

УДК 378.147:004.9

DOI 10.31652/2415-7872-2019-58-101-108

## ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ

А. А. Коломієць

orcid.org/0000-0002-7665-6247

Я. В. Крупський

orcid.org/0000-0001-6324-2697

В. О. Краєвський

orcid.org/0000-0001-6478-253X

І. А. Клеопа

orcid.org/0000-0001-8408-6515

Н. Б. Дубова

orcid.org/0000-0002-3039-6902

*Статтю присвячено проблемі впровадження систем комп'ютерної математики в навчальний процес. До систем комп'ютерної математики можна віднести Maxima, Maple, MathCad та інші математичні пакети. У роботі розкрито й детально обґрунтовано основні педагогічні підходи застосування систем комп'ютерної математики в навчальному процесі: системному, інтегративному, особистісно-орієнтованому, діяльнісному, компетентнісному підходах. У роботі дослідники назвали фахово-спрямовані математичні компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей. До них належать концептуальні, операційно-алгоритмічні застосовні, конструкторські. У статті наведено приклади застосування математичного пакету Maple до розв'язання деяких інтегралів. Автори наводять приклад застосування створеного тренажера в середовищі Maple для розв'язання диференціальних рівнянь. Показано покроковий розв'язок системи диференціальних рівнянь за допомогою створеного тренажера в середовищі Maple.*

**Ключові слова:** системи комп'ютерної математики, комп'ютерні програми, фундаментальна математична підготовка, майбутній інженер, Maple- тренажер, педагогічні підходи, математичні компетентності.

## SCM APPLICATION IN THE FUNDAMENTAL MATHEMATICAL PREPARATION FOR FUTURE ENGINEERS

**A. Kolomiets, Ya. Krupskyi, V. Kraievskyi, I. Klieopa, N. Dubova**

*The article is dedicated to the problem of introducing computer mathematics systems into the educational process. The systems of computer mathematics include Maxima, Maple, MathCad and other mathematical packages. The paper reveals and substantiates in detail the main pedagogical approaches to the use of computer-mathematics systems in the educational process, they are: systemic, integrative, personality-oriented, activity-related, competence-based approach.*

*In the work, the researchers named the professional-oriented mathematical competence of future specialists in technical specialties. They are conceptual, operational-algorithmic applicable, design competence. The article presents examples of the application of Maple's mathematical package to the solution of some integrals. The authors give an example of the application of the created simulator in Maple environment for the solution of differential equations. The step-by-step solution of the system of differential equations with the help of created simulator in Maple environment is shown. The authors of the article concluded that SCM Maple is particularly suitable for: organization of student's independent work; for self-test of students; to consolidate the educational material studied in the classes of higher mathematics. The role of the teacher is to guide the correct application of the selected mathematical package. The use of computer mathematics systems in the process of fundamental mathematical preparation of students is optimal provided that they take into account and adhere to listed pedagogical approaches.*

**Key words:** systems of computer mathematics, computer programs, fundamental mathematical training, future engineer, Maple-simulator, pedagogical approaches, mathematical competencies.

Характер праці фахівців сьогодні яскраво відрізняється від праці фахівця тієї ж сфери 20 років тому. Ця відмінність полягає в активізації впровадження сучасних інформаційних технологій в більшість сфер людської діяльності. Така тенденція не оминула й підготовку фахівців технічного напрямку, а висунула нові

вимоги до математичної підготовки у вищій школі. Інтенсивним стало впровадження СКМ (систем комп'ютерної математики) в навчальний процес. Передумовою такого інтенсивного впровадження стало також покращення технічної комп'ютерної бази в навчальних закладах. Тому перешкод застосування СКМ практично немає. А отже, виникає *питання створення, розвитку та вдосконалення комп'ютерних програм та їх складових*, які покращують якість математичної підготовки в технічних університетах, а доцільність їх застосування в навчальному процесі перевірена багатьма теоретичними та експериментальними дослідженнями [2, 4, 5, 8, 18].

Упровадженню інформаційних технологій у навчальний процес середньої та вищої школи присвячено роботи О. О. Гокуня [2], Ю. І. Машбиця [15], С. А. Ракова [18, 17] та інших, у яких дослідники розкривають психологічні особливості, методологічні аспекти застосування СКМ у навчальному процесі.

