Список використаних джерел

1. Застосування технології web-квест в навчально- виховному процесі [Електронний ресурс] // Всеосвіта – Режим доступу до ресурсу: https://vseosvita.ua/library/zastosuvanna-tehnologii-web-kvest-v-navcalno-vihovnomu-procesi-65186.html.
2. Кошель О. В. Використання веб-квестів у навчально-виховному процесі / О. В. Кошель // Використання квест-технологій для активізації пізнавальної діяльності учнів. Збірник матеріалів обласної веб-конференції / О. В. Кошель. – Черкаси, 2016.
3. Панчук Н. М. Опис досвіду роботи з теми "Впровадження інноваційних технологій навчання на уроках математики та інформатики, як засіб розвитку творчої особистості" / Н. М. Панчук. – Тернопіль. – 16 с.

USING OF THE WEB QUESTS IN LEARNING LOGARIFM

Abstract. *The article analyzes web quest technology and how it is used in the learning process. The web-quest "Hi, I'm a logarithm" web-quest for the 11th grade students is presented, the purpose of which is to fix and improve skills and skills on the topic "Logarithm and its properties".*

Keywords: *technology of web quest, web quest for lessons of math, logarithm and its properties, development of web quest "Hi, I'm a logarithm."*

Олексій Панасенко, Світлана Ткаченко

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ДЛЯ ЗАПОВНЕННЯ ПРОПУСКІВ У МАСИВАХ ДАНИХ

Анотація*. У статті розглянуто проблему відновлення неповних даних, охарактеризовано метод фрактальної інтерполяції, як один із способів заповнення пропусків у масивах даних, запропоновано метод підбору найоптимальнішої фрактальної інтерполяційної функції, здійснено порівняльний аналіз ефективності фрактальної інтерполяції з класичними методами інтерполяції на конкретних прикладах.*

Ключові слова*: неповні дані, відновлення, інтерполяція, фрактальна інтерполяція, фрактальна інтерполяційна функція.*

Актуальність та постановка проблеми. Проблема обробки пропусків у масивах даних дуже часто виникає під час проведення статистичних, економічних чи соціологічних досліджень. Зазвичай це стається безпосередньо через неможливість отримання цілісної інформації, її недостовірність або приховування.

Аналіз даних в окремих випадках можна провести без урахування пропусків, але в такому разі не можна гарантувати, що відповідні статистичні висновки будуть зроблені правильно. Тому для того, щоб уникнути неточностей, що виникають при розгляді неповної інформації, пропущені дані замінюють певними величинами, намагаючись максимально наблизити їх до можливих реальних значень. Цей спосіб робить структурування даних та їх подальший аналіз більш результативними.

Існує чимало методів заповнення пропусків у масивах даних, однак ефективність використання будь-якого з них певною мірою залежить від характеру даних, що розглядаються, а також від очікуваного рівня точності відновлених величин. Одним із найпоширеніших методів є здійснення так званого процесу інтерполювання даних. До класичних методів інтерполяції зазвичай відносять інтерполяцію методом найближчого сусіда, лінійну інтерполяцію, інтерполяцію многочленами, інтерполяцію сплайнами (зміст цих понять розкрито, наприклад, у посібниках [4], [5]). Достатньо нетрадиційним способом інтерполювання є фрактальна інтерполяція, яку прийнято використовувати в тому випадку, коли функції, які потрібно інтерполювати, мають фрактальну структуру, тобто володіють певною самоподібністю, мають схожі властивості при різних масштабах. Один із способів фрактальної інтерполяції був введений М. Ф. Барнслі. В його основі лежить використання так званих фрактальних інтерполяційних функцій (фрактальних самоафінних функцій). Саме цей метод розглянуто у статті.

Аналіз досліджень і публікацій. Ознайомитися з методом фрактальної інтерполяції типу Барнслі можна безпосередньо у його монографії [1]. Узагальнення та покращення методу Барнслі можна знайти у роботах [2], [3]. Так як проблема, що висвітлюється у статті, не є новою, то з'явилося чимало робіт, у яких описані цікаві та нестандартні прийоми щодо способів відновлення пропусків у масивах даних. Особливий інтерес своєю новизною викликає робота [6]. Але разом з тим, майже немає робіт, присвячених ефективності фрактальної інтерполяції, саме як окремому методу, за допомогою якого можна відновлювати неповні дані.

