ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБИНСЬКОГО

Інститут математики, фізики та технологічної освіти

Кафедра алгебри і методики навчання математики

Д И П Л О М Н А   Р О Б О Т А

на тему: **«Узагальнення класичних кривих, що заповнюють простір»**.

Студента 4 курсу А групи
Галузі знань: 0402 Фізико-математичні науки
Напрям підготовки: 6.040201 Математика*
Куземи Олександра Олександровича

Науковий керівник: **доц. Панасенко О.Б.**

Національна шкала ________________________

Кількість балів: _______ Оцінка: ECTS _______

Голова комісії ______________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

Члени комісії _______________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

_______________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

_______________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

_______________ ____________________
(підпис) (ініціали, прізвище)

м. Вінниця – 2016 рік

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми. Дипломна робота присвячена узагальненню класичних кривих, що заповнюють простір – кривих Гільберта і Пеано.

Протягом багатьох століть науковці нашої планети відкладали в довгий ящик проблему дослідження геометрії природи, адже згідно евклідової геометрії її форми є неправильними та фрагментованими. І лише завдяки титанічній праці французько-американського математика Бенуа Мандельброта вдалось знайти порядок у хаосі. Він був засновником фрактальної геометрії як окремої математичної дисципліни та людиною, що вперше ввела поняття «фрактал», ґрунтуючись на новітніх досягненнях в математиці, зокрема в теорії множин та теорії розмірності. Все це стало можливим після появи в 1977 році його книги «Фрактальна геометрія природи» [20], де було продемонстровано приклади фракталів, що зустрічаються навколо нас.

Проте у XIX столітті, ще за довго до появи монографії Мандельброта, виникали перші ідеї фрактальної геометрії, ґрунтуючись на певних контрприкладах в математиці (наприклад, винайдення неперервних ніде не диференційовних функцій; неперервних кривих, що заповнюють простір та ін.).

Перші приклади кривих, що заповнюють площину належать Дж. Пеано (1890 рік) та Д. Гільберту (1891 рік). Згодом з'являлись і інші приклади (криві Серпінського, Госпера, Мортона та ін.).

Відкриття у 1890 році Дж. Пеано кривих, що заповнюють простір викликало неоднозначну реакцію математичного світу. Н.Я. Віленкін у науково-популярній книжці «Рассказы о множествах» відзначає: «Трудно передать словами впечатление, произведенное на математический мир результатом Пеано. Казалось, что все рухнуло, что самые основные математические определения потеряли всякий смысл, не было видно различия между линией и поверхностью, поверхностью и телом (результат о невозможности взаимно однозначного и непрерывного соответствия между отрезком и квадратом еще не был известен). Знаменитый французский математик Анри Пуанкаре с горечью воскликнул: “Как могла интуиция до такой степени обмануть нас!” [15].

Сьогодні ж ці криві мають практичні застосування. Деякі з них окреслено в згадуваній монографії Мандельброта [20], а також у статтях [10,17]. Розкриттю математичного апарату до задання таких функцій, узагальненню побудованих прикладів, вивченню їхніх властивостей і присвячена ця робота.

Мета дослідження дипломної роботи – узагальнити класичні криві Пеано і Гільберта та дослідити основні властивості, зокрема і фрактальні, побудованих узагальнень.

Для досягнення поставленої мети передбачається розв’язання наступних завдань:

- проаналізувати літературу з тематики дипломної роботи;
- розглянути різні підходи (аналітичний, конструктивний) до визначення кривих Гільберта, Пеано;
- ввести у розгляд класи кривих, що заповнюють простір, до яких належатимуть криві Гільберта і Пеано;
- обґрунтувати коректність побудованого узагальнення, вивчити властивості побудованих відображень;
- дослідити властивості параметризуючих функцій для узагальнених кривих Гільберта і Пеано;

Об’єктом дослідження в дипломній роботі є фрактальні множини простору Ў^{2}, а предметом дослідження – вивчення властивостей узагальнень кривих, що заповнюють площину Пеано і Гільберта.

Методи дослідження. Робота носить теоретичний характер. Для обґрунтування основних результатів роботи використовуються методи математичного аналізу (теорії функцій дійсної змінної), лінійної алгебри (теорії лінійних операторів векторних просторів), теорії чисел, а також фрактальної геометрії.

Основні теоретичні результати наведені в дипломній роботі з повним доведенням. Її основні результати та запропоновані методи можуть бути корисними при вивченні властивостей інших фрактальних множин.

Апробація результатів дипломної роботи. Результати дипломної роботи доповідались на конференції «Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти», яка проходила 25 квітня 2016 року у Вінницькому державному педагогічному університеті імені Михайла Коцюбинського.

Публікації. За тематикою дипломної роботи опубліковано статтю:

Кузема О.О. Шляхи узагальнення класичних кривих, що заповнюють простір / О.О. Кузема // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти. Випуск 13. – Вінниця : ТОВ Планер, 2016.