Питанням впровадження інформаційних технологій у навчальний процес вивчення математики та вищої математики присвячено роботи В. П. Д'яконова [6], Ю. В. Горошка [5], М. І. Жалдака [8, 7], Т. В. Зайцевої [9], В. І. Клочка [10], Михалевича В. М. [16], та інших. Проте попри достатню кількість праць, що присвячені цій проблемі, які ми дослідили, ми не знайшли відповіді на основне питання, «які методичні підходи застосування СКМ у навчальному процесі утворюють цілісну систему і є оптимальними для найкращого засвоєння знань з вищої математики для студентів галузі знань 17». Адже саме це питання є ключовим при впровадженні СКМ в навчальний процес.

Тому **метою статті** є сформулювати основні методичні підходи застосування СКМ у навчальному процесі, які утворюють цілісну систему і є оптимальними для засвоєння математичних знань студентами, навести приклад застосування СКМ враховуючи вказані методичні підходи.

«Накопичений вітчизняний та світовий досвід використання ІКТ в освіті вказує на те, що прогрес цих технологій значно випереджає методичні підходи, які спираються на зазначені технології» [1]. Саме ця думка підкреслює важливість виділення основних методичних підходів під час застосування СКМ з метою максимального засвоєння знань. Перед тим як окреслити підходи застосування СКМ в навчальному процесі, доцільно перерахувати власне математичні пакети, про які йде мова. Отже, до основних СКМ можна віднести пакети *Maxima*, *Maple*, *MathCard* та інші. У нашій роботі акцентуємо увагу на математичному пакеті *Maple* та навчальних тренажерах, що розроблені на його основі. Застосування стандартних команд СКМ *Maple* дає можливість отримати кінцеву відповідь на математичну задачу. Водночас використання програмного середовища цієї системи дає можливість створювати програми, за допомогою яких можна відтворити розв'язання вказаних задач, а не лише отримати відповідь.

Доцільно вказати основні педагогічні підходи, на основі яких буде відбуватися впровадження СКМ у навчальний процес. До основних методичних підходів застосування СКМ у навчальному процесі вивчення математики є компетентнісний підхід, системний підхід інтегративний підхід, синергетичний підхід, знання-діяльнісний підхід, особистісно-орієнтований підхід, навчально-дослідницький підхід.

Реалізація *компетентнісного підходу* у процесі застосування СКМ у процесі фундаментальної математичної підготовки відбувається через формування основних математичних компетентностей. У роботі В. І. Клочко [10] вказує низку математичних компетентностей: опанування новими математичними знаннями за допомогою сучасних освітніх та інформаційних технологій; володіти методами аналізу і синтезу вивчення явищ та процесів; здатність застосовувати на практиці, включаючи можливість побудови математичних моделей професійних задач і визначення шляхів їх вирішення інтерпретувати отриманий математичний результат; здатність застосовувати аналітичні та числові методи вирішення завдань за допомогою СКМ; мати математичне мислення, математичну культуру в рамках професійної та людської культури; володіти власними способами доведення тверджень і теорем як основного компоненту когнітивної й комунікативної функцій; володіти мовами деяких СКМ і вміти застосовувати їх до вирішення математичних завдань.

Ми пропонуємо виділити не лише математичні компетентності, а сформулювати в окремі блоки професійно-спрямовані математичні компетентності. Зокрема, такі: *концептуальні, операційно-алгоритмічні застосовні, конструкторські*. Застосування СКМ сприяє формуванню операційно-алгоритмічних, конструкторських компетентностей. Конструкторська компетентність відображається в умінні особистості розв'язувати задачу, розбиваючи її на кроки. Застосування СКМ безпосередньо впливає на формування конструкторської компетентності, оскільки розв'язок задачі за допомогою СКМ передбачає розбиття її на елементарні частини та розв'язок частин. Операційно-алгоритмічні компетентності формуються у процесі застосування СКМ через застосування основних покрокових алгоритмічних дій, що пропонує програма.

Дотримання системного підходу дозволяє застосовувати СКМ у контексті цілісної педагогічної системи, враховуючи мету, форми, методи і засоби цієї системи, які спрямовані на формування відповідних компетентностей.

Застосування *інтегративного підходу* у процесі впровадження СКМ у навчальний процес реалізується шляхом інтеграції інформації однієї дисципліни в іншу. Прикладом можуть бути задачі професійного інженерного змісту, які розв'язуються математичними методами.

