

Ганна Пестик

КОМП'ЮТЕРНІ МОДЕЛІ В ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧАХ

Анотація. У роботі розглянуто основні типи комп'ютерних моделей, які використовуються в оптимізаційних задачах. Пояснено, що таке комп'ютерна модель і навіщо вона потрібна. Описано аналітичні, імітаційні, динамічні та стохастичні моделі. Наведено приклади, де кожен тип можна застосувати. Також згадано, які програми допомагають будувати такі моделі. Показано, що комп'ютерні моделі дають змогу швидко знайти оптимальні розв'язки. Вони широко використовуються в економіці, логістиці та інших галузях. Стаття допомагає краще зрозуміти роль моделювання у сучасних дослідженнях.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, оптимізація, аналітична модель, імітаційна модель, стохастична модель, динамічна модель, програмні засоби, математичне моделювання, прийняття рішень.

У сучасному світі комп'ютери використовуються не лише для побутових потреб, а й для вирішення важливих практичних задач. Однією з таких задач є оптимізація – вибір найкращого варіанту з урахуванням певних умов або обмежень. Щоб знайти такий розв'язок, потрібно спочатку побудувати модель задачі, яка дозволить дослідити її поведінку і прийняти обґрунтоване рішення.

Комп'ютерна модель – це спрощене уявлення про об'єкт або процес, що реалізується за допомогою комп'ютера. З її допомогою можна передбачити, як буде працювати система, змінюючи різні параметри. Це зручно, адже не потрібно експериментувати в реальному житті – усе можна протестувати на моделі. Таке моделювання широко використовується в економіці, логістиці, виробництві, екології та багатьох інших галузях.

Суть оптимізації полягає в тому, щоб зробити щось якомога кращим. Наприклад, мінімізувати витрати або максимізувати прибуток. Щоб це зробити правильно, потрібно підібрати відповідну модель. Нижче розглянуто основні типи комп'ютерних моделей, які застосовуються в задачах оптимізації.

1. Аналітичні моделі

Аналітична модель – це модель, де зв'язки між змінними описуються точними формулами. Тут можна задати цільову функцію, наприклад прибуток або витрати, і визначити, за яких умов вона буде найбільшою або найменшою.

Приклад задачі. Підприємство виробляє два види продукції. Потрібно визначити, скільки одиниць кожного виду виготовити, щоб отримати найбільший прибуток, не перевищивши обмеження по матеріалах і часу.

Такі задачі часто записуються у вигляді рівнянь і нерівностей та можуть розв'язуватись у програмі Excel за допомогою інструмента «Пошук рішення».

2. Імітаційні моделі

Імітаційна модель відтворює поведінку системи покроково. Замість точного розв'язку ми спостерігаємо, як система працює при різних умовах. Такі моделі корисні, коли процес складний і не піддається простому опису формулою.

Приклад задачі. Моделювання роботи черги в кафе, де клієнти приходять у випадковий момент часу, а тривалість обслуговування залежить від замовлення. Модель дозволяє оцінити середній час очікування та навантаження на працівників.

Імітаційні моделі часто використовуються в задачах обслуговування, логістики, транспорту, виробництва.

3. Динамічні моделі

Динамічна модель описує процес, який змінюється з часом. Тут важливо враховувати попередній стан системи, бо кожен наступний крок залежить від попереднього.

Приклад задачі. Щомісячне поповнення банківського рахунку з нарахуванням відсотків. Модель дозволяє дізнатися, яку суму буде накопичено за певний період.

Такі моделі використовуються для фінансового планування, управління запасами, планування виробництва в декілька етапів. Їх можна реалізувати як у таблицях Excel, так і мовами програмування, наприклад, Python.

4. Стохастичні моделі

Стохастична модель враховує випадковість. Якщо певні дані неможливо точно передбачити, але відомі ймовірності їх появи, доцільно використовувати саме такий тип моделі.

Приклад задачі У магазині щодня змінюється попит на товар. Потрібно вирішити, скільки одиниць замовити, щоб не було ні перевищення запасів, ні дефіциту. Попит задається випадковим чином за допомогою ймовірностей.

Стохастичні моделі часто використовуються в економіці, логістиці, управлінні ризиками. Розв'язати таку задачу можна, наприклад, методом Монте-Карло в Excel або спеціальних програмах.

Кожен з цих типів моделей можна використовувати в задачах оптимізації. Далі розглянемо приклади для аналітичної та динамічної моделі.

Задача для аналітичної моделі

Умова задачі

Підприємець хоче виготовити два види продукції: А і В.

Кожна одиниця продукції приносить прибуток:

- Продукція А – 40 грн.
- Продукція В – 30 грн.

Для виготовлення продукції використовують два ресурси – матеріал і час.

Запаси ресурсів:

- Матеріалу – не більше 60 одиниць.
- Робочого часу – не більше 80 годин.

Витрати на виготовлення продукції:

- 1 одиниця продукції А потребує 2 од. матеріалу і 4 год часу.
- 1 одиниця продукції В потребує 3 од. матеріалу і 2 год часу.

Потрібно визначити, скільки одиниць кожного виду продукції виготовити, щоб прибуток був максимальним.

Постановка задачі

Нехай:

- x – кількість одиниць продукції А.
- y – кількість одиниць продукції В.