Саме тому, **метою статті** є перевірка ефективності методу фрактальної інтерполяції на конкретних прикладах та порівняння отриманих результатів з тими, що дають традиційні методи інтерполювання.

Виклад основного матеріалу. Сформулюємо проблему у загальному випадку та сформуємо алгоритм її вирішення.

Нехай маємо скінченний набір точок $(x_0, y_0),(x_1, y_1),...,(x_N, y_N)$, які описують деякі дані. Назвемо їх вихідними. Припустимо, що нам відомі значення лише деяких n з цих точок (зокрема, відомими обов'язково є перша та остання точки, які обмежують діапазон даних): $(x_{i_0}, y_{i_0})=(x_0, y_0),(x_{i_1}, y_{i_1}),...,(x_{i_n}, y_{i_n})=(x_N, y_N)$. Необхідно відновити $(N-n+1)$ точок так, щоб вони були якомога ближчими до реальних величин, що містяться у вхідних даних.

Для того, щоб відновити пропуски у масиві даних, треба використовувати метод інтерполювання (адже, з постановки задачі випливає, що нам потрібно, щоб значення кожної пропущеної точки дорівнювали відповідним значенням у вхідних даних, до яких їх наближають). Так як, наша мета не лише відновити дані, але і порівняти дієвість фрактальної інтерполяції з традиційними методами, то відновлюватимемо пропущені величини відразу кількома способами: інтерполяцією методом найближчого сусіда, за допомогою лінійної інтерполяції, інтерполяцією сплайнами другого та третього порядку, фрактальними функціями. Потім порівняємо отримані результати, вирахувавши похибку відхилення реального значення від отриманого за допомогою визначення RMSE (від англ. *root-mean-square error* – середньоквадратична похибка):

$$RMSD=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(y_i-\hat{y}_i\right)^2}{N}},$$

де y_i – реальне значення функції у деякій точці, а $\hat{y}_i$ – відновлене.

Фрактальну інтерполяцію будемо проводити у такий спосіб, як означив її Барнслі, тобто використовуючи фрактальні інтерполяційні функції.

Для цього набору даних Δ поставимо у відповідність набір перетворень площини $\omega_1,\omega_2,...,\omega_n:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ вигляду:

$$\omega_i\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_i & c_i\\0 & d_i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_i\\e_i\end{pmatrix}.$$

Тут d_i – вільні параметри, а інші коефіцієнти однозначно визначаються набором d_i з умов:

$$\omega_i\begin{pmatrix}x_0\\y_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_{i-1}\\y_{i-1}\end{pmatrix} \text{ і } \omega_i\begin{pmatrix}x_n\\y_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_i\\y_i\end{pmatrix}.$$

Таким чином:

$$a_i=\frac{x_i-x_{i-1}}{x_n-x_0}, b_i=x_i-a_ix_n, c_i=\frac{y_i-y_{i-1}}{x_n-x_0}-d_i\frac{y_n-y_0}{x_n-x_0}, e_i=y_i-c_ix_n-d_iy_n. \qquad (1.1)$$

Барнслі показав [1], що якщо $\max_{i=1,\dots n}|d_i|<1$, то відображення ω_i є стискуючими в деякій метриці на $\mathbb{R}^2$. При цьому нерухомою точкою побудованого оператора, тобто компактною множиною $G_f\in\mathbb{R}$, що задовольняє умову $W(G_f)=G_f$, буде графік неперервної функції f, яка інтерполює початкові дані.

Використання різноманітних наборів вільних параметрів $d_i\left(i=0,1,2,\dots,N,\max_{i=1,\dots,n}|d_i|<1\right)$ (див. розділ 1) будуть утворювати цілий клас фрактальних інтерполяційних функцій, серед яких потрібно обрати ту, яка дає найоптимальніше значення.

Ми пропонуємо такий алгоритм пошуку оптимальної фрактальної інтерполяційної функції для відновлення пропущених даних. Припустимо, що $N>3$, тобто вихідні дані містять хоча б чотири точки. Зафіксуємо значення *W>3* (за замовчуванням, вважатимемо його рівним 4). Далі діємо за такою схемою:

1) Покладемо $j=0$.