Урахування *синергетичного підходу*, що стосується теорії самоорганізації, проявляється у відсутності будь-якого нав'язування об'єктам навчання доцільності чи недоцільності застосування СКМ. Тобто, студенти відповідно до рівня своїх знань та здібностей застосовують СКМ. Сильні студенти можуть застосовувати СКМ лише для перевірки відповіді, слабші можуть користуватися вказівками, що пропонують системи комп'ютерної математики. У процесі застосування СКМ під час вивчення, наприклад, розділу "Інтегральне числення" викладач визначає доцільність розв'язання конкретної задачі або її частини за допомогою СКМ, ураховуючи рівень знань в кожній групі. Розглянемо для прикладу параграф розділу "Інтегральне числення" – інтегрування дробово-раціональних дробів. Маємо інтеграл правильного дробу, знаменник якого є многочлен. Студентам відомі пункти алгоритму інтегрування дробово-раціональних виразів, зокрема, про розклад многочлена на елементарні множники. Для того, щоб в подальшому представити цей підінтегральний вираз у вигляді суми декількох елементарних дробів, потрібно розкласти знаменник вихідного дробу на елементарні множники. Цю дію можна виконати вручну. Тобто, якщо студенти у шкільному курсі математики не практикували теорему Безу. Розглянемо приклад. Знайти інтеграл:  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - 10x + 8}$ . Щоб проінтегрувати цей вираз нам потрібно розкласти на елементарні дроби підінтегральний вираз.

У знаменнику цього правильного дробу маємо многочлен третього порядку:  $x^3 + x^2 - 10x + 8$ . За теоремою Безу шукаємо корені серед дільників вільного коефіцієнта:  $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8$ . Першим таким коренем є  $x = 1$ . Тому увесь многочлен поділимо кутом на  $x - 1$ . Одержаний квадратичний тричлен знову розкладаємо на множники:  $x^2 + 2x - 8 = (x - 2)(x + 4)$ . Отже, отримаємо такий розклад:  $x^3 + x^2 - 10x + 8 = (x - 1)(x - 2)(x + 4)$ .

Ураховуючи рівень знань студентів, викладач може пропустити вказаний розклад на елементарні множники. Застосовуючи пакет Maple 9.5 можна вказаний підінтегральний вираз розкласти на множники швидше, пропускаючи відомі студентам дії розкладу:

```
> f:=1/(x^3+x^2-10*x+8);
```

```
Int(f,x);
```

$$\int \frac{1}{x^3 + x^2 - 10x + 8} dx$$

```
> factor(f)=A/(x-1)+B/(x-2)+C/(x+4);
```

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)(x+4)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+4}$$

Нехай у знаменнику правильного дробу підінтегрального виразу міститься многочлен четвертого степеня.  $\int \frac{dx}{x^4 + 9x^2 - 10}$

Розглянемо як можна за допомогою пакету Maple виконати розклад на множники вказаного многочлена.

```
> printf('Загальна формула:');
```

```
a*x^4+b*x^3+c*x^2+d*x+n=a*(x-x[1])*(x-x[2])*(x-x[3])*(x-x[4]);
```

Загальна формула:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + n = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 10) = 0$$

За допомогою таких команд можна розкласти многочлен на множники тільки з дійсними коренями. Використовуючи інші команди отримаємо розклад многочлена на множники з дійсними і комплексними коренями

```
> Pn:=x^4+9*x^2-10;
```

```
sols1:={solve(Pn,x)};
```

```
coeff(Pn,x,degree(Pn,x))*mul((x-sols1[k]),k=1..nops(sols1));
```

$$Pn := x^4 + 9x^2 - 10$$

$$sols1 := \{-1, 1, \sqrt{10} I, -I\sqrt{10}\}$$

$$(x + 1) (x - 1) (x - \sqrt{10} I) (x + \sqrt{10} I)$$

Застосування СКМ не є однаковим у всіх групах, це обумовлено різним рівнем підготовки студентів, рівнем їх знань і здібностей.

*Особистісно-орієнтований* підхід при застосуванні СКМ обумовлений спрямуванням на розвиток особистості студента, його здібностей, і реалізується через систему педагогічних прийомів, що спрямовані на розвиток власних вмінь та здібностей фахівця, розвитку фахівця як особистості, розвитку і реалізацію внутрішніх ресурсів особистості, зокрема самореалізації, самоствердження.