Структура дипломної роботи. Дипломна робота складається зі вступу, чотирьох основних розділів, висновків і списку використаних джерел. Перший розділ присвячений розкриттю основного інструментарію для означення і дослідження кривих, що заповнюють простір. Другий і третій розділи присвячені відповідно узагальненням кривих Гільберта і Пеано. В четвертому розділі висвітлено питання безпеки життєдіяльності, зокрема, що стосується штучного освітлення, його видів та нормування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Allaart P. Dimensions of the coordinate functions of space-filling curves/ Allaart P., Kawamura K. // J. Math. Anal. Appl. – Vol. 335, 2007. – P. 1161–1176.
2. Baranski K. Hausdorff dimension of the limit sets of some planar geometric constructions/ Baranski K. // Advances in Mathematics – Vol. 210, 2007. – P. 215–245.
3. Bumby R.T. The differentiability of Polya's Function / R. T. Bumby // Advances in Mathematics. – Vol. 18, 1975. – P. 243–244.
4. Gatzouras D. Hausdorff and box demensions of certain self-affine fractals/ Lalley S., Gatzouras D.// Indiana Univ. Math. J. 41, 1992. – P. 533–568.
5. Hilbert D. Uber die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flachenstuck / D. Hilbert // Math. Ann. – Vol. 38 (3), 1891. – P. 459–460.
6. Kenyon R. Housdorff demensions of sofic affine-invariant sets/ Peres Y., Kenyon R.// Israel journal of mathematics J. 94, 1995. – P. 157-178.
7. Lax P. D.. The differentiability of Polya's Function // Advances in Mathematics. – Vol. 10, №3, 1973. – P. 456–464.
8. Lalley S. Hausdorff and box dimensions of certain self-affine fractals / S. Lalley, D. Gatzouras // Indiana Univ. Math. J. – 1992. – Vol. 41, № 2. – P. 533–568. -79.
9. McClure M. The Hausdorff dimension of Hilbert's coordinate functions / M. McClure // Real Anal. Exchange 24, 1998/1999. – P. 875–884.
10. McMullen C. The Hausdorff dimension of general Sierpinrski carpets / C. McMullen // Nagoya Math. J. – 1984. – Vol. 96. – P. 1–9. -77.
11. Mirny L. The fractal globule as a model of chromatin architecture in the cell [Електронний ресурс] / Leonid Mirny. – 2010. – Режим доступу до ресурсу: http://www.mit.edu/~leonid/publications/FG_review-July2010.pdf.
12. Peano G. Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane / G. Peano. // Math. Ann. – Vol. 36 (1), 1890. – P. 157–160.

13. Prachar K. On the differentiability of the coordinate functions of Pólya's space-filling curve / K. Prachar, H. Sagan, // Monatsh. Math. – Vol. 121, 1996. – P. 125–138.

14. Sagan H. Space-Filling Curves / H. Sagan. - Universitext Series, Springer, 1994.

15. Виленкин Н.Я. Рассказы о множествах. 3-е издание. — М.: МЦНМО, 2005. 150 с.

16. Гелбаум Б. Контрпримеры в анализе / Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. – М. : Мир, 1967. – 252 с.

17. Дронюк І. Формування захисних зображень на основі фрактальної геометрії / І. Дронюк, С. Квасниця, В. Калінчук // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – 2013. – № 751 : Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – С. 382–387.

18. Федорчук В. В. Основы теории размерности // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. фундам. направления. – 1988. – Т. 17. –М. : 1988. – С. 111–224.

19. Кроновер Р. Фрактали і хаос в динамічних системах. Основи теорії. Москва: Постмаркет, 2000. — 352 с.

20. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт.— Москва: Институт компьютерных исследований, 2002.— 656 с.

21. Основи охорони праці: Підручник. 5-е вид. / Гандзюк М.П., Желібо Є.П., Халімовський М.О.; За ред. М.П. Гандзюка. - К.: Каравела, 2011. - 384 с.

22. Основи охорони праці: Підручник. 2-е вид., стериотипне/ В. Ц. Жидецький, В. С. Джигирей, О. В. Мельников — Львів: Афіша, 2000. — 348 с.

23. Панасенко О.Б. Криві, що заповнюють простір: приклади, властивості, застосування / Панасенко О.Б., Чабан Н.В. // Актуальні проблеми математики, фізики і технологічної освіти : Збірник наукових праць. − Випуск 11. – Вінниця, 2014. – С. 77–81.

24. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів / М. В. Працьовитий. − К. : Вид-во НПУ імені Драгоманова. − 1998. − 298 с.

25. Турбин А. Ф. Фрактальные множества, функции, распределения / Турбин А. Ф., Працевитый Н. В. – К.: Наукова думка, 1992. – 208 с.