

ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБІНСЬКОГО
Інститут математики фізики і технологічної освіти
Кафедра алгебри і методики навчання математики

ДИПЛОМНА РОБОТА

на тему: «Фрактальні об'єкти, які пов'язані із золотим
перерізом»

Студента 4 курсу групи АМ

Напряму підготовки: 6.040201 Математика*

Сапсая Богдана Юрійовича

Керівник: кандидат

фізико-математичних наук, доцент

Панасенко О.Б.

Національна шкала _____

Кількість балів: _____ Оцінка: ECTS _____

Члени комісії: _____

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП

РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ФРАКТАЛИ ТА ЗОЛОТИЙ ПЕРЕРІЗ	5
1.1. Фрактали, їхні види та застосування.	5
1.2. Приклади фрактальних множин.....	7
1.3. Мультифрактали.	17
1.4. Золотий переріз і числа Фіббоначчі.....	24
1.5. Фібоначчієва система числення.	42
РОЗДІЛ 2. ЗВ'ЯЗОК МІЖ ФРАКТАЛАМИ І ЗОЛОТИМ ПЕРЕРІЗОМ.....	45
2.1 Деякі закономірності числових характеристик фракталів та золотого переріза.....	45
2.2. Множини типу множини Кантора, пов'язані із золотим перерізом.....	55
РОЗДІЛ 3. ФРАКТАЛЬНІ НЕПЕРЕРВНІ ФУНКЦІЇ, ЯКІ ПОВ'ЯЗАНІ З ЗОЛОТИМ ПЕРЕРІЗОМ	58
3.1. Деякі класичні приклади фрактальних неперервних функцій.....	58
3.2. Самоафінні функції пов'язані із золотим перерізом.....	62
3.3. φ -представлення дійсних чисел.	63
3.4. Деякі властивості множин рівнів функції $F_\varphi(x)$	67
РОЗДІЛ 4. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ВИПРОМІНЮВАННЯ (ЕМВ) В ПРИМІЩЕННІ, ЇХ ВПЛИВ НА ОРГАНІЗМ ЛЮДИНИ. ДЖЕРЕЛА ЕМВ. НОРМУВАННЯ ЕМВ ТА ЗАХИСТ ВІД НИХ.....	70
ВИСНОВКИ	
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	

ВСТУП

Актуальність теми. Фрактальна геометрія є сучасним розділом математики, який швидко розвивається. Фрактали як математичні об'єкти виникли внаслідок потреб наукового пізнання світу в адекватному теоретичному описі більш складних природних систем (таких, наприклад, як гірський хребет, берегова лінія, крона дерева, каскадний водоспад, турбулентний потік повітря в атмосфері тощо) і в математичному моделюванні природи в цілому. А золотий переріз, як відомо, є одним з найбільш яскравих і стійких проявів гармонії в природі. Тому цілком закономірним виглядає прагнення виявити взаємозв'язок вищезгаданих об'єктів, тобто виявити золотий переріз в теорії фракталів.

Мета дослідження дипломної роботи: виявити особливості фрактальних об'єктів, які пов'язані із золотою пропорцією.

Завдання дипломної роботи: побудувати і дослідити фрактальні об'єкти в основі яких лежить золотий переріз

Об'єкт дослідження дипломної роботи: фрактальні об'єкти канторівського типу та фрактальні неперерервні функції пов'язані із золотом перерерізом.

Предмет дослідження: властивості фрактальних об'єктів канторівського типу та фрактальних неперерервних функцій пов'язаних із золотом перерерізом.

Методи дослідження. Перший розділ дипломної роботи переважно носить теоретичний характер, другий та третій розділи – науково дослідницький. Для обґрунтування основних результатів другого та третього розділів використовуються методи математичного, функціонального аналізу, теорії множин.

Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій. Основні теоретичні результати наведені в дипломній роботі з повними доведеннями.

Практичне значення одержаних результатів. Робота носить переважно теоретичний характер. Її основні результати та запропоновані методи можуть бути корисними при вивченні інших фрактальних об'єктів.

Апробація результатів дипломної роботи. Результати дипломної роботи доповідались на звітній науковій конференції Інституту математики фізики і технологічної освіти «Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти» (25-26 квітня 2016 року).

Структура дипломної роботи. Дипломна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків і списку використаних джерел. Перший розділ містить основні відомості про золоту пропорцію і теорію фракталів. Другий розділ стосується фрактальних об'єктів на прямій, а саме фрактальних об'єктів канторівського типу, пов'язаних із золотим перерізом. Третій розділ присвячений конструюванню і вивченню властивостей фрактальних неперервних (зокрема, недиференційовних, сингулярних) функцій, пов'язаних із золотим перерізом. Четвертий розділ відноситься до питання безпеки життєдіяльності і стосується електромагнітних випромінювань (ЕМВ) в приміщенні, їх впливу на організм людини, джерел ЕМВ, нормування ЕМВ та захисту від них.