Реалізація *навчально-дослідницького підходу* у процесі застосування СКМ у процесі математичної підготовки майбутніх інженерів проходить шляхом підбору й розв'язання проблемних задач, завдань, застосування методу проектів у навчанні.

Розглянемо приклад міні-проекту. Декільком студентам із навчальної групи студентів пропонується перевірити за допомогою пакету Maple знайдені корені рівняння, щоб розкласти многочлен знаменника

дроби підінтегрального виразу  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - 10x + 8}$  на множники .

Перевірка коренів рівняння.

> x^3+x^2-10\*x+8=0;

$$x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$$

За теоремою Безу знайдемо дільники вільного члена: -1, 1, -2, 2, -4, 4, -8, 8 і перевіримо чи будуть вони коренями рівняння.

```
> subs(x=1,x^3+x^2-10*x+8); 0
> subs(x=-1,x^3+x^2-10*x+8); 18
> subs(x=2,x^3+x^2-10*x+8); 0
> subs(x=-2,x^3+x^2-10*x+8); 24
> subs(x=4,x^3+x^2-10*x+8); 48
> subs(x=-4,x^3+x^2-10*x+8); 0
> subs(x=8,x^3+x^2-10*x+8); 504
> subs(x=-8,x^3+x^2-10*x+8); -360
```

$x = 1, x = 2, x = -4$  – корені рівняння, якщо виконується .

Необов'язково записувати команду підстановки subs для кожного кореня окремо. Це можна зробити одночасно за допомогою команди створення послідовності seq:

```
> f:=x^3+x^2-10*x+8;
solve(f, {x});
seq(subs([%][k],f),k=1..nops([%]));
```

$$\{x = 1\}, \{x = 2\}, \{x = -4\}$$

$$0, 0, 0$$

Математичний пакет Maple є хорошою базою для створення навчальних математичних тренажерів НМТ [13, 14].

**Розглянемо роботу авторського НМТ по темі ЛОДР:**

```
> read("D:\Yarik\Maple\MyMaple\mylodrumov.m");
mydifurum(y''-3*y'+2*y=3*sin(x),1,0);
y'' - 3 y' + 2 y = 3 sin(x)
Початкові умови y(0) = 1, y'(0) = 0
```

Складемо характеристичне рівняння

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

Складемо та розв'яжемо квадратне рівняння

$$p^2 - 3p + 2 = 0$$

$$D = 1$$

$$p_1 := 2$$

$$p_2 := 1$$

$$y_{\text{ci}} := C_1 e^{(2x)} + C_2 e^x$$

Запишемо частинне неоднорідне рівняння

$$y_{\text{ci}} := a \sin(x) + b \cos(x)$$

Знайдемо першу та другу похідну

$$y'_{\text{ci}} := a \cos(x) - b \sin(x)$$

$$y''_{\text{ci}} := -a \sin(x) - b \cos(x)$$

Підставимо отримані значення в початкове рівняння. Матимемо:

$$a \sin(x) + b \cos(x) - 3a \cos(x) + 3b \sin(x) = 3 \sin(x)$$

Складемо та розв'яжемо систему

$$a + 3b = 3$$

$$b - 3a = 0$$

$$a = \frac{3}{10}$$

$$b = \frac{9}{10}$$

$$y_{\text{ci}} = \frac{9}{10} \sin(x) + \frac{27}{10} \cos(x)$$

$$y = C_1 e^{(2x)} + C_2 e^x + \frac{3}{10} \sin(x) + \frac{9}{10} \cos(x)$$

Знайдемо похідну та підставимо у значення функції у та у' початкові данні

$$y' = 2 C_1 e^{(2x)} + C_2 e^x + \frac{3}{10} \cos(x) - \frac{9}{10} \sin(x)$$

Складемо та розв'яжемо систему:

$$C_1 + C_2 + \frac{27}{10} = 1$$

$$2 C_1 + C_2 + \frac{3}{10} = 0$$

$$C_1 = \frac{7}{5} \quad C_2 = \frac{-31}{10}$$

$$y = \frac{7}{5} e^{(2x)} - \frac{31}{10} e^x + \frac{3}{10} \sin(x) + \frac{9}{10} \cos(x)$$

Для підвищення ефективності самостійної роботи студентів під час вивчення теми системи диференціальних рівнянь був розроблений навчальний Maple тренажер.