2) Розглядаємо точки $(x_{i_j},y_{i_j}),(x_{i_{j+1}},y_{i_{j+1}}),\dots,(x_{i_{j+W}},y_{i_{j+W}})$. Для кожного $k=1,\dots,W-1$ знаходимо таку фрактальну інтерполяційну функцію, яка проходить через вказані точки (за виключенням $(x_{i_{j+k}},y_{i_{j+k}})$), і для якої відхилення значення в точці $(x_{i_{j+k}},y_{i_{j+k}})$ є мінімальним. Таким чином, одержано певні $W-1$ функції, які інтерполюють частину даних.

3) Для кожного значення l від i_{j+1} до i_{j+W-1} знаходимо значення побудованої фрактальної інтерполяційної функції для x_l. Зберігаємо усі знайдені дані.

4) Збільшуємо j на 1 і повторюємо кроки 2-3.

Описаний алгоритм триває поки $j+W\le n$.

Для того, щоб уникнути додаткових переборів та порівнянь побудованих інтерполяційних функцій, будемо знаходити значення в кожній пропущеній точці як середнє арифметичне значень всіх інтерполяційних функцій в цій точці. Як результат для кожного значення x_i ($i=0,\dots,N$) буде одержано прогнозоване значення $\hat{y}_i$.

Для того, щоб здійснити порівняльний аналіз нами була складена програма мовою Python, яка реалізовує деякі класичні методи інтерполяції (метод найближчого сусіда, лінійну інтерполяцію, інтерполяцію сплайнами), фрактальну інтерполяцію, яка алгоритмом, що був описаний вище, а також рахує середньоквадратичну похибку. Наведемо один із прикладів, який був нами розглянутий.

Приклад. Вихідні дані: кількість народжених дівчаток в Каліфорнії в 1959 році. Вихідні дані містять 365 точок. В відомі дані ми включимо випадково обрані 20 точок.

У таблиці нижче представлено значення похибки, а також статистичні показники вихідних даних та даних, одержаних в результаті інтерполяції.

Таблиця 1

Метод	Похибка	Середнє значення	Середнє квадратичне відхилення
Вихідні дані	***0***	***41,98***	***7,34***
Фрактальний метод	9,06	39,83	7,43
Фрактальний після згладжування	8,98	39,83	7,22
Метод найближчого сусіда	9,64	39,72	7,88
Лінійна інтерполяція	9,24	39,71	7,46
Інтерполяція квадратичними сплайнами	10,67	38,83	8,87
Інтерполяція кубічними сплайнами	10,72	38,77	8,94

Як бачимо, фрактальний метод показав меншу похибку за інші методи. Разом з тим відзначаємо, що метод фрактальної інтерполяції значно змінив дисперсію даних. Запропонований у роботі метод фрактальної інтерполяції (як метод відновлення пропусків у масивах даних), має свої переваги та недоліки. Метод інтерполювання фрактальними функціями, описаний Барнслі, дозволяє за певним набором вільних параметрів конструювати цілі класи інтерполяційних фрактальних функцій, серед яких достатньо легко знаходити ті, що дають найбільш близькі значення до реальних величин. До того ж розглянуті приклади засвідчили, що саме запропонований метод фрактальної інтерполяції проявив себе найкраще у плані точності відновлених значень.

Головним недоліком запропонованого методу фрактальної інтерполяції є достатньо велика кількість часу, що затрачається на пошук вільних параметрів, за яких значення функції максимально наближене до пропущеного. Крім того, фрактальна інтерполяційна функція, яка найкращим чином описує значення в штучно пропущеній точці, може призводити до «перенавчання». Для попередження цього нами включено параметр регуляризації у вигляді обмеження на фрактальну розмірність результуючого графіку.

Висновок. Описані недоліки змушують звернути увагу на побудову кращих алгоритмів пошуку фрактальних інтерполяційних функцій. Цілком імовірно, що для цього знадобляться й нові обмеження на них. Проте загалом наше дослідження засвідчило, що використання фрактальних функцій для відновлення пропущених даних працює принаймні не гірше, а зазвичай і краще за класичні методи.