Цільова функція:

$$\max Z = 40x + 30y$$

Обмеження:

$$2x + 3y \leq 60 \text{ (матеріал)}$$

$$4x + 2y \leq 80 \text{ (час)}$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Розв'язання подано на рис. 1:

	A	B	C	D
1	Показник	Продукт А	Продукт В	
2	Прибуток з 1 од.	40	30	
3	Матеріал (од. на1)	2	3	
4	Час (год. На 1)	4	2	
5				
6	Змінна	Значення		
7	Кількість А	15		
8	кКількість В	10		
9				
10	Ресурс	Обсяг	Використано	Залишок
11	Матеріал	60	60	0
12	Час	80	80	0
13				
14	Цільова функція	900		

Параметри розв'язувача

Оптимізувати цільову функцію:

\$B\$14

До:

Максимум

Мінімум

Значення:

0

Змінюючи клітинки змінних:

\$B\$7:\$B\$8

Підлягає обмеженням:

\$B\$7 >= 0

\$B\$8 >= 0

\$C\$11 <= \$B\$11

\$C\$12 <= \$B\$12

Додати

Змінити

Видалити

Скинути

Завантажити/зберегти

☒ Зробити необмежені змінні не від'ємними

Вибір метод розв'язання:

За симплекс-методом

Параметри

Метод розв'язання

Для розв'язання гладких нелінійних задач виберіть розв'язувач нелінійних задач за методом зведеного градієнта. Для розв'язання лінійних завдань виберіть розв'язувач за симплекс-методом, для негладких завдань виберіть розв'язувач.

Довідка

Розв'язати

Закрити

Рис. 1. Таблиця розрахунку оптимального прибутку в задачі з двома продуктами

Найвигідніше виробляти 15 одиниць продукції А і 10 одиниць продукції В – тоді прибуток буде найбільший, 900 грн. При цьому всі наявні ресурси використовуються повністю, нічого не залишається.

Задача для динамічної моделі

69

Умова задачі

Студент відкрив депозитний рахунок у банку та вирішив щомісяця вносити однакову суму – 2000 грн. Банк нараховує 2% щомісячно на поточну суму. Потрібно визначити, яку суму студент накопичить за рік (12 місяців).

Постановка задачі

Нехай:

- $A = 2000$ грн – щомісячна сума внеску.
- $r = 0,02$ – щомісячна процентна ставка (2%).
- $n = 12$ – кількість місяців.
- S_t – сума на рахунку після t місяців.

Динамічна модель виглядає так:

$$S_0 = 0, \quad S_t = (S_{t-1} + A) \cdot (1 + r), \quad t = 1, 2, \dots, 12$$

Мета – знайти S_{12} , тобто накопичену суму через рік.

Розв'язання в Python подано на рис. 2:

```

1  # Вхідні дані
2  A = 2000      # щомісячний внесок
3  r = 0.02      # місячний відсоток
4  n = 12        # кількість місяців
5
6  # Початкова сума
7  S = 0
8
9  # Моделюємо кожен місяць
10 for t in range(1, n + 1):
11     S = (S + A) * (1 + r)
12     print(f"Місяць {t}: {S:.2f} грн")
13
14 # Підсумок
15 print(f"\nСума на рахунку через {n} місяців: {S:.2f} грн")

```

Рис. 2. Графік накопичення коштів за 12 місяців за динамічною моделлю

```

> python3 for environment: Environment activated: Not using
Місяць 1: 2040.00 грн
Місяць 2: 4120.80 грн
Місяць 3: 6243.22 грн
Місяць 4: 8408.08 грн
Місяць 5: 10616.24 грн
Місяць 6: 12868.57 грн
Місяць 7: 15165.94 грн
Місяць 8: 17509.26 грн
Місяць 9: 19899.44 грн
Місяць 10: 22337.43 грн
Місяць 11: 24824.18 грн
Місяць 12: 27360.66 грн

Сума на рахунку через 12 місяців: 27360.66 грн

```

Рис. 3. Результат розрахунку накопиченої суми в динамічній моделі

На рис. 3 подано результат обчислень накопичення коштів із щомісячними внесками та відсотками

За рік на рахунку накопичилося 27 360,66 грн завдяки тому, що щомісяця додавалося по 2000 грн і нараховувалися відсотки.

У статті розглянуто чотири основні типи комп'ютерних моделей, що використовуються в задачах оптимізації. Для аналітичної та динамічної моделей наведено приклади з розв'язанням в MS Excel та Python. Отримані результати підтверджують, що комп'ютерне моделювання є ефективним інструментом для пошуку найкращих рішень у різних умовах.

Список використаних джерел:

1. Волонтир Л. О., Потапова Н. А., Ушкаленко І. М., Чіков І. А. Оптимізаційні методи та моделі в підприємницькій діяльності : навч. посіб. / Вінницький нац. аграр. ун-т. Вінниця : ВНАУ, 2020. 404 с.
2. Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О. М. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1 : навч. посіб. / за заг. ред. Р. Н. Кветного. Вінниця : ВНТУ, 2012. 193 с.

COMPUTER MODELS IN OPTIMIZATION PROBLEMS

Abstract. *This paper examines the main types of computer models used in optimization problems. It explains what a computer model is and why it is important. Analytical, simulation, dynamic, and stochastic models are described. Examples of where each model type can be applied are provided. The paper also mentions software tools used to build such models. It shows that computer models help to quickly find optimal solutions. They are widely used in economics, logistics, and other fields. The work helps to better understand the role of modeling in modern research.*

Keywords: *computer modeling, optimization, analytical model, simulation model, stochastic model, dynamic model, software tools, mathematical modeling, decision-making.*

Науковий керівник: Олена Соя, канд. пед. наук, доцент.