Метою створення тренажера стало забезпечення високого рівня навчання вищої математики, а також зменшення рутинного навантаження на викладача. За наявності тренажера самостійна робота студента стає більш ефективною. А роль викладача полягає в наданні консультативної допомоги.

Розглянемо стислий опис розробленого авторського НМТ по темі диференціальні рівняння та результати роботи з розв'язання типових задач вищої математики. Процедура тренажер "mysistemdifur (7,-5,5,-3);" покроково розв'язує систему диференціальних рівнянь методом виключення. Студенту достатньо виконати авторську процедуру "mysistemdifur(\*, \*, \*, \*);", де замість зірочок потрібно вставити коефіцієнти свого завдання. Перші два значення відповідають за коефіцієнти першого рівняння при  $x$  та  $y$  відповідно, а другі два за інше рівняння. Також студент має змогу самостійно розв'язувати приклади, а тренажер використовувати як перевірку своїх кроків і в разі помилки, без допомоги викладача, локалізувати їх. А також змінювати умову прикладу та спостерігати як змінюється розв'язання.

Застосування навчального тренажера доцільне при вивченні теми "Системи лінійних диференціальних рівнянь".

Застосування створеного тренажера в середовищі Maple відповідає всім перерахованим педагогічним підходам впровадження СКМ у навчальний процес.

Розглянемо приклад роботи НМТ в середовищі Maple по темі “Системи диференціальних рівнянь”. У тренажері проводиться детальний покроковий опис дій, що відбуваються у процесі розв’язання системи диференціальних рівнянь.

```
> read("D:\Yarik\Maple\MyMaple\mysystem.m");
mysystemdifur(1,4,3,5);
Розв'язати систему
```

$$\begin{aligned}x' &= x + 4 y \\y' &= 3 x + 5 y\end{aligned}$$

Домножимо перше рівняння системи на 3  
Матимемо

$$\begin{aligned}3 x' &= 3 x + 12 y \\y' &= 3 x + 5 y\end{aligned}$$

Віднімемо від першого рівняння друге матимемо:

$$3 x' - y' = 7 y$$

Виразимо з нього  $x'$

$$x' = \frac{y'}{3} + \frac{7 y}{3}$$

Підставимо  $x'$  в продиференційоване друге рівняння системи, отримаємо:

$$\begin{aligned}y'' &= 3 x' + 5 y' \\y'' &= 6 y' + 7 y \\y'' - 6 y' - 7 y &= 0\end{aligned}$$

Складемо та розв'яжемо квадратне рівняння

$$p^2 - 6 p - 7 = 0$$

$$D = 64$$

$$p_1 := 7 \quad p_2 := -1$$

$$y := C_1 e^{(7t)} + C_2 e^{(-t)}$$

Знайдемо похідну

$$y' = 7 C_1 e^{(7t)} - C_2 e^{(-t)}$$

Підставимо у друге рівняння системи і виразимо  $x$

Матимемо:

$$x := -\frac{2}{3} C_1 e^{(7t)} + 2 C_2 e^{(-t)}$$

Відповідь:

$$x = -\frac{2}{3} C_1 e^{(7t)} + 2 C_2 e^{(-t)}$$

$$y = C_1 e^{(7t)} + C_2 e^{(-t)}$$

За допомогою пакету Maple можна зробити генерування завдань для типових розрахунків студентів.  
Наприклад:

*Variant, 1*

$$\begin{aligned}x' &= -5 x - 8 y + e^{(5t)} \\y' &= -x + 2 y + 1\end{aligned}$$

*Variant, 3*

$$\begin{aligned}x' &= -7 x + 5 y - 7 t + 1 \\y' &= -9 x + 7 y - \sin(5 t)\end{aligned}$$

*Variant, 5*

$$\begin{aligned}x' &= -7 x - 10 y + \cos(8 t) \\y' &= 5 x + 3 y + e^{(-3t)}\end{aligned}$$

*Variant, 2*

$$\begin{aligned}x' &= -7 x - 9 y + 3 t^2 - 9 t - 2 \\y' &= 10 x - y + \sin(3 t)\end{aligned}$$