Список використаних джерел

1. Barnsley M. F. Fractals everywhere / M. F. Barnsley. – 2nd edn. – San Diego: Academic Press Professional, 1993. – 548 p.
2. Manousopoulos P. Curve fitting by fractal interpolation [Електронний ресурс] / P. Manousopoulos, V. Drakopoulos, T. Theoharis – Режим доступу до ресурсу: https://pdfs.semanticscholar.org/cc39/55627f7c6f24ec7cc39d793c47f53cc698d4.pdf.
3. Васильев С. Н. Методы фрактальной интерполяции типа Барнсли [Електронний ресурс] / С. Н. Васильев. – 2002. – Режим доступу до ресурсу: http://mi.mathnet.ru/ivm1063.
4. Волков Е. А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 248 с.
5. Шарый С. П. Курс вычислительных методов / С. П. Шарый. – Новосибирск, 2018. – 612 с.
6. A Deep Learning-Cuckoo Search Method for Missing Data Estimation in High-Dimensional Datasets [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: https://www.researchgate.net/publication/318154967_A_Deep_Learning-Cuckoo_Search_Method_for_Missing_Data_Estimation_in_High-Dimensional_Datasets.

ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF THE USE OF FRACTAL INTERPOLATION FOR FILLING SPACES IN DATA ARRAYS

Abstract: *In the article, the problem of restoration of incomplete data is examined. The method of fractal interpolation, as one of the ways of filling the spaces in data arrays, is described. In addition, a method for selecting the most optimal fractal interpolation function is offered.*

Keywords: *incomplete data, interpolation, fractal interpolation, fractal interpolation function.*

Євгенія Штурба, Олена Кульчицька

ПЕРЕВАГИ І НЕДОЛІКИ ТЕСТУВАННЯ ЯК СПОСОБУ ПЕРЕВІРКИ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Анотація. *У статті проаналізовано, чи може бути тестування способом перевірки математичної компетентності. Розглянуто переваги тестування та можливості усунення недоліків.*

Ключові слова: *тест, тестування, математична компетентність, діагностика компетентності, оцінювання.*

Сучасне суспільство потребує високо кваліфікованих підготовлених працівників. З цією метою в країні започатковано багатоетапне реформування освітньої галузі.

За таких умов навчальний процес спрямовується на формування й розвиток ключових і предметних компетентностей учнів, тобто їхню здатність успішно вирішувати різні проблеми, з якими вони зустрічатимуться в реальних виявах своєї життєдіяльності – навчальної, професійної, громадської тощо. У такому разі акцент зміщується з контролю й оцінювання предметних знань, умінь і навичок (славнозвісних ЗУН) у бік діяльнісно вмотивованого здобутку – готовності та здатності учнів застосовувати набуті знання у практичній діяльності.[8]

Тому постає важливе запитання, яким чином здійснювати контроль саме за компетентністю учнів (можливістю використовувати набуті знання у повсякденному житті), а не тільки за тими, що вони вивчили на контрольну роботу, щоб їм поставили хорошу оцінку. Особливо це стосується математичної компетенції, тому що здатність математично мислити допомагає вирішувати багато життєвих завдань. Знання основних математичних законів та правил, кількісних методів дослідження, алгебраїчних обчислювальних прийомів є однією із найважливіших вимог до професійної діяльності сучасного фахівця.

Багато науковців, таких як Гавриленко Н.І., Мікосіянчик Т.М., Мірошник С.І., Ляшенко О.І., Жук Ю.О. роками досліджують цю проблему і дійшли висновку, що одним з найкращих способів діагностики математичної компетентності може бути тестування.

Метою даної статті є дослідження переваг і недоліків даного способу перевірки математичної компетентності учнів.

Тестуванню як формі об’єктивного контролю та діагностики знань присвячено багато досліджень. Вагомий внесок у вирішення цієї проблеми зробили О.В. Аксьонова, В.В. Божкова, І.Є. Булах, М.Р. Мруга, Т.О. Лукіна та ін.

Тестові вимірювання у педагогіці почали проводитися з 90-х років XIX століття – Д.А. Райс (США) застосував розроблений ним тест як інструмент для вимірювання тривалого (протягом 8-и років) навчання навичкам письма. Взагалі історія застосування тестових методів у систему освіти характеризується чергуванням періодів абсолютного невизнання тестів з етапами активного їх застосування в освітній практиці. [5]

Мірошник С. І. вважає, що особливість навчання рішенню тестових завдань полягає в тому, що всі отримані учнями знання і навички повинні бути добре засвоєні і відпрацьовані ще до їх застосування на практиці. Основна мета контролю знань і умінь