку `matplotlib`

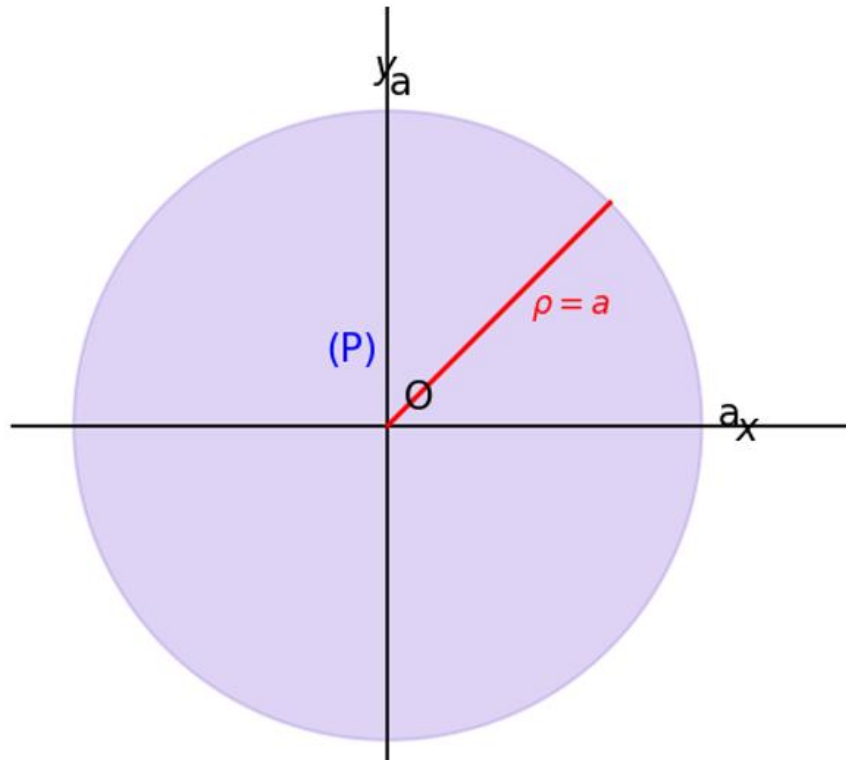


Рисунок 3 – зображення створене за допомогою бібліотеки `matplotlib`

Я використовув у якості середовища Pycharm. Сторив `python file` установив бібліотеку `matplotlib` і написав наступний код рисунок 4

```

1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  # Параметри
5  a = 1 # радіус
6
7  # Створення фігури
8  fig, ax = plt.subplots()
9  ax.set_aspect('equal')
10 # Побудова кола з заливкою
11 circle = plt.Circle((0, 0), a, color='mediumpurple', alpha=0.3)
12 ax.add_patch(circle)
13 # Координатні осі
14 ax.axhline(0, color='black')
15 ax.axvline(0, color='black')
16 # Радіус (червона лінія)
17 ax.plot([0, a/np.sqrt(2)], [0, a/np.sqrt(2)], color='red', linewidth=2)
18 # Підписи
19 ax.text(a/np.sqrt(2)+0.05, a/np.sqrt(2), r'$\rho = a$', color='red', fontsize=14)
20 ax.text(0.05, -0.05, '0', fontsize=12)
21 ax.text(0.1, a/2, r'$(P)$', color='blue', fontsize=14)
22 ax.text(a+0.1, 0, r'$a_x$', fontsize=14)
23 ax.text(0, a+0.1, r'$a_y$', fontsize=14)
24 # Межі графіку
25 ax.set_xlim(-a-0.5, a+0.5)
26 ax.set_ylim(-a-0.5, a+0.5)
27 # Приховати осі
28 ax.set_xticks([])
29 ax.set_yticks([])
30 plt.show()

```

Рисунок 4 – код у rucharm для створення рисунку 3

Що ж їх відрізняє?

GeoGebra підійде, коли вам потрібне швидке створення динамічних інтерактивних математичних конструкцій для пояснення абстрактних понять або демонстрації геометричних властивостей. Це чудовий інструмент для класових експериментів, лекцій і візуалізації математичних побудов у режимі реального часу.

matplotlib стане більш корисним, коли завдання вимагає детального аналізу даних, автоматизації побудови графіки або інтеграції з іншими інструментами Python-середовища. Наприклад, для досліджень з математичним моделюванням, де потрібно генерувати численні графіки або працювати з великим обсягом даних, **matplotlib** надає більший контроль і гнучкість.

Приклади успішних математичних середовищ

Khan Academy пропонує тисячі безкоштовних відеоуроків, інтерактивних вправ та тестів, що охоплюють теми від базової арифметики до вищої математики. Чим популярний:

- Цілодобовий доступ до якісного освітнього контенту.
- Висока систематизація матеріалу й можливість відстеження власного прогресу.
- Відсутність плати за користування, що робить його доступним для учнів та студентів по всьому світу

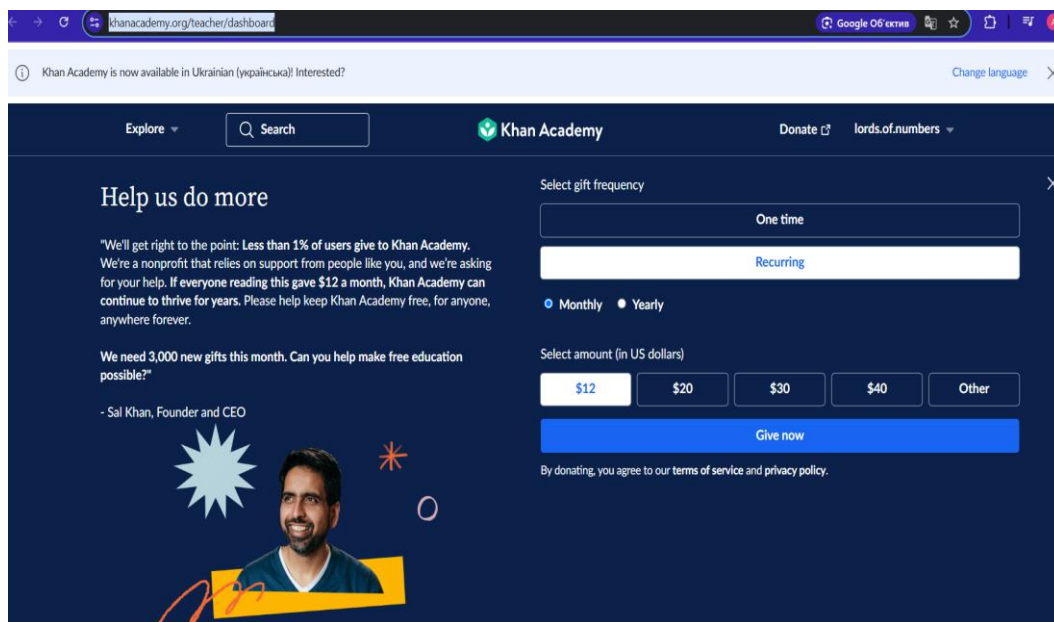


Рисунок 5 – офіційний сайт Khan Academy

Список використаних джерел:

1. Hohenwarter M., Preiner J. Dynamic Mathematics with GeoGebra. Springer. 2007.

MODELING A VIRTUAL MATHEMATICAL EDUCATIONAL SPACE IN HIGHER EDUCATION USING COMPUTER METHODS

Abstract. *The article develops a concept for modeling a virtual mathematical educational space in higher education using computer methods.*

Keywords: *Mathematical modeling, Geogebra, matplotlib.*