*Variant, 4*

$$\begin{aligned}x' &= 8 x - 8 y + 10 t^2 - 8 \\y' &= -10 x - 3 y + 1\end{aligned}$$

*Variant, 6*

$$\begin{aligned}x' &= -10 x + 9 y + e^{(-10t)} \\y' &= 4 x + 6 y + t + 9\end{aligned}$$

**Висновки.** СКМ Maple особливо підходить для: організації самостійної роботи студента; для самоперевірки студентів; для закріплення навчального матеріалу вивченого на заняттях вищої математики. При цьому роль викладача полягає в керівництві правильного застосування обраного математичного пакета. Наші дослідження показують, що застосування СКМ в сучасних умовах суттєво змінює роль і функції викладача та студентів, значною мірою впливає на всі компоненти навчального процесу: змінюється сам характер, місце і методи.

Застосування систем комп'ютерної математики в процесі фундаментальної математичної підготовки студентів є оптимальним за умови врахування й дотримання зазначених педагогічних підходів: компетентнісного, системного, інтегративного, синергетичного, знанняєво-діяльнісного, особистісно-орієнтованого, навчально-дослідницького.

### Література

1. Биков В. Ю. Сучасні завдання інформатизації освіти [Електронний ресурс] / В. Ю. Биков // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2010. – № 1(15). – Режим доступу до журн. : <http://www.ime.edu-ua.net/em.html>.
2. Гокунь О. О. Психологічні особливості навчання школярів писемного мовлення із застосуванням комп'ютера : автореф. дис. на здобуття вчен. ступеня канд. психол. наук : спец. 19.00.07 “Педагогічна і вікова психологія” / О. О. Гокунь. – Київ, 2001. – 26 с.
3. Головань М. С. Розвиток пізнавальної активності учнів в процесі навчання алгебри і початку аналізу на основі НІТ : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Головань Микола Степанович. – Київ, 1997. – 177 с.
4. Гончарова О. М. Шляхи і принципи системного введення комп'ютерних математичних систем у навчальний процес вищого навчального закладу / О. М. Гончарова // Зб. наук. статей Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова “Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання”. – Вип. 11. – Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2011. – С. 3–6.
5. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Горошко Юрій Васильович. – Київ, 1993. – 103 с.
6. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика / В. П. Дьяконов. – М. : Нолидж, 2001. – 1296 с.
7. Жалдак М. І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / Жалдак М. І. // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : [зб. наук. праць] / редкол. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова. – Вип. 7. – 2003. – С. 3–16.
8. Жалдак М. И. Система подготовки учителя к использованию информационной технологии в учебном процессе : дисс. ... доктора пед. наук / Жалдак Мирослав Иванович. – Москва : НИИ СИМО АПН СССР, 1989. – 48 с.
9. Зайцева Т. В. Розвиток розумової діяльності старшокласників у процесі вивчення алгебри та початків аналізу з використанням інформаційних технологій : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Зайцева Тетяна Василівна. – Київ, 2001. – 215 с.
10. Ключко В. І. Застосування нових інформаційних технологій навчання при вивченні курсу вищої математики в технічному вузі / В. І. Ключко. – Вінниця, 1997. – 216 с.
11. Ключко В. І. Формування математичних компетентностей студентів технічних ВНЗ / В. І. Ключко // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова, Київ, Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : Зб. Наук. праць / Редрада. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, № 19 (26), 2017 – с. 64-67.
12. Крилова Т. В. Проблеми навчання математики в технічному вузі : монографія / Крилова Т. В. – Київ : Вища школа, 1998. – 438 с.
13. Крупський Я. В. Розвиток системи Maple шляхом створення навчальних тренажерів з покрокового розв'язання типових задач вищої математики / Крупський Я. В., Михалевич В. М. // New information technologies in education for all: learning environment. – 2011. – С. 159–165.
14. Крупський Я. В. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : автореф. дис. ... к.пед.н.: 13.00.10 [Електронний ресурс] / Я.В. Крупський. – К., 2012. – 20 с. – Режим доступу : <http://lib.iitta.gov.ua/>.
15. Машбиц Е. И. Компьютеризация обучения: проблемы и перспективы / Е. И. Машбиц Е. И. Основы компьютерной грамотности / Машбиц Е. И., Бабенко Л. П., Верник Л. В. – Київ : Вища шк., 1988. – 215 с.
16. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків: монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 236 с.
17. Раков С. А. Комп'ютерна підтримка дослідницького підходу у математичній освіті, болонський процес та профілізація загальноосвітньої школи // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : [зб. наук. пр.] / редкол. – Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова. № 2(9). – 2005. – С. 42–53.
18. Раков С. А. Формування математичних компетентностей учителем математики на основі дослідницького підходу в навчанні з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Раков Сергій Анатолійович. – Київ, 2005. – 489 с.
19. Семеріков С. О. Махіта – система комп'ютерної математики для вітчизняної системи освіти / С. О. Семеріков, І. О. Теплицький, С. В. Шокалюк // Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : [зб. наук. праць] / ред.рада. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2008. – № 6 (13). – С. 32–39.
20. Співаковський О. В. Основні задачі проектування комп'ютерних систем підтримки практичної навчальної математичної діяльності / Співаковський О. В., Львов М. С., Гурій Т. А. // Нові технології навчання : [наук.-метод. зб.]. – Вип. 33. – Київ, 2002. – С. 24–28.