Публікації. Результати першого розділу дипломної роботи відображено у статті:

– Сапсай Б.Ю. Фрактальні об'єкти канторівського типу пов'язані із золотим перерізом / Б.Ю. Сапсай // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти: Збірник наукових праць. – Випуск 13. – Вінниця, 2016.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Dovgoshey O. The Cantor function / O. Dovgoshey, O. Martio, V. Ryazanov, M. Vuorinen // *Expo. Math.* – 2006, V. 24. – P. 1–37.
2. Edgar G. *Measure, topology and fractal geometry* / G. Edgar. 2nd edition. New York, NY : Springer, 2008. – 268 p.
3. Falconer K. J. *Fractal Geometry, Mathematical Foundations and Applications* / K. J. Falconer. 2nd edition. Chichester : Wiley, 2003.- 337 p.
4. Falconer K.J. *Fractal geometry. Mathematical foundations and applications.* Second edition. Chichester, Wiley. – 2003. – 338p.
5. Girgensohn R. Functional equations and nowhere differentiable functions / R. Girgensohn // *Aequ. Math.* 1993. Vol. 46. P.243 – 256.
6. Girgensohn R. Nowhere differentiable solutions of a functional equations / R. Girgensohn // *Aequ. Math.* 1994. Vol. 47. P.89 – 99.
7. Kairies H.-H. Functional equations for peculiar functions / H.-H. Kairies // *Aequ. Math.* 1997. Vol. 53. P.207- 241.
8. Kairies H.-H. Takagi's function and its functional equations / H.-H. Kairies // *Rocznik Nauk.-Dydakt. Place Mat.* 1998. Vol. 15. P. 73–83.
9. Katsuura H. Continuous nowhere-differentiable functions — an application of contraction mappings // *Amer.Math. Monthly.* – 1991. – P. 411–416.
10. Okamoto H. (2005), A remark on continuous, nowhere differentiable functions, *Proc. Japan Acad.*, 81, no. 3, P /47–50.
11. Vajda S. *Fibonacci & Lucas Numbers, and the Golden Section. Theory and Applications.* – Ellis Harwood Limited, 1989. P/ 53-57
12. Александров П.С. *Введение в общую теорию множеств и функций* / П.С Александров. – М.:ЩГИЗ, 1948. – 411 с.
13. Балашевич Р. Золота пропорція як прояв гармонії навколишнього світу/ Роман Балашевич . – *Світогляд*, 2009. – №1. С. 62-71

- 14.Биллингслей П. Эргодическая теория и информация / П. Биллингслей – М.: Мир, 1969. – 238 с.
- 15.Боднар О.Я. Золотое сечение и неевклидова геометрия в природе и искусстве. / О.Я. Боднар. – Львов: Свит, 1994. – 204 с.
- 16.Божокин С.В. Фракталы и мультифракталы / С.В Божокин, Д.А. Паршин. – М.:Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2001. – 129 с.
- 17.Бокмельдер Е.П. О хаусдорфовой размерности некоторого класса канторовских множеств/ Е.П. Бокмельдер, Л.Е. Портнов, 1979. – 201 с.
- 18.Борисенко А.А., А.П. Об одном методе счета в коде Фибоначчи / А.А. Борисенко, А.П Стахов. – Суми: Вестник. 2011. – 149 с.
- 19.Брус Дж. Кривые и особенности./ Дж. Брус, П. Джиблин – М.: Мир. 1988. – 263 с.
- 20.Бурбаки Н. Функции действительного переменного: Элементарная теория / Н. Бурбаки – М.: Наука, 1965. – с. 28.
- 21.Воробьев И.Н. Числа Фибоначчи / И.Н. Воробьев.- М.: Наука, 1978. - 144 с.
- 22.Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов / М. Газеле. – М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.– 272 с.
- 23.Гельбаум Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гельбаум, Дж. Олмстед.- М.:Мир, 1967. – 256 с.
- 24.Гурвиц А., Курант Р. Теория функций / А. Гурвиц, Р. Курант. – М.: Наука, 1968. – 648с.
- 25.Гуревич В. Теория размерности / В. Гуревич, Вольмэн Г. – М.: Изд-во иностр. лит., 1948. – 231 с.
- 26.Де Жен П. Физика жидких кристаллов / П. Де Жен – М.: Мир. 1977. – 400 с.
- 27.Каток А. В., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем / А. В Каток, Б. Хасселблат. – М.: Факториал, 1999. – 768с.