21. Співаковський О. В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій : дис. ... доктора пед. наук : 13.00.02 / Співаковський Олександр Володимирович. – Київ, 2003. – 534 с.
22. Співаковський О. В. Лінійна алгебра з використанням інформаційних технологій : навч. посіб. / Співаковський О. В. – Херсон : Айлант, 2003. – 190 с.

### References

1. Bykov V. Yu. Suchasni zavdannia informatyzatsii osvity [Elektronnyi resurs] / V. Yu. Bykov // Informatsiini tehnologii i zasoby navchannia. – 2010. – # 1(15). – Rezhym dostupu do zhurn. : <http://www.ime.edu-ua.net/em.html>.
2. Hokun O. O. Psykholohichni osoblyvosti navchannia shkolariv pysemnogo movlennia iz zastosuvanniam kompiutera : avtoref. dys. na zdobuttia vchen. stupenia kand. psykhol. nauk : spets. 19.00.07 “Pedahohichna i vikova psykholohiia” / O. O. Hokun. – Kyiv, 2001. – 26 s.
3. Holovan M. S. Rozvytok piznavalnoi aktyvnosti uchniv v protsesi navchannia alhebry i pochatku analizu na osnovi NIT : dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.02 / Holovan Mykola Stepanovych. – Kyiv, 1997. – 177 s.
4. Honcharova O. M. Shliakhy i pryntsyipy systemnoho vvedennia kompiuternykh matematychnykh system u navchalnyi protses vyshchoho navchalnoho zakladu / O. M. Honcharova // Zb. nauk. statei Natsionalnoho pedahohichnoho universytetu imeni M. P. Drahomanova “Kompiuterno-orientovani systemy navchannia”. – Vyp. 11. – Kyiv : Vyd-vo NPU imeni M. P. Drahomanova, 2011. – S. 3–6.
5. Horoshko Yu. V. Vplyv novoi informatsiinoi tehnologii na praktychnu znachymist rezultativ navchannia matematyky v starshykh klasakh serednoi shkoly : dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.02 / Horoshko Yurii Vasylovych. – Kyiv, 1993. – 103 s.
6. D'yakonov V. P. Komp'yuternaya matematika. Teoriya i praktika / V. P. D'yakonov. – M. : Nolidzh, 2001. – 1296 s.
7. Zhaldak M. I. Pedahohichniy potentsial kompiuterno-orientovanykh system navchannia matematyky / Zhaldak M. I. // Kompiuterno-orientovani systemy navchannia : [zb. nauk. prats] / redkol. – Kyiv : NPU imeni M. P. Drahomanova. – Vyp. 7. – 2003. – S. 3–16.
8. ZHaldak M. I. Sistema podgotovki uchitelya k ispol'zovaniyu informacionnoj tehnologii v uchebnom processe : diss. ... doktora ped. nauk / ZHaldak Miroslav Ivanovich. – Moskva : NII SIMO APN SSSR, 1989. – 48 s.
9. Zaitseva T. V. Rozvytok rozumovoi diialnosti starshoklasnykiv u protsesi vyvchennia alhebry ta pochatkiv analizu z vykorystanniam informatsiinykh tehnologii : dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.02 / Zaitseva Tetiana Vasylivna. – Kyiv, 2001. – 215 s.
10. Klochko V. I. Zastosuvannia novykh informatsiinykh tehnologii navchannia pry vyvchenni kursu vyshchoi matematyky v tekhnichnomu vuzi / V. I. Klochko. – Vinnytsia, 1997. – 216 s.
11. Klochko V. I. Formuvannia matematychnykh kompetentnosti studentiv tekhnichnykh VNZ / V. I. Klochko // Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova, Kyiv, Serii #2. Kompiuterno-orientovani systemy navchannia : Zb. Nauk. prats / Redrada. – Kyiv : NPU imeni M. P. Drahomanova, # 19 (26), 2017 – s. 64-67.
12. Krylova T. V. Problemy navchannia matematyky v tekhnichnomu vuzi : monohrafiia / Krylova T. V. – Kyiv : Vyshcha shkola, 1998. – 438 s.
13. Krupskiy Ya. V. Rozvytok systemy Maple shliakhom stvorennia navchalnykh trenazheriv z pokrokovoho rozviazannia typovykh zadach vyshchoi matematyky / Krupskiy Ya. V., Mykhalevych V. M. // New information technologies in education for all: learning environment. – 2011. – S. 159–165.
14. Krupskiy Ya. V. Rozvytok systemy Maple u navchanni vyshchoi matematyky maibutnykh inzheneriv-mekhanikiv : avtoref. dys. ... k.ped.n.: 13.00.10 [Elektronnyi resurs] / Ya.V. Krupskiy. – K., 2012. – 20 s. – Rezhym dostupu : <http://lib.iitta.gov.ua/>.
15. Mashbic E. I. Komp'yuterizatsiya obucheniya: problemy i perspektivy / E. IMashbic E. I. Osnovy komp'yuterno gramotnosti / Mashbic E. I., Babenko L. P., Vernik L. V. – Kiiv : Vishcha shk., 1988. – 215 s.
16. Mykhalevych V. M. Rozvytok systemy Maple u navchanni vyshchoi matematyky maibutnykh inzheneriv-mekhanikiv: monohrafiia / V. M. Mykhalevych, Ya. V. Krupskiy. – Vinnytsia: VNTU, 2013. – 236 s.
17. Rakov S. A. Kompiuterna pidtrymka doslidnytskoho pidkhodu u matematychnii osviti, bolonskyi protses ta profilizatsiia zahalnoosvitnoi shkoly // Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova. Serii #2. Kompiuterno-orientovani systemy navchannia : [zb. nauk. pr.] / redkol. – Kyiv : NPU im. M. P. Drahomanova. # 2(9). – 2005. – S. 42–53.
18. Rakov S. A. Formuvannia matematychnykh kompetentnosti uchyteliv matematyky na osnovi doslidnytskoho pidkhodu u navchanni z vykorystanniam informatsiinykh tehnologii : dys. ... doktora ped. nauk : 13.00.02 / Rakov Serhii Anatoliiovych. – Kyiv, 2005. – 489 s.
19. Semerikov S. O. Maxima – systema kompiuterno matematyky dlia vitchyznianoj systemy osvity / S. O. Semerikov, I. O. Teplytskyi, S. V. Shokaliuk // Naukovyi chasopys NPU im. M. P. Drahomanova. Serii # 2. Kompiuterno-orientovani systemy navchannia : [zb. nauk. prats] / red.rada. – K.: NPU im. M. P. Drahomanova, 2008. – # 6 (13). – S. 32–39.
20. Spivakovskiy O. V. Osnovni zadachi proektuvannia kompiuternykh system pidtrymky praktychnoi navchalnoi matematychnoi diialnosti / Spivakovskiy O. V., Lvov M. S., Hurii T. A. // Novi tehnologii navchannia : [nauk.-metod. zb.]. – Vyp. 33. – Kyiv, 2002. – S. 24–28.
21. Spivakovskiy O. V. Teoretyko-metodychni osnovy navchannia vyshchoi matematyky maibutnykh vchyteliv matematyky z vykorystanniam informatsiinykh tehnologii : dys. ... doktora ped. nauk : 13.00.02 / Spivakovskiy Oлександр Volodymyrovych. – Kyiv, 2003. – 534 s.
22. Spivakovskiy O. V. Liniina algebra z vykorystanniam informatsiinykh tehnologii : navch. posib. / Spivakovskiy O. V. – Kherson : Ailant, 2003. – 190 s.