- 28.Ковриженко Г. А. Система счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ / Г.А. Ковриженко. – М., 1984. – 82 с
- 29.Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, Фомин С.В. – М.:Наука, 1989. – 496 с.
- 30.Коробко В.И. Золотая пропорция и проблемы гармонии систем / В.И. Коробко. – М. : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1998. – 373 с.
- 31.Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах / Р.М. Кроновер. – М. : Постмаркет, 2000. – 353 с.
- 32.Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение / П. Леви. – М.: Наука, 1972. –376 с.
33. Лихтенберг А. Регулярная и стохастическая динамика/ А. Лихтенберг, М. Либерман . – М.: Мир, 1984. -528 с.
34. Мальдеброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мальдеброт. – М. Институт компьютерных исследований. 2002. – 656 с.
- 35.Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 160 с.
36. Николис Г. Познание сложного / Г. Николис, И. Пригожий – М.: Мир, 1990. – 344 с.
37. Пайтген Х.-О. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Х.-О. Пайтген, П.Х. Рихтер. – М: Мир, 1993. – 176 с.
- 38.Панасенко О. Б. Фрактальна розмірність графіків неперервних канторівських проекторів / О. Б. Панасенко // Наукові часопис Нац. пед. ун-ту імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2008. № 9. – С. 124–132.
- 39.Панасенко О. Б. Деякі розв'язані та відкриті проблеми теорії недиференційованих функцій / О. Б. Панасенко // Матеріали конференції «Фрактали і сучасна математика», Київ, 24 грудня 2009 р. / НПУ імені М. П. Драгоманова. – Київ, 2009. – С. 76–77.

40. Панасенко О. Б. Розмірність Хаусдорфа–Безиковича однієї неперервної ніде не диференційовної функції / О. Б. Панасенко // Український математичний журнал.— 2009.— Т. 61, № 9. — С. 1225–1239.
41. Петруненко В.В. Золотое сечение квантовых состояний и его астрономические и физические проявления / В.В. Петруненко. – Минск: Право и экономика, 2005. – 390 с.
42. Працьовита І. М. Подвійний золотий поділ відрізка і деякі фрактальні криві, з ним пов'язані / І. М. Працьовита // Студ. фіз.-мат. етюди. Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова. – 2002. – № 3. – С. 47–53.
43. Працьовитий М. В. Про означення фрактала та фрактальний підхід в дослідженнях розподілів ймовірностей / М. В. Працьовитий // Фрактальний аналіз та суміжні питання. – 1998. – № 1. – С. 5–26.
44. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів / М. В. Працьовитий. – К: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 1998. – 296 с.
45. Працьовитий М. В. Фрактальні властивості однієї неперервної ніде не диференційовної функції / М. В. Працьовитий // Наук. зап. Нац. пед. ун-ту імені М. П. Драгоманова. Фіз.-мат. науки. – 2002. – №3. – С.351–362.
46. Працьовитий М. В. Фрактальні недиференційовні функції в математичних моделях фізичних процесів / М. В. Працьовитий // VII всеукраїнська конференція "Фундаментальна та професійна підготовка фахівців з фізики" : матеріали конференції / Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова. – Київ : НПУ, 2002. – С.137.
47. Пригожий И. Порядок из хаоса: новый диалог человека с природой / И., Пригожий, И Стенгерс – М.: Мир, 1986. – 432 с.
48. Риженко Г. М. Планування приміщень та гігієнічні умови навчання дітей [в школі] // Г. М. Риженко, Н. С. Полька, В. Т. Шпаковська // Початкова школа. – 1983. – № 6. – С. 40–43.

49. Системы фазовой синхронизации / [ред. Шахгильдян В.В., Белюстина Л. Н.] — М.: Изд-во «Радио и связь», 1982. — 288 с.
50. Стахов А.П. Фибоначчиевые двоичные позиционные системы счисления./ А.П. Стахов. — М.: Наука, 1976. — 218 с.
51. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения/А.П.Стахов. — М.: Советское Радио, 1977. — 288 с.
52. Стахов А.П. Коды золотой пропорции./А.П. Стахов.- М.: Радио и связь, 1984. — 152 с.
53. Титчмарш Е. Теория функций / Е. Титчмарш. 2-е изд. Москва : Наука, 1980. — 464 с.
54. Турбин А.Ф. Фрактальные множества, функции распределения / А. Ф. Турбин, Н.В. Працевитый. — К. : Наукова думка, 1992. — 208 с.
55. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. — М. : Мир, 1991. — 261 с.
56. Федерер Г. Геометрическая теория меры / Г. Федерер. — М.:Наука, 1987. — 760 с.
57. Фомин С.В. Системы счисления / С. В. Фомин. — М.: Наука, 1987.—48 с.
58. Хальмош Н. Теория меры / Н. Хальмош. — М.: Изд-во иностр. лит., 1953. -292 с.
59. Хинчиш А.Я. Цепные дроби / А.Я. Хинчиш. — М.:Наука, 1973. — 112с.
60. Циллис К. Об измерении фрактальных размерностей по физическим свойствам. / К. Циллис. — М.: Мир, 1988. — 31 с.
61. Шевелев И.Ш. Золотое сечение / Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелев И.П. — М.: Стройиздат, 1990. — 343 с.
62. Шипицын Е.В. Двойственность и золотое сечение в теории фракталов и хаоса / Е.В. Шипицын, В.В. Попков // Вестник Международного Института им. А. Богданова. — 2001. — № 6. — http://www.bogdinst.ru/vestnik/v06_01.htm.
63. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер. — М.:Ижевск: Изд. дом «Удмуртский университет». 2001. — 528 с.